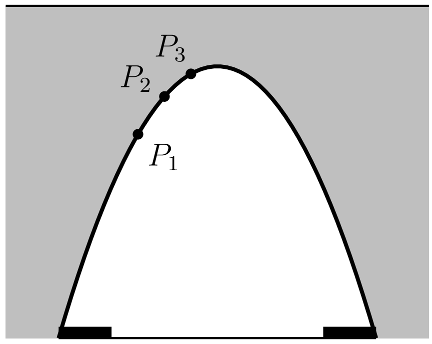
Vorklausur Mathematik

Klasse: **TMT 21**	Name:	Datum: 23.04.2016
Punkte:	von 180 Ordnungsfaktor:	%
Blätterzahl:	Note:	

Eine Musterlösung ist hier zu finden:
http://www.dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/tmt21.pdf

Aufgabe 1

Für die Unterquerung einer Bahnstrecke durch eine Straße soll ein parabelförmiger Brückenbogen verwendet werden. Am linken und rechten Rand der Straße verlaufen zwei gleichbreite Bürgersteige.



Von der linken Bordsteinkante (rechter Rand des linken Bürgersteigs) aus gemessen werden folgende Höhen des Brückenbogens festgelegt:

Abstand vom Bordstein:	0,50 m	1,00 m	1,50 m
Höhe:	5,40 m	6,40 m	7,00 m

Die zugehörigen Messpunkte sind in der Skizze als P_1, P_2 und P_3 eingetragen.

a) Legen Sie ein geeignetes Koordinatensystem in die Skizze!

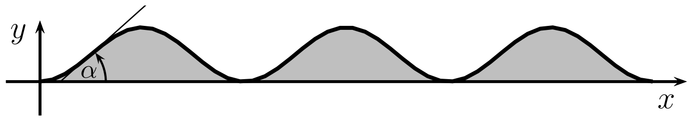
b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Quadratischen Funktion, die den Brückenbogen darstellt!

c) Welche Breite haben die Bürgersteige und die Fahrbahn?

d) Kann ein Schwertransporter mit 3 m Breite und 5 m Höhe durch die Unterführung fahren?

Aufgabe 2

Es soll im Zielbereich des P-Weg-Mountainbike-Rennens von Plettenberg als Publikumsattraktion ein sogenannter „Pumptrack“ aufgebaut werden. Hierunter versteht man eine wellenartige Fahrbahnstruktur, wie nebenstehend dargestellt. Der Rennfahrer muss dabei drei Wellen hinauf und wieder hinunter fahren. In der Einheit **Meter** ist für den Fahrbahnverlauf diese Funktion vorgesehen:



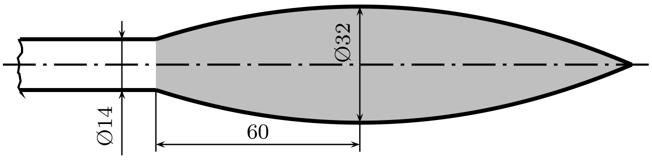
$$f(x) = 0{,}4 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + k$$

1. Bestimmen Sie den Parameter k so, dass die Rennfahrer ohne Stufe am Koordinatenursprung in die Rampe hineinfahren können. (Die x-Achse stellt die Fahrbahnhöhe außerhalb der Rampe dar.)
2. Welche Gesamthöhe hat jede der zu durchfahrenden Wellen?
3. Welche Gesamtlänge hat die Rampenkonstruktion?
4. Wo liegen die steilsten Stellen der Fahrbahn und wie groß ist der Steigungswinkel α dort?

Runden Sie bitte die Längenmaße auf ganze Zentimeter, den Winkel α auf $\frac{1}{10}$ Grad!

Aufgabe 3

Eine modern gestylte Türklinke soll als Griff einen Drehkörper aus Edelstahl X8CrNi18-9 mit einer Dichte von $\rho = 7{,}852\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ bekommen. Die Oberflächenkontur im Längsschnitt ist eine Parabel. Am linken Rand hat der Griff einen Durchmesser von 14 mm. 60 mm rechts davon hat der Körper seinen größten Durchmesser mit 32 mm. Am rechten Ende läuft der Griff spitz zu. Berechnet werden soll nur der hier grau markierte Teil, der zylindrische Ansatz am linken Rand bleibt unberücksichtigt.

