

Übungsaufgabe

Gegeben ist nebenstehende Schaltung. Folgende

Daten sind gegeben:

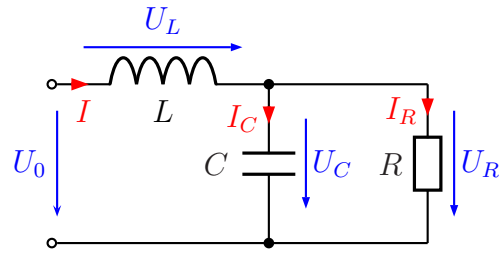
$$U_0 = 10V$$

$$R = 50\Omega$$

$$X_L = 20\Omega$$

$$X_C = 25\Omega$$

Gesucht sind die Teilspannungen U_L und U_R .



Lösung:

$$\begin{aligned}U_0 &= 10\text{ V} \Rightarrow \underline{U}_0 = 10\text{ V} \\R &= 50\ \Omega \Rightarrow \underline{R} = 50\ \Omega \\X_L &= 20\ \Omega \Rightarrow \underline{X}_L = j20\ \Omega \\X_C &= 25\ \Omega \Rightarrow \underline{X}_C = -j25\ \Omega\end{aligned}$$

Bestimmung von Z : Die Zusammenfassung der Parallelschaltung aus R und X_C nenne ich Z_{RC} . Nach der Formel zur Parallelschaltung erhalte ich:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{RC} &= \frac{\underline{R} \cdot \underline{X}_C}{\underline{R} + \underline{X}_C} \\&= \frac{50\ \Omega \cdot (-j25\ \Omega)}{50\ \Omega - j25\ \Omega} \\&= \frac{-j1250\ \Omega^2}{50\ \Omega - j25\ \Omega}\end{aligned}$$

Da ich keine Lust habe, mit so großen Zahlen und unhandlichen Einheiten zu rechnen, klammere ich so viel wie möglich aus, damit ich kürzen kann.

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{RC} &= \frac{-j1250\ \Omega^2}{50\ \Omega - j25\ \Omega} \\&= \frac{25\ \Omega \cdot (-j50\ \Omega)}{25\ \Omega \cdot (2 - j)} \\&= \frac{-j50\ \Omega}{2 - j} \\&= \frac{(-j50\ \Omega) \cdot (2 + j)}{(2 - j) \cdot (2 + j)} \\&= \frac{-j100\ \Omega + 50\ \Omega}{4 + 1} \\&= -j\frac{100\ \Omega}{5} + \frac{50\ \Omega}{5} \\ \underline{Z}_{RC} &= -j20\ \Omega + 10\ \Omega\end{aligned}$$

Damit kann ich den gesamten Ersatzwiderstand der Schaltung \underline{Z} bestimmen:

$$\underline{Z} = \underline{X}_L + \underline{Z}_{RC} = j20 \Omega + (-j20 \Omega + 10 \Omega) = 10 \Omega$$

Die gesamte Schaltung verhält sich also wie ein reeller 10Ω -Widerstand. Damit bestimme ich den Strom \underline{I}_L .

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}} = \frac{10 \text{ V}}{10 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Als nächstes berechne ich die Spannung \underline{U}_L an der Induktivität.

$$\underline{U}_L = \underline{X}_L \cdot \underline{I} = j20 \Omega \cdot 1 \text{ A} = j20 \text{ V}$$

Gesucht ist der Betrag dieser Spannung. Das ist ohne großartige Rechnung:

$$U_L = 20 \text{ V}$$

Aus \underline{U}_0 und \underline{U}_L kann ich \underline{U}_R berechnen.

$$\underline{U}_R = \underline{U}_0 - \underline{U}_L = 10 \text{ V} - j20 \text{ V}$$

Gesucht ist der Betrag dieser Spannung. Die berechne ich über die Grundformel für Beträge:

$$U_R = \sqrt{(\operatorname{Re}\underline{U}_R)^2 + (\operatorname{Im}\underline{U}_R)^2} = \sqrt{(10 \text{ V})^2 + (-20 \text{ V})^2} = \sqrt{500 \text{ V}^2} \approx 22,36 \text{ V}$$