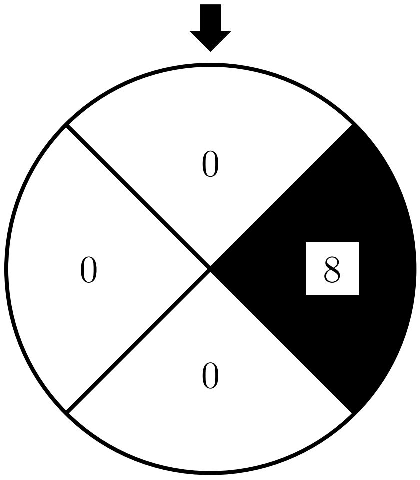
# Zentralklausur 2016 Aufgabe 2, ohne Hilfsmittel

Beim Spiel „Die wilde 8“ wird das Glücksrad mit den beiden Zahlen 0 und 8 (siehe nebenstehende Abbildung) zweimal gedreht.



*Das Glücksrad*

1. Erstellen Sie für dieses Zufallsexperiment ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm mit allen Pfadwarscheinlichkeiten.

2. Die beiden Zahlen in den Feldern, auf die jeweils der Pfeil zeigt, werden addiert.

   a) Berechnen Sie die Warscheinlichkeiten dafür, dass sich

      i. die Summe 0 ergibt,

      ii. die Summe 8 ergibt,

      iii. die Summe 16 ergibt.

   b) Der Spieleinsatz für das zweimalige Drehen des Glücksrades beim Spiel „Die wilde 8“ beträgt 8 €.

      i. Bei der Summe 0 gibt es keine Auszahlung, der Spieleinsatz ist verloren.

      ii. Bei der Summe 8 wird der Spieleinsatz zurückgezahlt.

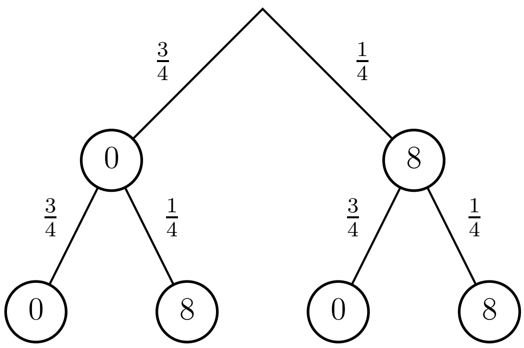
      iii. Bei der Summe 16 wird der zehnfache Spieleinsatz zurückgezahlt.

Der Spielleiter behauptet, das Spiel sei „fair“. Das heißt, dass ein Spieler auf lange Sicht weder Gewinn noch Verlust macht.

Untersuchen Sie, ob es sich wirklich um ein faires Spiel handelt.

**Lösung:**

**Teil 1:**




**Teil 2a:** Zur Lösung läuft man vom Startpunkt oben die unterschiedlichen Zweige entlang. Für die Warscheinlichkeit, als Summe die Null ($\Sigma = 0$) zu erhalten, muss bei beiden Verzweigungen der **linke** Zweig verfolgt werden. Die Warscheinlichkeiten von jeweils $\frac{3}{4}$ werden darum miteinander multipliziert.

Für die Summe 8 ($\Sigma = 8$) gibt es zwei mögliche Wege, entweder erst der linke Zweig (erste Ziehung ergibt 0) und dann der rechte Zweig (zweite Ziehung ergibt 8), oder zuerst der rechte Zweig (erste Ziehung ergibt 8) und dann der linke Zweig (zweite Ziehung ergibt 0). Die Warscheinlichkeiten für jeden Weg erhalten wir durch Multiplikation. Am Schluss werden beide Warscheinlichkeiten für beide Wege addiert.

Für die Summe 16 ($\Sigma = 16$) gibt es nur einen Weg, nämlich beide Male der rechte Zweig. Beide Warscheinlichkeiten von jeweils $\frac{1}{4}$ werden miteinander multipliziert.

$$\begin{aligned}
P(\Sigma 0) &= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} &&= \frac{9}{16} \\
P(\Sigma 8) &= \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} &&= \frac{3}{8} \\
P(\Sigma 16) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} &&= \frac{1}{16}
\end{aligned}$$

**Teil 2b:** Zur Lösung sind zwei verschiedene Ansätze möglich.

1. Man berechnet den Wert der durchschnittlich pro Spiel gezahlten Auszahlung.

2. Man berechnet den zu erwartenden Gewinn.

**Lösunsvariante 1:** Wie eben berechnet ist die Warscheinlichkeit für 0 € Auszahlung $\frac{9}{16}$, für 8 € Auszahlung $\frac{6}{16}$ und für 80 € Auszahlung $\frac{1}{16}$. Addiert man alle Produkte aus Auszahlungswert und deren Warscheinlichkeit, erhält man die durchschnittliche Auszahlung.

$$A_{\emptyset} = 0\,€ \cdot \frac{9}{16} + 8\,€ \cdot \frac{6}{16} + 80\,€ \cdot \frac{1}{16} = \frac{48\,€ + 80\,€}{16} = \frac{128\,€}{16} = 8\,€$$

**Anmerkung:** Das erste Produkt mit 0 € Auszahlung kann man in der Rechnung auch weglassen.

Der durchschnittliche Auszahlungswert ist genau so groß, wie der Einsatz, das Spiel ist fair.

**Lösunsvariante 2:** Wird nichts ausgezahlt, beträgt der „Gewinn“ −8 €, ist also ein Verlust. Die Warscheinlichkeit dafür liegt bei $\frac{9}{16}$. Werden 8 € ausgezahlt, wird nichts gewonnen oder verloren. Die zugehörige Warscheinlichkeit beträgt $\frac{6}{16}$. Werden aber 80 € ausgezahlt, beträgt der Gewinn 72 €. Die Warscheinlichkeit dafür beträgt $\frac{1}{16}$. Addiert man alle Produkte aus Gewinn/Verlust mit den jeweils zugehörigen Warscheinlichkeiten, dann erhält man den längerfristig zu erwartenden Gewinn/Verlust.

$$G_{\emptyset} = -8\,€ \cdot \frac{9}{16} + 0\,€ \cdot \frac{6}{16} + 72\,€ \cdot \frac{1}{16} = \frac{-72\,€ + 72\,€}{16} = 0\,€$$

**Anmerkung:** Das zweite Produkt mit 0 € Gewinn kann man in der Rechnung auch weglassen.

Der durchschnittliche Gewinn/Verlust beträgt 0 €, es gibt also weder einen Gewinn noch einen Verlust, das Spiel ist also fair.