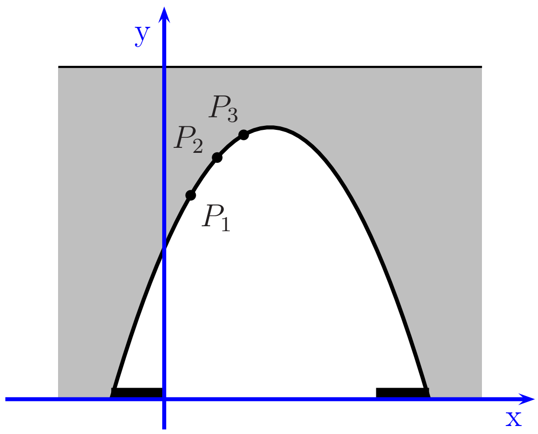


1. Legen Sie eingeeignetes Koordinatensystem in das Werkstück!
2. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $f(x)$ der Parabel!
3. Welche Länge hat das grau markierte Türklinkenteil?
4. Welche Masse hat dieses Türklinkenteil?
5. Wieviel % des Rohlings (ein Zylinder mit 32 mm Durchmesser und der Länge gemäß Punkt 3) muss zerspant werden?

Lösungen:

Aufgabe 1

zu a) Die x-Achse wird auf das Straßenniveau gelegt. Alle Höhenmaße werden von hier aus gemessen. Da sich alle angegebenen horizontalen Maße auf den **linken Bordsteinrand** beziehen, ist es zweckmäßig, hier den Koordinatenursprung hin zu legen.



zu b) Die Normalform der Quadratischen Funktion lautet:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Aus den drei Höhenangaben in unterschiedlichen Abständen vom Bordsteinrand ergeben sich diese drei Punkte auf der Parabel:

$$P_1(0{,}5|5{,}4) \qquad P_2(1|6{,}4) \qquad P_1(1{,}5|7)$$

Die Koordinaten jedes Punktes werden in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{array}{lrcll}
(1) & f(0{,}5) & = & 5{,}4 & \Rightarrow\ a\cdot 0{,}5^2 + b\cdot 0{,}5 + c = 5{,}4 \\
(2) & f(1) & = & 6{,}4 & \Rightarrow\ a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c = 6{,}4 \\
(3) & f(1{,}5) & = & 7 & \Rightarrow\ a\cdot 1{,}5^2 + b\cdot 1{,}5 + c = 7
\end{array}$$

Zusammengefasst erhält man ein Lineargleichungssystem 3. Ordnung.

$$\boxed{\begin{array}{lrrrcl}
(1) & 0{,}25a & +0{,}5b & +c & = & 5{,}4 \\
(2) & a & +b & +c & = & 6{,}4 \\
(3) & 2{,}25a & +1{,}5b & +c & = & 7
\end{array}}$$

Dieses Gleichungssystem kann mit jedem beliebigen Verfahren gelöst werden. Es bietet sich beispielsweise die Cramersche Regel an.

$$\begin{aligned}
a &= \frac{\begin{vmatrix} 5{,}4 & 0{,}5 & 1 \\ 6{,}4 & 1 & 1 \\ 7 & 1{,}5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0{,}25 & 0{,}5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2{,}25 & 1{,}5 & 1 \end{vmatrix}} \\
&= \frac{5{,}4 + 3{,}5 + 9{,}6 - 7 - 8{,}1 - 3{,}2}{0{,}25 + 1{,}125 + 1{,}5 - 2{,}25 - 0{,}375 - 0{,}5} \\
&= \frac{0{,}2}{-0{,}25} \\
a &= -0{,}8
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
b &= \frac{\begin{vmatrix} 0{,}25 & 5{,}4 & 1 \\ 1 & 6{,}4 & 1 \\ 2{,}25 & 7 & 1 \end{vmatrix}}{-0{,}25} \\
&= \frac{1{,}6 + 12{,}15 + 7 - 14{,}4 - 1{,}75 - 5{,}4}{-0{,}25} \\
&= \frac{-0,8}{-0{,}25} \\
b &= 3{,}2
\end{aligned}
$$

Ich setze beide Werte in Gleichung (2) ein, um den Parameter c zu bestimmen.

$$
\begin{aligned}
a + b + c &= 6{,}4 \\
-0{,}8 + 3{,}2 + c &= 6{,}4 \quad -2{,}4 \\
c &= 4
\end{aligned}
$$

