

Musterlösung Klassenarbeit VBFS 24E Nr. 1

Gruppe A

Die Lösungsmengen für die nachfolgenden Gleichungssysteme sollen bestimmt werden.

Aufgabe 1

$$\begin{aligned}(1) \quad 9x - 4y &= 35 \\(2) \quad x - 7y &= 17\end{aligned}$$

Lösung: In Gleichung (2) steht x ohne Koeffizienten. Daher bietet sich das Einsetzungsverfahren an. Ich löse Gleichung (2) nach x auf.

$$\begin{aligned}x - 7y &= 17 && | + 7y \\x &= 7y + 17 && (7)\end{aligned}$$

Dieser Term wird in Gleichung (1) eingesetzt.

$$\begin{aligned}9x - 4y &= 35 \\9 \cdot (7y + 17) - 4y &= 35 \\63y + 153 - 4y &= 35 && | - 135 \\59y &= -118 && | : 59 \\y &= -2 && (7)\end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in die umgestellte Gleichung (2) eingesetzt.

$$x = 7y + 17 = 7 \cdot (-2) + 17 = 3 \quad (6)$$

Das Ergebnis wird als Lösungsmenge geschrieben: $L = \{(3 | -2)\}$

Aufgabe 2

$$\begin{aligned}(1) \quad & (5x - 3) \cdot 2 - 9(x + y) = 33 \\(2) \quad & -3 \cdot (2x - 3y) + 69 = 5x\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} (1) & (5x - 3) \cdot 2 - 9(x + y) & = & 33 \\ (2) & -3 \cdot (2x - 3y) + 69 & = & 5x \\ \hline (1) & 10x - 6 - 9x - 9y & = & 33 \\ (2) & -6x + 9y + 69 & = & 5x & | - 69 \\ \hline (1) & x - 6 - 9y & = & 33 & | + 6 \\ (2) & -6x + 9y & = & 5x - 69 & | - 5x \\ \hline (1) & x - 9y & = & 39 \\ (2) & -11x + 9y & = & -69 & (6) \\ \hline \end{array}$$

Gleichung (1) wird nach x umgestellt:

$$\begin{aligned} x - 9y &= 39 & | + 9y \\ x &= 39 + 9y & (4) \end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in (2) eingesetzt:

$$\begin{aligned} -11x + 9y &= -69 \\ -11 \cdot (39 + 9y) + 9y &= -69 \\ -429 - 99y + 9y &= -69 \\ -429 - 90y &= -69 & | + 429 \\ -90y &= 360 & | : (-90) \\ y &= -4 & (5) \end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in die umgestellte (1) eingesetzt:

$$\begin{aligned} x &= 39 + 9y \\ &= 39 + 9 \cdot (-4) \\ x &= 3 & (5) \end{aligned}$$

Ergebnis: $x = 3$ $y = -4$

Aufgabe 3

$$\begin{aligned}(1) \quad & (2x + 3y) \cdot 2 - (3x - 2y) = -22 \\(2) \quad & (3x - 5y) - (3x - 2y) \cdot 4 = -27\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{array}{r} (1) \quad (2x + 3y) \cdot 2 - (3x - 2y) = -22 \\ (2) \quad (3x - 5y) - (3x - 2y) \cdot 4 = -27 \\ \hline (1) \quad 4x + 6y - 3x + 2y = -22 \\ (2) \quad 3x - 5y - 12x + 8y = -27 \\ \hline (1) \quad x + 8y = -22 \\ (2) \quad -9x + 3y = -27 \quad (6)\end{array}$$

Gleichung (1) wird nach x umgestellt:

$$\begin{aligned}x + 8y &= -22 && | -8y \\x &= -22 - 8y && (4)\end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in (2) für x eingesetzt:

$$\begin{aligned}-9x + 3y &= -27 \\-9 \cdot (-22 - 8y) + 3y &= -27 \\198 + 72y + 3y &= -27 \\198 + 75y &= -27 && | -198 \\75y &= -225 && | : 75 \\y &= -3 && (5)\end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in die umgestellte Gleichung (1) eingesetzt:

$$\begin{aligned}x &= -22 - 8y \\x &= -22 - 8 \cdot (-3) \\&= -22 + 24 \\x &= 2 && (5)\end{aligned}$$

