

Bruchrechnung

W. Kippels

25. Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Die Bruchrechenregeln	2
1.1	Addition gleichnamiger Brüche	2
1.2	Addition ungleichnamiger Brüche	2
1.3	Addition eines Bruches zu einer Zahl	2
1.4	Multiplikation von Brüchen	2
1.5	Multiplikation eines Bruches mit einer Zahl	2
1.6	Division durch einen Bruch	2
1.7	Division eines Bruches durch eine Zahl:	3
1.8	Anmerkung	3
2	Beispielaufgaben	4
3	Lösungen der Beispielaufgaben	6

1 Die Bruchrechenregeln

1.1 Addition gleichnamiger Brüche

Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man die Zähler addiert und den Nenner beibehält.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

1.2 Addition ungleichnamiger Brüche

Ungleichnamige Brüche werden addiert, indem man sie zunächst gleichnamig macht.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot d} + \frac{c \cdot b}{c \cdot d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{c \cdot d}$$

1.3 Addition eines Bruches zu einer Zahl

Ein Bruch wird zu einer Zahl addiert, indem man die Zahl zunächst in einen unechten Bruch mit dem gleichen Nenner umwandelt.

$$\frac{a}{b} + c = \frac{a}{b} + \frac{c \cdot b}{b} = \frac{a + c \cdot b}{b}$$

1.4 Multiplikation von Brüchen

Brüche werden miteinander multipliziert, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert. *Vor* dem Ausrechnen sollte man kürzen!

$$\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

1.5 Multiplikation eines Bruches mit einer Zahl

Man multipliziert einen Bruch mit einer Zahl, indem man den Zähler des Bruches mit der Zahl multipliziert und den Nenner beibehält. *Vor* dem Ausrechnen sollte man kürzen!

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

1.6 Division durch einen Bruch

Man dividiert durch einen Bruch, indem man mit seinem Kehrwert multipliziert.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{oder:} \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{a \cdot c}{b}$$

1.7 Division eines Bruches durch eine Zahl:

Man dividiert einen Bruch durch eine Zahl, indem man den Nenner des Bruches mit der Zahl multipliziert.

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

1.8 Anmerkung

Einige Schüler schreiben gern das Gleichheitszeichen nicht **vor den Bruch**, wo es hingehört, sondern irgendwohin, beispielsweise in den Zähler. An dieser Stelle möchte ich gern an einem Beispiel zeigen, dass das Ergebnis davon abhängen kann, wo das Gleichheitszeichen steht. Steht es bei einem Doppelbruch nämlich nicht **vor dem Hauptbruchstrich**, dann weiß niemand, welches der Hauptbruchstrich ist.

Hier ist das Beispiel. Wir suchen das Ergebnis für diesen Doppelbruch:

$$\frac{\frac{8}{4}}{2}$$

Ohne Gleichheitszeichen weiß niemand, was das bedeutet. Steht der Bruch $\frac{8}{4}$ im Zähler und die 2 im Nenner eines Bruches, oder lautet der Zähler 8 und der Nenner $\frac{4}{2}$?

Ich rechne beide Fälle mal durch.

$$\frac{\frac{8}{4}}{2} = \frac{8}{4 \cdot 2} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\frac{8}{\frac{4}{2}} = 8 \cdot \frac{2}{4} = \frac{8 \cdot 2}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

Wie man leicht sieht, erhalten wir unterschiedliche Ergebnisse in Abhängigkeit davon, auf welcher Höhe man das Gleichheitszeichen setzt! (Die Lehrer, die immer gleich meckern, wenn das Gleichheitszeichen auf der falschen Höhe steht, sind also nicht einfach nur kleinkariert, sie haben einen mathematischen Grund für die Meckerei. . .)