Damit lautet die gesuchte Funktionsgleichung: $\boxed{f(x) = -0{,}8x^2 + 3{,}2x + 4}$

zu c) Für die Bestimmung der Bürgersteigbreite bestimmt man sinnvollerweise die Nullstellen der Funktion.

$$
\begin{aligned}
f(x_0) &= 0 \\
-0{,}8x_0^2 + 3{,}2x_0 + 4 &= 0 \qquad\qquad |:(-0{,}8) \\
x_0^2 - 4x_0 - 5 &= 0 \\
x_{01/2} &= 2 \pm \sqrt{4+5} \\
&= 2 \pm 3 \\
x_{01} = -1 \qquad & x_{02} = 5
\end{aligned}
$$

Die linke Bürgersteigkante des linken Bürgersteiges liegt bei $x_{01} = -1$, die rechte im Koordinatenursprung bei $x = 0$. Daher beträgt die Bürgersteigbreite der Differenz dieser beiden x-Werte: $\boxed{B = 1\,\mathrm{m}}$

Aus $x_{01} = -1$ und $x_{02} = 5$ ergibt sich die Gesamtbreite des Tunnels von 6 m. Subtrahiert man davon die beiden Bürgersteigbreiten von je 1 m, dann erhält man die Fahrbahnbreite: $\boxed{F = 4\,\mathrm{m}}$

zu d) Es gibt zwei mögliche Lösungsansätze:

1. Man bestimmt die x-Werte, die zur maximal zulässigen Höhe vom 5 m passen und bestimmt deren Abstand. Dieser sollte mindestens 3 m betragen.

2. Man bestimmt zunächst den Scheitelpunkt der Parabel und legt dann symmetrisch zu seinem x-Wert die x-Werte fest, die zu der maximalen Breite von 3 m passen. Dann bestimmt man die zugehörigen y-Werte. Diese Höhen sollten dann mindestens 5 m betragen.

Lösungsvariante 1:

$$\begin{array}{rcll} f(x_H) & = & 5 & \\ -0{,}8x_H^2 + 3{,}2x_H + 4 & = & 5 & \mid -5 \\ -0{,}8x_H^2 + 3{,}2x_H - 1 & = & 0 & \mid : (-0{,}8) \\ x_H^2 - 4x_H + 1{,}25 & = & 0 & \\ x_{H1/2} & = & 2 \pm \sqrt{2^2 - 1{,}25} & \\ & = & 2 \pm \sqrt{2{,}75} & \\ & \approx & 2 \pm 1{,}658 & \\ x_{H1} \approx 0{,}342 & & x_{H2} \approx 3{,}658 & \end{array}$$

Aus der Differenz bekommen wir die Breite B des Parabelbogens im Bereich der vorgegebenen Mindesthöhe von 5 m.

$$B = x_{H2} - x_{H1} \approx 3{,}658 - 0{,}342 = 3{,}316$$

Da der LKW mit maximal 3 m schmaler als 3,316 m ist, passt er unter der Unterführung hindurch.

Lösungsvariante 2:
Der x-Wert des Scheitelpunktes kann durch diese Formel bestimmt werden:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{3{,}2}{2 \cdot (-0{,}8)} = 2$$

Fährt der LKW mittig unter dem Parabelbogen hindurch, dann befindet sich seine linke bzw. rechte Seite jeweils eine halbe Fahrzeugbreite neben dem Scheitelpunkt.

$$x_L = 2 - \frac{3}{2} = 0{,}5$$

$$x_R = 2 + \frac{3}{2} = 3{,}5$$

Ob man nun die Höhe bei x_L oder bei x_R bestimmt, ist gleichgültig. Wegen der Spiegelsymmetrie zum Scheitelpunkt müssen beide Werte gleich sein.

$$h_{max} = f(x_L) = -0{,}8x_L^2 + 3{,}2x_L + 4 = -0{,}8 \cdot 0{,}5^2 + 3{,}2 \cdot 0{,}5 + 4 = 5{,}4$$

Der LKW dürfte demnach 5,4 m hoch sein, bis er bei mittiger Fahrt anstößt. Weil er nur 5 m hoch ist, kann er die Unterführung passieren.

