

Musterlösungen zu den Übungsaufgaben aus Grundlagen der Elektrotechnik

W. Kippels

10. Januar 2019

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Vorwort | 4 |
| 2 | Allgemeines | 4 |
| 3 | Übungsfragen mit Antworten | 5 |
| 3.1 | Übungsfragen zum Stromkreis | 5 |
| 3.1.1 | Frage 1 | 5 |
| 3.1.2 | Frage 2 | 5 |
| 3.1.3 | Frage 3 | 5 |
| 3.1.4 | Frage 4 | 6 |
| 3.1.5 | Frage 5 | 6 |
| 3.1.6 | Frage 6 | 6 |
| 3.1.7 | Frage 7 | 7 |
| 3.2 | Fragen zu Größen und Einheiten | 8 |
| 3.2.1 | Frage 1 | 8 |
| 3.2.2 | Frage 2 | 8 |
| 3.2.3 | Frage 3 | 9 |
| 3.2.4 | Frage 4 | 9 |
| 3.2.5 | Frage 5 | 10 |
| 3.2.6 | Frage 6 | 10 |
| 3.2.7 | Frage 7 | 11 |
| 3.2.8 | Frage 8 | 11 |
| 3.2.9 | Frage 9 | 11 |
| 3.2.10 | Frage 10 | 11 |
| 3.2.11 | Frage 11 | 11 |

| | | |
|--------|---|----|
| 3.2.12 | Frage 12 | 12 |
| 3.2.13 | Frage 13 | 12 |
| 3.3 | Fragen zur Kennzeichnung von Widerständen | 13 |
| 3.3.1 | Frage 1: | 13 |
| 3.3.2 | Frage 2: | 13 |
| 3.3.3 | Frage 3: | 13 |
| 3.3.4 | Frage 4: | 13 |
| 3.3.5 | Frage 5: | 13 |
| 3.3.6 | Frage 6: | 13 |
| 3.4 | Fragen zum Leiterwiderstand | 14 |
| 3.4.1 | Frage 1: | 14 |
| 3.4.2 | Frage 2: | 14 |
| 3.4.3 | Frage 3: | 14 |
| 3.4.4 | Frage 4: | 15 |
| 3.4.5 | Frage 5: | 15 |
| 3.5 | Übungsfragen zu temperaturabhängigen Widerständen | 15 |
| 3.5.1 | Frage 1 | 16 |
| 3.5.2 | Frage 2 | 16 |
| 3.5.3 | Frage 3 | 17 |
| 3.5.4 | Frage 4 | 17 |
| 3.5.5 | Frage 5 | 18 |
| 3.5.6 | Frage 6 | 18 |
| 3.5.7 | Frage 7 | 19 |
| 3.5.8 | Frage 8 | 19 |
| 3.5.9 | Frage 9 | 19 |
| 3.5.10 | Frage 10 | 20 |
| 3.6 | Übungsaufgaben zu Widerstandsschaltungen | 21 |
| 3.6.1 | Aufgabe 1 | 21 |
| 3.6.2 | Aufgabe 2 | 22 |
| 3.6.3 | Aufgabe 3 | 23 |
| 3.6.4 | Aufgabe 4 | 24 |
| 3.6.5 | Aufgabe 5 | 25 |
| 3.6.6 | Aufgabe 6 | 27 |
| 3.6.7 | Aufgabe 7 | 28 |
| 3.6.8 | Aufgabe 8 | 28 |
| 3.6.9 | Aufgabe 9 | 29 |
| 3.6.10 | Aufgabe 10 | 29 |
| 3.6.11 | Aufgabe 11 | 29 |
| 3.6.12 | Aufgabe 12 | 29 |
| 3.6.13 | Aufgabe 13 | 29 |
| 3.6.14 | Aufgabe 14 | 30 |
| 3.7 | Übungsaufgaben zur Messtechnik | 31 |
| 3.7.1 | Aufgabe 1 | 31 |
| 3.7.2 | Aufgabe 2 | 31 |

| | | |
|--------|--|----|
| 3.7.3 | Aufgabe 3 | 31 |
| 3.7.4 | Aufgabe 4 | 31 |
| 3.7.5 | Aufgabe 5 | 32 |
| 3.7.6 | Aufgabe 6 | 32 |
| 3.7.7 | Aufgabe 7 | 32 |
| 3.7.8 | Aufgabe 8 | 33 |
| 3.7.9 | Aufgabe 9 | 33 |
| 3.7.10 | Aufgabe 10 | 34 |
| 3.8 | Übungsaufgaben zu nichtlinearen Widerständen | 36 |
| 3.8.1 | Aufgabe 1 | 36 |
| 3.8.2 | Aufgabe 2 | 39 |
| 3.8.3 | Aufgabe 3 | 41 |
| 3.9 | Übungsaufgaben zu Kondensatoren | 42 |
| 3.9.1 | Aufgabe 1 | 42 |
| 3.9.2 | Aufgabe 2 | 42 |
| 3.9.3 | Aufgabe 3 | 42 |
| 3.9.4 | Aufgabe 4 | 43 |
| 3.9.5 | Aufgabe 5 | 43 |
| 3.9.6 | Aufgabe 6 | 44 |
| 3.9.7 | Aufgabe 7 | 44 |
| 3.9.8 | Aufgabe 8 | 45 |
| 3.10 | Übungsfragen zu Spulen | 46 |
| 3.10.1 | Aufgabe 1 | 46 |
| 3.10.2 | Aufgabe 2 | 46 |
| 3.10.3 | Aufgabe 3 | 47 |
| 3.10.4 | Aufgabe 4 | 47 |

