

Besondere Problemstellung aus dem Bereich Flächen, Volumen, Dreisatz

Wolfgang Kippels

6. Mai 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	2
2	Einleitung	3
3	Aufgabenstellungen	3
3.1	Aufgabe 1	3
3.2	Aufgabe 2	3
3.3	Aufgabe 3	3
4	Lösungen der Aufgaben	4
4.1	Aufgabe 1	4
4.2	Aufgabe 2	6
4.3	Aufgabe 3	7

1 Vorwort

Diese und ähnliche Anleitungen zu erstellen erfordert sehr viel Zeit und Mühe. Trotzdem stelle ich alles kostenfrei der Allgemeinheit zur Verfügung. Wenn Sie diese Datei hilfreich finden, dann bitte ich Sie um Erfüllung des nachfolgend beschriebenen „Generationenvertrages“:

Wenn Sie später einmal Ihre Ausbildungsphase beendet haben und im Beruf stehen (oder auch noch danach), geben Sie bitte Ihr Wissen in geeigneter Form an die nachfolgende Generation weiter.

Wenn Sie mir eine Freude machen wollen, dann schreiben Sie mir bitte eine kleine Email an die folgende Adresse: mail@dk4ek.de

Vielen Dank!

2 Einleitung

Es gibt eine ganze Reihe praktischer Probleme, die mit Hilfsmitteln aus dem Bereich der Mathematik gelöst werden können. Manchmal führt eine „blinde“ Anwendung mathematischer Methoden zu falschen Ergebnissen, wenn bestimmte Randbedingungen nicht beachtet werden. Hier soll eine Aufgabensammlung solcher Aufgaben vorgestellt werden. Mögliche Lösungen dazu stehen in einem späteren Kapitel.

3 Aufgabenstellungen

3.1 Aufgabe 1

Ein Fußboden mit einer Länge von 3,40 m und einer Breite von 2,90 m soll gefliest werden. Die Fliesen haben die Abmessungen 60 cm \times 30 cm. Darin ist die erforderliche Fugenbreite zwischen den Fliesen bereits enthalten. Die lange Seite der Fliesen soll in der Richtung der Länge des Fußbodens ausgelegt werden.

3.2 Aufgabe 2

An einem Grundstück soll zur Straßenseite ein Maschendrahtzaun aufgespannt werden. Die Frontseite des Grundstückes hat eine Länge von 5,80 Meter. Der Zaun wird durch Zaunpfähle aufgespannt. Der Abstand zwischen zwei Zaunpfählen darf keinesfalls größer als 80 Zentimeter sein.

1. Wieviele Zaunpfähle sind erforderlich?
2. Welchen Abstand sollen die Zaunpfähle haben, wenn die Abstände immer gleich groß sein sollen?

3.3 Aufgabe 3

In der Krankenstation eines Krankenhauses sind 6 Krankenpfleger beschäftigt. Um am Morgen bei allen 36 Patienten den Blutdruck und das Fieber zu messen, benötigen sie 18 Minuten. In welcher Zeit ist die Arbeit erledigt, wenn ein Krankenpfleger ausfällt?

4 Lösungen der Aufgaben

4.1 Aufgabe 1

Ein Fußboden mit einer Länge von 3,40 m und einer Breite von 2,90 m soll gefliest werden. Die Fliesen haben die Abmessungen 60 cm × 30 cm. Darin ist die erforderliche Fugenbreite zwischen den Fliesen bereits enthalten. Die lange Seite der Fliesen soll in der Richtung der Länge des Fußbodens ausgelegt werden.

Zunächst eine falsche Lösung: Ich benenne die Bodenfläche des Raumes mit A_B und die Fläche einer Fliese mit A_F .

$$\begin{aligned}A_B &= l \cdot b \\ &= 3,40 \text{ m} \cdot 2,90 \text{ m} \\ &= 340 \text{ cm} \cdot 290 \text{ cm} \\ A_B &= 98\,600 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_F &= 60 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \\ A_F &= 1\,800 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Ich nenne die Anzahl der erforderlichen Fliesen n .

$$\begin{aligned}n \cdot A_F &= A_B && | : A_F \\ n &= \frac{A_B}{A_F} \\ &= \frac{98\,600 \text{ cm}^2}{1\,800 \text{ cm}^2} \\ &\approx 54,444\end{aligned}$$

Ich runde auf ganze Fliesen und erhalte 54 erforderliche Fliesen.