Aufgabe 2

Teil 1: Den tiefsten Punkt mit $y = 0$ erreicht man, wenn der Sinuswert -1 ist. (Alternativ könnten natürlich auch mit Hilfe der ersten Ableitung die Tiefpunkte bestimmt werden.)

$$\begin{aligned} 0 &= 0{,}4 \cdot (-1) + k \\ 0 &= -0{,}4 + k \qquad | + 0{,}4 \\ 0{,}4 &= k \end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $\boxed{f(x) = 0{,}4 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 0{,}4}$

Teil 2: Den höchsten y-Wert erreicht man, wenn der Sinuswert $+1$ beträgt. (Alternativ könnten natürlich auch mit Hilfe der ersten Ableitung die Hochpunkte bestimmt werden.)

$$h = 0{,}4 \cdot 1 + 0{,}4 = 0{,}8$$

Die Höhe beträgt: $\boxed{h = 80\,\text{cm}}$

Teil 3: Die Gesamtlänge der Rampe beträgt drei Perioden der Sinusfunktion. Dazu muss das Argument der Sinusfunktion drei mal einen Winkel von 2π durchlaufen.

$$\begin{aligned} \left(2x_L - \frac{\pi}{2}\right) - \left(2 \cdot 0 - \frac{\pi}{2}\right) &= 3 \cdot 2\pi \\ 2x_L - \frac{\pi}{2} - 2 \cdot 0 + \frac{\pi}{2} &= 6\pi \\ 2x_L &= 6\pi \qquad | : 2 \\ x_L &= 3\pi \\ x_L &\approx 9{,}42 \end{aligned}$$

Die Rampenlänge beträgt: $\boxed{x_L = 3\pi\,\text{m} \approx 9{,}42\,\text{m}}$

Teil 4: Die steilsten Stellen liegen in den Wendepunkten. Dafür wird die zweite Ableitung benötigt, für die Kontrolle auch die dritte.

$$\begin{aligned}
f(x) &= 0{,}4 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 0{,}4 \\
f'(x) &= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= 0{,}8 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \\
f''(x) &= 0{,}8 \cdot 2 \cdot \left(-\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)\right) \\
&= -1{,}6 \cdot \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \\
f'''(x) &= -1{,}6 \cdot 2 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= -3{,}2 \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)
\end{aligned}$$

An der Wendestelle muss die zweite Ableitung Null sein.

$$\begin{aligned}
f''(x_W) &= 0 \\
-1{,}6 \cdot \sin\left(2x_W - \frac{\pi}{2}\right) &= 0 \qquad | : (-1{,}6) \\
\sin\left(2x_W - \frac{\pi}{2}\right) &= 0 \qquad | \arcsin \ldots \\
2x_W - \frac{\pi}{2} &= \arcsin 0
\end{aligned}$$

Da die Sinusfunktion für alle Winkel $z \cdot \pi$ mit $z \in \mathbb{Z}$ Null ergibt, gibt es keine eindeutige Lösung. An allen diesen Stellen liegt wegen der Periodizität der Sinusfunktion zumindest betragsmäßig die gleiche Steigung vor.

$$\begin{aligned}
2x_W - \frac{\pi}{2} &= \arcsin 0 \\
2x_W - \frac{\pi}{2} &= z \cdot \pi \qquad | + \frac{\pi}{2} \\
2x_W &= z \cdot \pi + \frac{\pi}{2} \qquad | : 2 \\
x_W &= z \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\
x_W &= \frac{(2z+1) \cdot \pi}{4}
\end{aligned}$$

Im Bereich der Rampe mit $0 \leq x \leq 3 \cdot \pi$ sind das die Werte:

$$\boxed{x_{W1} = \tfrac{\pi}{4} \qquad x_{W2} = \tfrac{3\pi}{4} \qquad x_{W3} = \tfrac{5\pi}{4} \qquad x_{W4} = \tfrac{7\pi}{4} \qquad x_{W5} = \tfrac{9\pi}{4} \qquad x_{W6} = \tfrac{11\pi}{4}}$$

Diese Werte erhält man, wenn man für z die Werte von 0 bis 5 einsetzt.

