

## Aufgabe mit Betrag

$$\frac{4}{1 - |2x + 1|} \leq \frac{7}{2}$$

Zweckmäßigerweise löst man im ersten Schritt den Betrag auf. Man erhält dadurch zwei zu untersuchende Fälle, nämlich mit  $2x + 1 \geq 0$  und mit  $2x + 1 < 0$ . Im nächsten Schritt wird dann mit dem (Haupt-) Nenner multipliziert, wodurch eine erneute Fallunterscheidung notwendig wird. Man erhält also insgesamt vier Fälle.

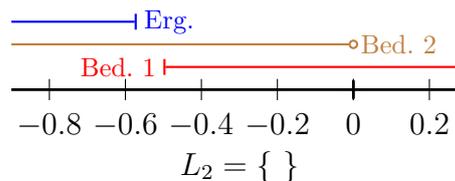
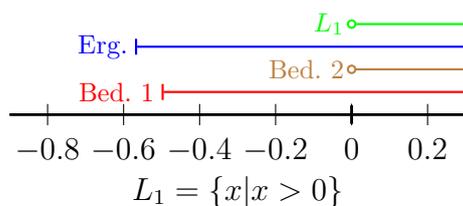
Aus Platzgründen werden die Fälle beim Auflösen des Betrages hintereinander dargestellt.

für  $x \geq -0,5$  :

$$\begin{aligned} \frac{4}{1 - (2x + 1)} &\leq \frac{7}{2} \\ \frac{4}{1 - 2x - 1} &\leq \frac{7}{2} \\ \frac{4}{-2x} &\leq \frac{7}{2} \quad | \cdot 2 \\ -\frac{4}{x} &\leq 7 \quad | \cdot x \end{aligned}$$

Für  $x = 0$  ist der linke Term nicht definiert. Daher muss dieser Fall nicht untersucht werden. Wir kommen daher zu nachfolgender Fallunterscheidung:

$$\begin{array}{ll} \text{für } x > 0 : & \text{für } x < 0 : \\ -4 \leq 7x \quad | : 7 & -\frac{4}{7} \geq x \\ -\frac{4}{7} \leq x & \end{array}$$



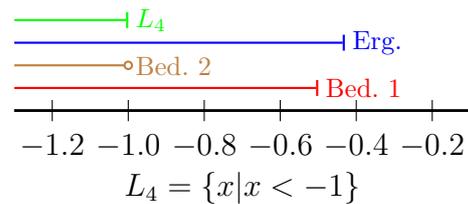
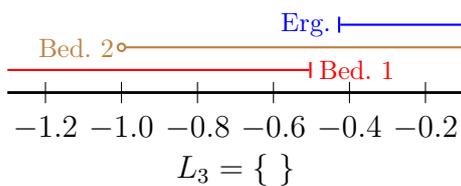
Es folgt der zweite Fall vom Auflösen des Betrages:

für  $x < -0,5$  :

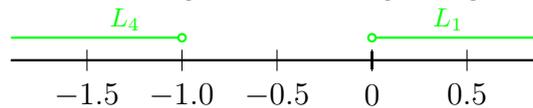
$$\begin{aligned} \frac{4}{1 + (2x + 1)} &\leq \frac{7}{2} \\ \frac{4}{1 + 2x + 1} &\leq \frac{7}{2} \\ \frac{4}{2x + 2} &\leq \frac{7}{2} \quad | \cdot 2 \\ \frac{4}{x + 1} &\leq 7 \quad | \cdot (x + 1) \end{aligned}$$

Für  $x = -1$  ist der linke Term nicht definiert. Daher muss dieser Fall nicht untersucht werden. Wir kommen daher zu nachfolgender Fallunterscheidung:

<u>für <math>x &gt; -1</math> :</u>	<u>für <math>x &lt; -1</math> :</u>
$4 \leq 7 \cdot (x + 1)$	
$4 \leq 7x + 7 \quad   -7$	
$-3 \leq 7x \quad   : 7$	
$-\frac{3}{7} \leq x$	$-\frac{3}{7} \geq x$



Zusammengefasste Lösungsmengen:



$$L = L_1 \cup L_4 = \{x | x < -1 \vee x > 0\}$$

Bleibt noch die Definitionsmenge nachzutragen. Die Lücken im Definitionsbereich sind dort, wo der Nenner Null wird. Das ist der Fall bei  $x = 0$  und  $x = -1$ .

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$$