

# Übungsaufgabe

Gegeben ist nebenstehende Schaltung. Folgende

Daten sind gegeben:

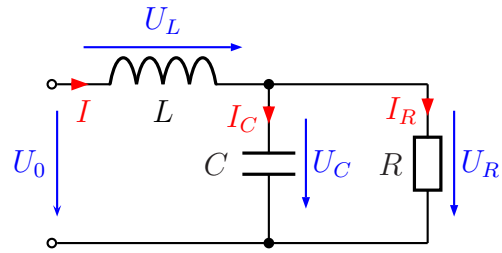
$$U_0 = 10V$$

$$R = 50\Omega$$

$$X_L = 20\Omega$$

$$X_C = 25\Omega$$

Gesucht sind die Teilspannungen  $U_L$  und  $U_R$ .



## Lösung:

$$U_0 = 10V \Rightarrow \underline{U}_0 = 10V$$

$$R = 50\Omega \Rightarrow \underline{R} = 50\Omega$$

$$X_L = 20\Omega \Rightarrow \underline{X}_L = j20\Omega$$

$$X_C = 25\Omega \Rightarrow \underline{X}_C = -j25\Omega$$

**Bestimmung von  $Z$ :** Die Zusammenfassung der Parallelschaltung aus  $R$  und  $X_C$  nenne ich  $Z_{RC}$ . Nach der Formel zur Parallelschaltung erhalte ich:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{RC} &= \frac{\underline{R} \cdot \underline{X}_C}{\underline{R} + \underline{X}_C} \\ &= \frac{50\Omega \cdot (-j25\Omega)}{50\Omega - j25\Omega} \\ &= \frac{-j1250\Omega^2}{50\Omega - j25\Omega} \end{aligned}$$

Da ich keine Lust habe, mit so großen Zahlen und unhandlichen Einheiten zu rechnen, klammere ich so viel wie möglich aus, damit ich kürzen kann.

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{RC} &= \frac{-j1250\Omega^2}{50\Omega - j25\Omega} \\ &= \frac{25\Omega \cdot (-j50\Omega)}{25\Omega \cdot (2 - j)} \\ &= \frac{-j50\Omega}{2 - j} \\ &= \frac{(-j50\Omega) \cdot (2 + j)}{(2 - j) \cdot (2 + j)} \\ &= \frac{-j100\Omega + 50\Omega}{4 + 1} \\ &= -j\frac{100\Omega}{5} + \frac{50\Omega}{5} \\ \underline{Z}_{RC} &= -j20\Omega + 10\Omega \end{aligned}$$

Damit kann ich den gesamten Ersatzwiderstand der Schaltung  $\underline{Z}$  bestimmen:

$$\underline{Z} = \underline{X}_L + \underline{Z}_{RC} = j20 \Omega + (-j20 \Omega + 10 \Omega) = 10 \Omega$$

Die gesamte Schaltung verhält sich also wie ein reeller  $10 \Omega$ -Widerstand. Damit bestimme ich den Strom  $\underline{I}_L$ .

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}} = \frac{10 \text{ V}}{10 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Als nächstes berechne ich die Spannung  $\underline{U}_L$  an der Induktivität.

$$\underline{U}_L = \underline{X}_L \cdot \underline{I} = j20 \Omega \cdot 1 \text{ A} = j20 \text{ V}$$

Gesucht ist der Betrag dieser Spannung. Das ist ohne großartige Rechnung:

$$U_L = 20 \text{ V}$$

Aus  $\underline{U}_0$  und  $\underline{U}_L$  kann ich  $\underline{U}_R$  berechnen.

$$\underline{U}_R = \underline{U}_0 - \underline{U}_L = 10 \text{ V} - j20 \text{ V}$$

Gesucht ist der Betrag dieser Spannung. Die berechne ich über die Grundformel für Beträge:

$$U_R = \sqrt{(\operatorname{Re}\underline{U}_R)^2 + (\operatorname{Im}\underline{U}_R)^2} = \sqrt{(10 \text{ V})^2 + (-20 \text{ V})^2} = \sqrt{500 \text{ V}^2} \approx 22,36 \text{ V}$$