Mit der dritten Ableitung kann nun geprüft werden ob tatsächlich Wendepunkte vorliegen. Wegen der Periodizität der Sinusfunktion mit der Periode 2π sind die Werte von x_{W1}, x_{W3}, x_{W5} einerseits und die Werte von x_{W2}, x_{W4}, x_{W6} andererseits jeweis identisch. Es reicht also aus, die Prüfung mit x_{W1} und x_{W2} durchzuführen.

$$f'''(x_{W1}) = -3{,}2 \cdot \cos\left(2x_{W1} - \frac{\pi}{2}\right) = -3{,}2 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = -3{,}2 \neq 0$$

$$f'''(x_{W2}) = -3{,}2 \cdot \cos\left(2x_{W2} - \frac{\pi}{2}\right) = -3{,}2 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = 3{,}2 \neq 0$$

Die dritte Ableitung ist in beiden (und damit in allen) Fällen $\neq 0$, damit ist nachgewiesen, dass es sich tatsächlich um Wendepunkte handelt. Mit Hilfe der ersten Ableitung kann nun die jeweilige zugehörige Steigung bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
m_1 &= f'(x_{W1}) \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos\left(2x_{W1} - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos 0 \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot 1 \\
m_1 &= 0{,}8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 &= f'(x_{W2}) \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos\left(2x_{W2} - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot \cos \pi \\
&= 0{,}4 \cdot 2 \cdot (-1) \\
m_2 &= -0{,}8
\end{aligned}$$

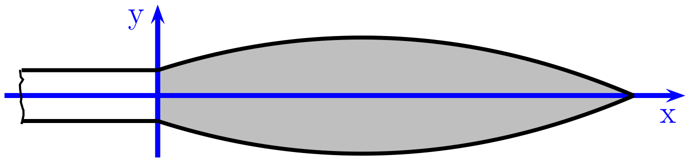
Ergebnis: Bei x_{W1}, x_{W3} und x_{W5} geht es mit einer Steigung von $m_1 = 0{,}8$ bergauf, bei x_{W2}, x_{W4} und x_W mit einer Steigung von $m_2 = -0{,}8$ bergab. Der zugehörige Steigungswinkel muss bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
\tan \alpha_1 &= m_1 \\
\alpha_1 &= \arctan m_1 \\
&= \arctan 0{,}8 \\
\alpha_1 &\approx 38{,}7^\circ
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tan \alpha_2 &= m_2 \\
\alpha_2 &= \arctan m_2 \\
&= \arctan(-0{,}8) \\
\alpha_2 &\approx -38{,}7^\circ
\end{aligned}$$

Aufgabe 3

Teil 1: Das Koordinatensystem muss mit seiner Abszisse auf die Rotationsachse des Drehkörpers gelegt werden. Wo die Ordinate liegt, ist zweitrangig. Sinnvoll ist es beispielsweise, sie auf die linke Begrenzung der Klinke zu legen, wie nebenstehend dargestellt. Von deren Lage hängt dann natürlich auch die Funktionsgleichung ab. Bei anderer Festlegung bekommt man ggf. zwischendurch andere Werte.



Teil 2 Die Funktionsgleichung wird bestimmt. Die Normalform einer Parabelgleichung lautet:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Da ein Hochpunkt bekannt ist, benötigt man auch die erste Ableitung:

$$f'(x) = 2ax + b$$

Ich rechne in der Einheit **Millimeter**. Aus Vereinfachungsgründen wird während der Rechnung die Einheit weggelssen.

Aus den Daten für den linken Randpunkt und den Hochpunkt erhält man folgende Gleichungen:

$$\begin{array}{llcllcrcll}
(1) & f(0) & = & 7 & \Rightarrow & a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c & = & 7 & \Rightarrow & c = 7 \\
(2) & f(60) & = & 16 & \Rightarrow & a\cdot 60^2 + b\cdot 60 + c & = & 16 & & \\
(3) & f'(60) & = & 0 & \Rightarrow & 2a\cdot 60 + b & = & 0 & &
\end{array}$$

Aus der ersten Gleichung ergab sich sofort der Parameter b. Dieser Wert wird in (2) eingesetzt. Die Gleichungen werden dann noch zusammengefasst. Man erhält dann ein Lineargleichungssystem 2. Ordnung:

$$\boxed{\begin{array}{lrrcr}
(2) & 3\,600a & +60b & = & 9 \\
(3) & 120a & +b & = & 0
\end{array}}$$

Dieses Gleichungssystem kann mit einem beliebigen Verfahren gelöst werden. Das **Einsetzungsverfahren** bietet sich hier jedoch besonders an. Gleichung (3) wird nach b aufgelöst und in (2) eingesetzt.