Welche Fehler wurden hier gemacht?

Fehler 1: Es wurde **abgerundet**. Das ist zwar mathematisch korrekt, weil aber 54 Fliesen eben **nicht ganz** ausreichen, um den Boden komplett zu bedecken, reicht das nicht aus. Fast eine halbe Fliese fehlt. Wenn kein anderer Fehler vorhanden wäre, müssten wir also 55 Fliesen bereithalten.

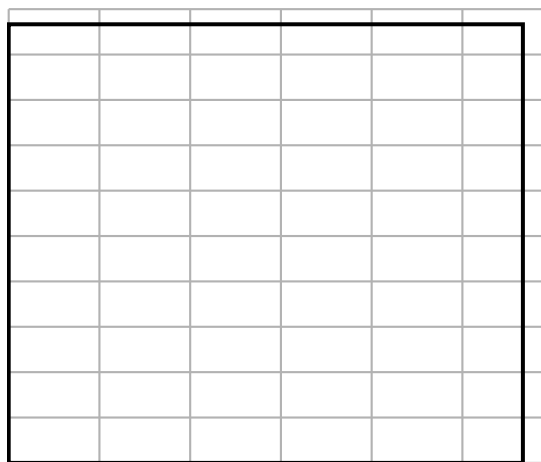
Fehler 2: Legt man beispielsweise entlang der Länge des Raumes Fliesen aneinander, dann passen sie nicht **genau** auf die Raumlänge von 3,40 m. 5 Fliesen decken 3,00 m ab, 6 Fliesen würden auf eine Länge von 3,60 m passen. Das bedeutet, von der letzten Fliese müssen 20 cm abgeschnitten werden. Dieses Reststück ist zu kurz, als dass man es in der nächsten Reihe hinter 5 komplette Fliesen legen könnte. (Außerdem kann es sein, dass das auch aus Gründen des Fliesenmusters nicht passt. Dies wollen wir an dieser Stelle einmal außer Acht lassen.) Mit anderen Worten: In jeder Reihe bleibt ein

Reststück übrig, das als sogenannter „Verschnitt“ – also Abfall – keine weitere Verwendung finden kann. Sinngemäß das gleiche gilt auch für die Breite des Raumes. Auch hier passen die Abmessungen einer Fliese nicht genau zur Raumbreite.

Es folgt eine korrekte Lösung: Nebestehend ist ein Lageplan der Fliesen dargestellt.

Wir bestimmen zunächst die Zahl der Fliesen n_1 , die für jede Reihe erforderlich ist. Hier muss **immer** auf eine ganze Zahl aufgerundet werden.

$$\begin{aligned} n_1 \cdot 60 \text{ cm} &= 3,40 \text{ m} \quad | : 60 \text{ cm} \\ n_1 &= \frac{3,40 \text{ m}}{60 \text{ cm}} \\ &= \frac{340 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} \\ &\approx 5,667 \end{aligned}$$



Durch **Aufrunden** erhalten wir $n_1 = 6$.

Die erforderliche Anzahl der Reihen nenne ich n_2 . Ich berechne n_2 :

$$\begin{aligned} n_2 \cdot 30 \text{ cm} &= 2,90 \text{ m} \quad | : 30 \text{ cm} \\ n_2 &= \frac{2,90 \text{ m}}{30 \text{ cm}} \\ &\approx 9,667 \end{aligned}$$

Durch **Aufrunden** erhalten wir $n_2 = 10$.

Es sind also 10 Reihen zu je 6 Fliesen erforderlich. Das sind $n = 10 \cdot 6 = 60$ Fliesen.

4.2 Aufgabe 2

An einem Grundstück soll zur Straßenseite ein Maschendrahtzaun aufgespannt werden. Die Frontseite des Grundstückes hat eine Länge von 5,80 Meter. Der Zaun wird durch Zaunpfähle aufgespannt. Der Abstand zwischen zwei Zaunpfählen darf keinesfalls größer als 80 Zentimeter sein.

1. Wieviele Zaunpfähle sind erforderlich?
2. Welchen Abstand sollen die Zaunpfähle haben, wenn die Abstände immer gleich groß sein sollen?