Ergebnis: $x = 2$ $y = -3$

Aufgabe 4

$$\begin{aligned}(1) \quad & 5(x-2) - 3(2x-9y) - 27 = 8(3x+2y) - 4(2x-3y) \\(2) \quad & 11 - 3(-x-4) - 4(3-2y) = 5(2x+y) - 4(-3x-5) + 20\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{array}{l} (1) \quad 5(x-2) - 3(2x-9y) - 27 = 8(3x+2y) - 4(2x-3y) \\ (2) \quad 11 - 3(-x-4) - 4(3-2y) = 5(2x+y) - 4(-3x-5) + 20 \\ \hline (1) \quad 5x - 10 - 6x + 27y - 27 = 24x + 16y - 8x + 12y \\ (2) \quad 11 + 3x + 12 - 12 + 8y = 10x + 5y + 12x + 20 + 20 \\ \hline (1) \quad \quad \quad -x + 27y - 37 = 16x + 28y \quad | + 37 - 16x - 28y \\ (2) \quad \quad \quad 3x + 8y + 11 = 22x + 5y + 40 \quad | - 11 - 22x - 5y \\ \hline (1) \quad \quad \quad -17x - y = 37 \\ (2) \quad \quad \quad -19x + 3y = 29 \quad \quad \quad (8) \\ \hline \end{array}$$

Gleichung (1) wird nach y umgestellt:

$$\begin{aligned}-17x - y &= 37 & | + 17x \\ -y &= 37 + 17x & | \cdot (-1) \\ y &= -37 - 17x & (4)\end{aligned}$$

Einsetzen in (2):

$$\begin{aligned}-19x + 3y &= 29 \\ -19x + 3(-37 - 17x) &= 29 \\ -19x - 111 - 51x &= 29 \\ -70x - 111 &= 29 & | + 111 \\ -70x &= 140 & | : (-70) \\ x &= -2 & (5)\end{aligned}$$

Einsetzen in umgestellte (1):

$$\begin{aligned}y &= -37 - 17x \\ y &= -37 - 17 \cdot (-2) \\ &= -37 + 34 \\ y &= -3 & (3)\end{aligned}$$

Ergebnis: $x = -2$ $y = -3$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned}(1) \quad 3x - 2y + 3z &= 16 \\(2) \quad 5x + 3y - 3z &= -10 \\(3) \quad 2x - 6y - z &= 11\end{aligned}$$

Lösung: Gleichung (3) wird nach z umgestellt:

$$\begin{aligned}2x - 6y - z &= 11 && | -2x + 6y \\-z &= 11 - 2x + 6y && | \cdot (-1) \\z &= -11 + 2x - 6y && (4)\end{aligned}$$

Einsetzen in (1) und in (2):

$$\begin{array}{r} (1) \quad 3x - 2y + 3z = 16 \\ (2) \quad 5x + 3y - 3z = -10 \\ \hline (1a) \quad 3x - 2y + 3 \cdot (-11 + 2x - 6y) = 16 \\ (2a) \quad 5x + 3y - 3 \cdot (-11 + 2x - 6y) = -10 \\ \hline (1a) \quad 3x - 2y - 33 + 6x - 18y = 16 \\ (2a) \quad 5x + 3y + 33 - 6x + 18y = -10 \\ \hline (1a) \quad 9x - 20y - 33 = 16 \quad | + 33 \\ (2a) \quad -x + 21y + 33 = -10 \quad | - 33 \\ \hline (1a) \quad 9x - 20y = 49 \\ (2a) \quad -x + 21y = -43 \quad (6)\end{array}$$

Gleichung (2a) nach x umstellen:

$$\begin{aligned}-x + 21y &= -43 && | -21y \\-x &= -43 - 21y && | \cdot (-1) \\x &= 43 + 21y && (2)\end{aligned}$$

Das Ergebnis in (1a) einsetzen:

$$\begin{aligned}9x - 20y &= 49 \\9 \cdot (43 + 21y) - 20y &= 49 \\387 + 189y - 20y &= 49 \\387 + 169y &= 49 && | - 387 \\169y &= -338 && | : 169 \\y &= -2 && (4)\end{aligned}$$

Das Ergebnis in die umgestellte (2a) einsetzen:

$$\begin{aligned}x &= 43 + 21y \\x &= 43 + 21 \cdot (-2) \\&= 43 - 42 \\x &= 1 && (2)\end{aligned}$$

Beide Ergebnisse in die umgestellte (3) einsetzen:

$$\begin{aligned}z &= -11 + 2x - 6y \\z &= -11 + 2 \cdot 1 - 6 \cdot (-2) \\&= -11 + 2 + 12 \\z &= 3\end{aligned}\tag{2}$$

Ergebnis: $x = 1$ $y = -2$ $z = 3$

Gruppe B

Die Lösungsmengen für die nachfolgenden Gleichungssysteme sollen bestimmt werden.