$$\begin{array}{rcll}
120a + b & = & 0 & \quad | - 120a \\
b & = & -120a &
\end{array}$$

Einsetzen in (2):

$$\begin{aligned}
3\,600a + 60b &= 9 \\
3\,600a + 60 \cdot (-120a) &= 9 \\
3\,600a - 7\,200a &= 9 \\
-3\,600a &= 9 \qquad \qquad | : (-3\,600) \\
a &= -0{,}0025
\end{aligned}$$

Der Parameter b wird aus der umgestellten Gleichung (3) berechnet:

$$b = -120a = -120 \cdot (-0{,}0025) = 0{,}3$$

Die Funktionsgleichung lautet damit: $\boxed{f(x) = -0{,}0025x^2 + 0{,}3x + 7}$

Teil 3: Zur Bestimmung der Länge müssen die Nullstellen von $f(x)$ berechnet werden.

$$\begin{aligned}
f(x_0) &= 0 \\
-0{,}0025x_0^2 + 0{,}3x_0 + 7 &= 0 \qquad \qquad | : (-0{,}0025) \\
x_0^2 - 120x_0 - 2\,800 &= 0 \\
x_{01/2} &= 60 \pm \sqrt{3\,600 + 2\,800} \\
x_{01/2} &= 60 \pm 80 \\
x_{01} = 140 & \qquad x_{02} = -20
\end{aligned}$$

Der Wert für x_{02} entfällt, er liegt links neben dem Türklinkenteil. Der Wert $x_{01} = 140$ stellt das rechte Ende der Klinke dar. Da er im Koordinatenursprung beginnt, ist das zugleich auch seine Länge.

Die Länge des Türklinkenteils beträgt: $\boxed{l = 140\,\text{mm}}$

Teil 4: Das Volumen des Rotationskörpers wird berechnet.

$$\begin{aligned}
V &= \pi \cdot \int_a^b f^2(x)\,dx \\
&= \pi \cdot \int_0^{140} \left(-0{,}0025x^2 + 0{,}3x + 7\right)^2\,dx \\
&= \pi \cdot \int_0^{140} 0{,}000\,006\,25x^4 - 0{,}0015x^3 + 0{,}055x^2 + 4{,}2x + 49\,dx \\
&\approx \pi \cdot \left[0{,}000\,001\,25x^5 - 0{,}000\,35x^4 + 0{,}018\,333x^3 + 2{,}1x^2 + 49x\right]_0^{140} \\
&\approx \pi \cdot \left([0{,}000\,001\,25 \cdot 140^5 - 0{,}000\,35 \cdot 140^4 + 0{,}018\,333 \cdot 140^3 + 2{,}1 \cdot 140^2 + 49 \cdot 140] - [0]\right) \\
&\approx \pi \cdot 31\,099 \\
V &\approx 97\,700
\end{aligned}$$

Das Volumen beträgt: $\boxed{V \approx 97\,700\,\mathrm{mm}^3}$

Damit kann die Masse bestimmt werden.

$$m = \rho \cdot V \approx 7{,}852\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \cdot 97{,}7\,\mathrm{cm}^3 \approx 767{,}14\,\mathrm{g}$$

Das Klinkenteil hat eine Masse von $\boxed{V \approx 767{,}14\,\mathrm{g}}$

Teil 5: Das Gesamtvolumen V_{Zyl} des zylindrischen Rohlings wird bestimmt.

$$V_{Zyl} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot (32\,\mathrm{mm})^2 \cdot 140\,\mathrm{mm} \approx 112\,595\,\mathrm{mm}^3$$

Für die Bestimmung des Verschnittes V_{Ver} muss hiervon das Volumen des Klinkenkörpers V subtrahiert werden.

$$V_{Ver} = V_{Zyl} - V = 112\,595\,\mathrm{mm}^3 - 97\,700\,\mathrm{mm}^3 = 14\,895\,\mathrm{mm}^3$$

Hiermit kann nun der Prozentanteil des Verschnittes bestimmt werden.

$$P = \frac{V_{Ver} \cdot 100\,\%}{V_{Zyl}} = \frac{14\,895\,\mathrm{mm}^3 \cdot 100\,\%}{112\,595\,\mathrm{mm}^3} = 13{,}23\,\%$$

Der Verschnitt beträgt: $\boxed{P \approx 13{,}23\,\%}$