2 Beispielaufgaben

1. $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \dots$

2. $\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \dots$

3. $\frac{2}{7} + 2 - \frac{1}{2} = \dots$

4. $5 \cdot \frac{3}{4} - \frac{3}{2} = \dots$

5. $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12} = \dots$

6. $\frac{3}{10} + \frac{2}{25} - \frac{1}{2} = \dots$

7. $2 - \left(\frac{11}{15} + \frac{3}{5} \right) = \dots$

8. $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36} = \dots$

9. $\frac{3}{22} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{44}{25} = \dots$

10. $\frac{2}{7} + \frac{25}{18} \cdot \frac{12}{35} = \dots$

11. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}} = \dots$

12. $6 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \dots$

13. $\frac{14}{9} \cdot \frac{12}{35} + \frac{38}{33} \cdot \frac{44}{95} = \dots$

$$14. \quad \frac{39}{19} : \frac{52}{38} - \frac{\frac{42}{55}}{\frac{66}{66}} = \dots$$

$$15. \quad \frac{5}{12} - \frac{3}{8} + \frac{4}{9} - \frac{11}{18} = \dots$$

3 Lösungen der Beispielaufgaben

$$1. \quad \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2+5-1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$2. \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{9}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4+9-1}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$3. \quad \frac{2}{7} + 2 - \frac{1}{2} = \frac{4}{14} + \frac{28}{14} - \frac{7}{14} = \frac{4+28-7}{14} = \frac{25}{14}$$

$$4. \quad 5 \cdot \frac{3}{4} - \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{4} - \frac{6}{4} = \frac{15-6}{4} = \frac{9}{4}$$

$$5. \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{2}{9} + \frac{5}{6} - \frac{5}{12} = \frac{9}{36} + \frac{12}{36} - \frac{8}{36} + \frac{30}{36} - \frac{15}{36} = \frac{9+12-8+30-15}{36} = \frac{28}{36} = \frac{7}{9}$$

$$6. \quad \frac{3}{10} + \frac{2}{25} - \frac{1}{2} = \frac{15}{50} + \frac{4}{50} - \frac{25}{50} = \frac{15+4-25}{50} = -\frac{6}{50} = -\frac{3}{25}$$

$$7. \quad 2 - \left(\frac{11}{15} + \frac{3}{5} \right) = 2 - \frac{11}{15} - \frac{3}{5} = \frac{30}{15} - \frac{11}{15} - \frac{9}{15} = \frac{30-11-9}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$8. \quad \frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36} = \frac{12 \cdot 35}{7 \cdot 36} = \frac{1 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{5}{3}$$

$$9. \quad \frac{3}{22} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{44}{25} = \frac{1}{22} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{44}{25} = \frac{1}{1} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{25} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$10. \quad \frac{2}{7} + \frac{25}{18} \cdot \frac{12}{35} = \frac{2}{7} + \frac{25 \cdot 12}{18 \cdot 35} = \frac{2}{7} + \frac{5 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{2}{7} + \frac{10}{21} = \frac{6}{21} + \frac{10}{21} = \frac{6+10}{21} = \frac{16}{21}$$

$$11. \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$12. \quad 6 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 6 : \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6} \right) = 6 : \frac{3-2}{6} = 6 : \frac{1}{6} = 6 \cdot \frac{6}{1} = 6 \cdot 6 = 36$$

$$13. \quad \frac{14}{9} \cdot \frac{12}{35} + \frac{38}{33} \cdot \frac{44}{95} = \frac{2}{9} \cdot \frac{12}{5} + \frac{2}{33} \cdot \frac{44}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} + \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15} + \frac{8}{15} = \frac{16}{15}$$

$$14. \quad \frac{39}{19} : \frac{52}{38} - \frac{\frac{42}{55}}{\frac{66}{35}} = \frac{39}{19} \cdot \frac{38}{52} - \frac{42}{55} \cdot \frac{66}{35} = \frac{39 \cdot 38}{19 \cdot 52} - \frac{42 \cdot 66}{55 \cdot 35} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 4} - \frac{6 \cdot 6}{5 \cdot 5} = \frac{3}{2} - \frac{36}{25} =$$

$$\frac{75}{50} - \frac{72}{50} = \frac{3}{50}$$

$$15. \quad \frac{5}{12} - \frac{3}{8} + \frac{4}{9} - \frac{11}{18} = \frac{30}{72} - \frac{27}{72} + \frac{32}{72} - \frac{44}{72} = \frac{30 - 27 + 32 - 44}{72} = -\frac{9}{72} = -\frac{1}{8}$$