Aufgabe 1

$$\begin{aligned}(1) \quad x - 7y &= 19 \\(2) \quad 6x - 4y &= 38\end{aligned}$$

Lösung: In Gleichung (1) steht x ohne Koeffizienten. Daher verwende ich das Einsetzungsverfahren und löse Gleichung (1) nach x auf.

$$\begin{aligned}x - 7y &= 19 && | + 7y \\x &= 19 + 7y && (7)\end{aligned}$$

Dieser Term wird in Gleichung (2) eingesetzt.

$$\begin{aligned}6x - 4y &= 38 \\6 \cdot (19 + 7y) - 4y &= 38 \\114 + 42y - 4y &= 38 \\114 + 38y &= 38 && | - 114 \\38y &= -76 && | : 38 \\y &= -2 && (7)\end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in die umgestellte Gleichung (1) eingesetzt.

$$x = 19 + 7y = 19 + 7 \cdot (-2) = 19 - 14 = 5 \quad (6)$$

Das Ergebnis wird als Lösungsmenge geschrieben: $L = \{(5 | -2)\}$

Aufgabe 2

$$\begin{aligned}(1) \quad (5x - 2) \cdot 3 - 14(x - y) &= 47 \\(2) \quad -4 \cdot (4x - 2y) - 95 &= 5x\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} (1) & (5x - 2) \cdot 3 - 14(x - y) & = & 47 \\ (2) & -4 \cdot (4x - 2y) - 95 & = & 5x \\ \hline (1) & 15x - 6 - 14x + 14y & = & 47 \\ (2) & -16x + 8y - 95 & = & 5x \quad | + 95 \\ \hline (1) & x - 6 + 14y & = & 47 \quad | + 6 \\ (2) & -16x + 8y & = & 5x + 59 \quad | - 5x \\ \hline (1) & x + 14y & = & 53 \\ (2) & -21x + 8y & = & 95 \quad (6) \\ \hline \end{array}$$

Gleichung (1) wird nach x umgestellt:

$$\begin{aligned}x + 14y &= 53 & | - 14y \\x &= 53 - 14y & (4)\end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in (2) eingesetzt:

$$\begin{aligned}-21x + 8y &= 95 \\ -21 \cdot (53 - 14y) + 8y &= 95 \\ -1113 + 294y + 8y &= 95 \\ -1113 + 302y &= 95 & | + 1113 \\ 302y &= 1208 \\ y &= 4 & (5)\end{aligned}$$

Das Ergebnis wird in die umgestellte (1) eingesetzt:

$$\begin{aligned}x &= 53 - 14y \\ &= 53 - 14 \cdot 4 \\ x &= -3 & (5)\end{aligned}$$

Ergebnis: $x = -3$ $y = 4$

Aufgabe 3

$$\begin{aligned}(1) \quad (4x - 2y) \cdot 2 - (2x - 3y) &= 22 \\(2) \quad (6x - 2y) - (2x - y) \cdot 4 &= -14\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{array}{r} (1) \quad (4x - 2y) \cdot 2 - (2x - 3y) = 22 \\ (2) \quad (6x - 2y) - (2x - y) \cdot 4 = -14 \\ \hline (1) \quad 8x - 4y - 2x + 3y = 22 \\ (2) \quad 6x - 2y - 8x + 4y = -14 \\ \hline (1) \quad 6x - y = 22 \\ (2) \quad -2x + 2y = -14 \quad (6)\end{array}$$

Gleichung (1) wird nach y umgestellt:

$$\begin{array}{r} 6x - y = 22 \quad | - 6x \\ -y = 22 - 6x \quad | \cdot (-1) \\ y = -22 + 6x \quad (4)\end{array}$$

Das Ergebnis wird in (2) für y eingesetzt:

$$\begin{array}{r} -2x + 2y = -14 \\ -2x + 2 \cdot (-22 + 6x) = -14 \\ -2x - 44 + 12x = -14 \\ 10x - 44 = -14 \quad | + 44 \\ 10x = 30 \quad | : 10 \\ x = 3 \quad (5)\end{array}$$

Das Ergebnis wird in die umgestellte Gleichung (1) eingesetzt:

$$\begin{array}{r} y = -22 + 6x \\ y = -22 + 6 \cdot 3 \\ = -22 + 18 \\ y = -4 \quad (5)\end{array}$$