Aufgabenteil 1:

Zunächst eine fehlerhafte Lösung.

$$\begin{aligned}n &= \frac{5,80 \text{ m}}{0,80 \text{ m}} \\ &= 7,25 \\ &\approx 7\end{aligned}$$

7 Zaunpfähle sind erforderlich.

Erster Fehler: Hier darf nicht **abgerundet** werden. Die Pfahlabstände würden sonst dadurch größer, als die maximal zulässigen 80 Zentimeter. Wir müssten deshalb auf 8 Pfähle **auf**runden.

Zweiter Fehler: Was hier berechnet wurde, ist die Anzahl der Zaunsegmente, nicht die Anzahl der Pfähle. Es muss berücksichtigt werden, dass am Anfang **und** am Ende des Zaunes ein Pfahl steht. Hätten wir nur ein einziges Segment, dann wären dafür schon **zwei** Pfähle nötig. Bei zwei Segmenten wären es drei Pfähle usw. Wir benötigen also immer einen Pfahl mehr, als die Anzahl der Zaunsegmente angibt. Daher lautet das richtige Ergebnis:

Es sind 9 Pfähle erforderlich.

Aufgabenteil 2: Hier ist die Gefahr, etwas falsch zu machen, nicht sehr groß. Man könnte jedoch *fälschlicherweise* mit der Zahl der Pfähle, anstatt mit der Zahl der Zaunsegmente rechnen.

Ich benenne den Pfahlabstand mit a , die Anzahl der Zaunsegmente mit n und die Zaunlänge mit l .

$$\begin{aligned}a &= \frac{l}{n} \\ &= \frac{5,80 \text{ m}}{8} \\ &= 0,725 \text{ m}\end{aligned}$$

Ergebnis: Die Zaunpfähle haben einen Abstand von 72,5 Zentimeter voneinander.

4.3 Aufgabe 3

In der Krankenstation eines Krankenhauses sind 6 Krankenpfleger beschäftigt. Um am Morgen bei allen 36 Patienten den Blutdruck, den Puls und das Fieber zu messen, benötigen sie 18 Minuten. In welcher Zeit ist die Arbeit erledigt, wenn ein Krankenpfleger ausfällt?

Ein falscher Lösungsweg: Man macht daraus einen einfachen Dreisatz.¹

Pfleger:	Zeit:
6	18 min
5	? min
: 6 ↓	6
1	18 · 6 min
· 5 ↓	18 · 6
5	$\frac{18 \cdot 6}{5} \text{ min} = 21,6 \text{ min}$

Man könnte das noch in Minuten und Sekunden umrechnen:

$$21,6 \text{ min} = 21 \text{ min} + 0,6 \cdot 60 \text{ s} = 21 \text{ min} + 36 \text{ s}$$

Ergebnis: Die Arbeit dauert mit nur 5 Krankenpflegern 21 Minuten und 36 Sekunden.

Korrektter Lösungsweg: Warum ist die vorgestellte Lösung falsch?

Gehen wir das einfach mal praktisch durch. Die 5 Krankenpfleger beginnen mit der Arbeit. Jeder kümmert sich um genau einen Patienten. Es werden also 5 Patienten gleichzeitig versorgt. Danach kommen die nächsten 5 Patienten an die Reihe, usw. Nach 7 Zyklen sind 35 Patienten versorgt, ein einzelner Patient bleibt noch. Wenn sich alle Krankenpfleger auf diesen stürzen würde, wäre die Arbeit trotzdem nicht in einem Fünftel der Zeit zu erledigen. Die Arbeit braucht die selbe Zeit.

Aus den angegebenen Daten kann man zunächst ermitteln, wie lange die Versorgung eines Patienten dauert. Bei 36 Patienten und 6 Pflegern muss jeder Pfleger $36 : 6 = 6$ Patienten versorgen. Dafür benötigt er 18 Minuten. Je Patient sind das $18 : 6 = 3$ Minuten. Wie wir eben gesehen haben, sind $7+1=8$ Zyklen zu je 3 Minuten notwendig, bis auch der letzte Patient untersucht ist. Das ergibt eine Gesamtzeit von:

$$t_{ges} = 3 \text{ min} \cdot 8 = 24 \text{ min}$$

¹Mehr zum Dreisatz siehe hier: <https://dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/3satz.pdf>