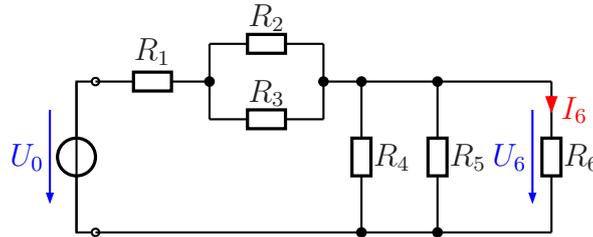


Berechnungen an einer Schaltung mit Widerständen

Gegeben ist nebenstehende Schaltung mit nachfolgenden Werten:

$$\begin{aligned}U_0 &= 70 \text{ V} \\R_1 &= 5 \Omega \\R_2 &= 10 \Omega \\R_3 &= 10 \Omega \\R_4 &= 100 \Omega \\R_5 &= 50 \Omega \\R_6 &= 100 \Omega\end{aligned}$$



- Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand R_{ges} , der an den eingezeichneten Anschlussklemmen an die Spannungsquelle U_0 angeschlossen ist!
- Wie groß sind die Spannung U_6 und der Strom I_6 ?
- Berechnen Sie die vom Widerstand R_6 aufgenommene Leistung P_6 sowie die von der Spannungsquelle abgegebene Leistung P_0 !

Lösung:

Frage a)

Zunächst werden die Widerstände R_4 , R_5 und R_6 zu einem Widerstand zusammengefasst. Ich nenne diesen Ersatzwiderstand R_{456} .

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{456}} &= \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \\ \frac{1}{R_{456}} &= \frac{1}{100 \Omega} + \frac{1}{50 \Omega} + \frac{1}{100 \Omega} \\ R_{456} &= 25 \Omega\end{aligned}$$

Auch die Widerstände R_2 und R_3 können zu einem Widerstand – nennen wir ihn R_{23} – zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{23}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ \frac{1}{R_{23}} &= \frac{1}{10 \Omega} + \frac{1}{10 \Omega} \\ R_{23} &= 5 \Omega\end{aligned}$$

Damit ist der gesuchte Ersatzwiderstand R_{ges} als Reihenschaltung von R_1 , R_{23} und R_{456} zu bestimmen.

$$\begin{aligned}R_{ges} &= R_1 + R_{23} + R_{456} \\ R_{ges} &= 5 \Omega + 5 \Omega + 25 \Omega \\ R_{ges} &= 35 \Omega\end{aligned}$$

Frage b)

Berechnung von U_6

Durch den Ersatzwiderstand R_{456} fließt der Gesamtstrom, der auch durch R_1 und die Parallelschaltung aus R_2 und R_3 fließt. Ich nenne diesen Strom I_1 . I_1 kann über das Ohmsche Gesetz aus U_0 und R_{ges} berechnet werden:

$$I_1 = \frac{U_0}{R_{ges}} = \frac{70 \text{ V}}{35 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Da dieser Strom auch durch den Ersatzwiderstand R_{456} fließt, kann über das Ohmsche Gesetz an diesem Widerstand die Spannung U_6 bestimmt werden:

$$U_6 = R_{456} \cdot I_1 = 25 \Omega \cdot 2 \text{ A} = 50 \text{ V}$$

Eine alternative Lösung dazu wäre mit Hilfe Kirchhoffsche Maschenregel möglich, aus der sich ergibt:

In einer Reihenschaltung stehen die Teilspannungen im gleichen Verhältnis, wie die zugehörigen Teilwiderstände.

Daraus ergibt sich beispielsweise:

$$\frac{R_{456}}{R_{ges}} = \frac{U_6}{U_0}$$

Diese Gleichung müsste nur nach U_6 umgestellt werden.

Berechnung von I_6

Da U_6 bekannt ist, ist es jetzt simpel:

$$I_6 = \frac{U_6}{R_6} = \frac{50 \text{ V}}{100 \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

Frage c)

Berechnung von P_6

Das geht ganz einfach so:

$$P_6 = \frac{U_6^2}{R_6} = \frac{(50 \text{ V})^2}{25 \Omega} = 100 \text{ W}$$

Alternativ kann man auch vorab den Strom I_6 über das Ohmsche Gesetz an R_6 bestimmen und damit die Leistung über $P_6 = U_6 \cdot I_6$ berechnen.

Berechnung von P_0

Auch das ist simpel:

$$P_0 = U_0 \cdot I_1 = 70 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 140 \text{ W}$$

oder als Alternative:

$$P_0 = \frac{U_0^2}{R_{ges}} = \frac{(70 \text{ V})^2}{35 \Omega} = 140 \text{ W}$$