Ergebnis: $x = 3$ $y = -4$

Aufgabe 4

$$\begin{aligned}(1) \quad & 3(x - 5) - 4(3x - 2y) - 75 = 3(4x + 3y) - 5(-3x - 4) \\(2) \quad & -3(-x - 7) - 2(2 - 3y) = 4(2x + y) - 5(-3x - 4) + 53\end{aligned}$$

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} (1) & 3(x - 5) - 4(3x - 2y) - 75 & = & 3(4x + 3y) - 5(-3x - 4) \\ (2) & -3(-x - 7) - 2(2 - 3y) & = & 4(2x + y) - 5(-3x - 4) + 53 \\ \hline (1) & 3x - 15 - 12x + 8y - 75 & = & 12x + 9y + 15x + 20 \\ (2) & 3x + 21 - 4 + 6y & = & 8x + 4y + 15x + 20 + 53 \\ \hline (1) & -9x - 90 + 8y & = & 27x + 9y + 20 & | + 90 - 27x - 9y \\ (2) & 3x + 17 + 6y & = & 23x + 4y + 73 & | - 17 - 23x - 4y \\ \hline (1) & -36x - y & = & 110 \\ (2) & -20x + 2y & = & 56 & (8) \\ \hline \end{array}$$

Gleichung (1) wird nach y umgestellt:

$$\begin{aligned} -36x - y &= 110 & | + 36x \\ -y &= 110 + 36x & | \cdot (-1) \\ y &= -110 - 36x & (4) \end{aligned}$$

Einsetzen in (2):

$$\begin{aligned} -20x + 2y &= 56 \\ -20x + 2 \cdot (-110 - 36x) &= 56 \\ -20x - 220 - 72x &= 56 \\ -92x - 220 &= 56 & | + 220 \\ -92x &= 276 & | : (-92) \\ x &= -3 & (5) \end{aligned}$$

Einsetzen in umgestellte (1):

$$\begin{aligned} y &= -110 - 36x \\ y &= -110 - 36 \cdot (-3) \\ &= -110 + 108 \\ y &= -2 & (3) \end{aligned}$$

Ergebnis: $x = -3$ $y = -2$

Aufgabe 5

$$\begin{aligned}(1) \quad & 8x - 3y - 2z = 13 \\(2) \quad & 3x - y + 3z = 16 \\(3) \quad & 2x + 2y - 4z = -10\end{aligned}$$

Lösung: Gleichung (2) wird nach y umgestellt:

$$\begin{aligned}3x - y + 3z &= 16 && | -3x - 3z \\-y &= 16 - 3x - 3z && | \cdot (-1) \\y &= -16 + 3x + 3z && (4)\end{aligned}$$

Einsetzen in (1) und in (3):

$$\begin{array}{r} (1) \quad 8x - 3y - 2z = 13 \\ (3) \quad 2x + 2y - 4z = -10 \\ \hline (1a) \quad 8x - 3 \cdot (-16 + 3x + 3z) - 2z = 13 \\ (3a) \quad 2x + 2 \cdot (-16 + 3x + 3z) - 4z = -10 \\ \hline (1a) \quad 8x + 48 - 9x - 9z - 2z = 13 \\ (3a) \quad 2x - 32 + 6x + 6z - 4z = -10 \\ \hline (1a) \quad -x + 48 - 11z = 13 \quad | -48 \\ (3a) \quad 8x - 32 + 2z = -10 \quad | +32 \\ \hline (1a) \quad -x - 11z = -35 \\ (3a) \quad 8x + 2z = 22 \quad (6)\end{array}$$

Gleichung (1a) nach x umstellen:

$$\begin{aligned}-x - 11z &= -35 && | +11z \\-x &= -35 + 11z && | \cdot (-1) \\x &= 35 - 11z && (2)\end{aligned}$$

Das Ergebnis in (3a) einsetzen:

$$\begin{aligned}8x + 2z &= 22 \\8 \cdot (35 - 11z) + 2z &= 22 \\280 - 88z + 2z &= 22 \\280 - 86z &= 22 && | -280 \\-86z &= -258 && | : (-86) \\z &= 3 && (4)\end{aligned}$$

Das Ergebnis in die umgestellte (1a) einsetzen:

$$\begin{aligned}x &= 35 - 11z \\x &= 35 - 11 \cdot 3 \\&= 35 - 33 \\x &= 2 && (2)\end{aligned}$$

Beide Ergebnisse in die umgestellte (2) einsetzen:

$$\begin{aligned}y &= -16 + 3x + 3z \\y &= -16 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \\y &= -16 + 6 + 9 \\y &= -1\end{aligned}\tag{2}$$

Ergebnis: $x = 2$ $y = -1$ $z = 3$