1 Vorwort

Diese und ähnliche Anleitungen zu erstellen erfordert sehr viel Zeit und Mühe. Trotzdem stelle ich alles kostenfrei der Allgemeinheit zur Verfügung. Wenn Sie diese Datei hilfreich finden, dann bitte ich Sie um Erfüllung des nachfolgend beschriebenen „Generationenvertrages“:

Wenn Sie später einmal Ihre Ausbildungsphase beendet haben und im Beruf stehen (oder auch noch danach), geben Sie bitte Ihr Wissen in geeigneter Form an die nachfolgende Generation weiter.

Wenn Sie mir eine Freude machen wollen, dann schreiben Sie mir bitte eine kleine Email an die folgende Adresse: mail@dk4ek.de

Vielen Dank!

2 Allgemeines

Nachfolgend sind einige Übungsfragen mit Lösungen aufgelistet. Sie gehören zu meinem Lehrgang *Grundlagen der Elektrotechnik*, den man hier finden kann:

<http://www.dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/grundl.pdf>

3 Übungsfragen mit Antworten

3.1 Übungsfragen zum Stromkreis

3.1.1 Frage 1

An welcher Stelle in einem Stromkreis fließt der größte Strom?

1. Am Pluspol der Spannungsquelle.
2. Am Minuspol der Spannungsquelle.
3. Im Verbraucher.
4. Der Strom ist überall gleich groß.

Richtig ist Antwort 4.

3.1.2 Frage 2

Wie wird eine Spannung an einem Bauelement gekennzeichnet?

1. Durch einen roten Pfeil neben dem Bauelement.
2. Durch einen blauen Pfeil neben dem Bauelement.
3. Durch einen roten Pfeil in der Zuleitung des Bauelementes.
4. Durch einen blauen Pfeil in der Zuleitung des Bauelementes.

Richtig ist Antwort 2.

3.1.3 Frage 3

Wie wird ein Strom in einem Bauelement gekennzeichnet?

1. Durch einen roten Pfeil neben dem Bauelement.
2. Durch einen blauen Pfeil neben dem Bauelement.
3. Durch einen roten Pfeil in der Zuleitung des Bauelementes.
4. Durch einen blauen Pfeil in der Zuleitung des Bauelementes.

Richtig ist Antwort 3.

3.1.4 Frage 4

Was bedeutet nebenstehendes Schaltzeichen?

1. Eine Stromquelle.
2. Eine Spannungsquelle.
3. Eine Lampe.
4. Ein Widerstand.
5. Ein Schalter.



Richtig ist Antwort 2.¹

3.1.5 Frage 5

Was bedeutet nebenstehendes Schaltzeichen?

1. Eine Stromquelle.
2. Eine Spannungsquelle.
3. Eine Lampe.
4. Ein Widerstand.
5. Ein Schalter.



Richtig ist Antwort 4.

3.1.6 Frage 6

Welche „Stromteichen“ fließen in einem metallischen Leiter? (Eine Mehrfachnennung ist möglich.)

1. Protonen
2. Neutronen
3. Elektronen
4. Ionen

Richtig ist Antwort 3. (Alle anderen Antworten sind falsch.)

¹Eine **Stromquelle** gibt es theoretisch auch. Das wäre eine Quelle, die einen **lastunabhängigen Strom** liefert. Eine Spannungsquelle liefert eine **lastunabhängige Spannung**.

3.1.7 Frage 7

In welcher Richtung fließen die „Stromteichen“ in einem metallischen Leiter?

1. Vom Pluspol der Spannungsquelle zu ihrem Minuspol.
2. Vom Minuspol der Spannungsquelle zu ihrem Pluspol.
3. Beide Richtungen sind möglich.

Richtig ist Antwort 2.

3.2 Fragen zu Größen und Einheiten

3.2.1 Frage 1

Eine Spannung von 12 V wird an einen Widerstand von 60Ω angelegt. Welcher Strom wird fließen?

geg.: $U = 12 \text{ V}$
 $R = 60 \Omega$

ges.: I

Lös.:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12 \text{ V}}{60 \Omega} = 0,2 \text{ A} = 200 \text{ mA}$$

3.2.2 Frage 2

Ein Akku mit einer Ladung von 600 mAh wird mit einem Strom von 20 mA belastet. Nach welcher Zeit ist der Akku leer?

geg.: $Q = 600 \text{ mAh}$
 $I = 20 \text{ mA}$

ges.: t

Lös.:

$$\begin{aligned} Q &= I \cdot t \\ t &= \frac{Q}{I} \\ &= \frac{600 \text{ mAh}}{20 \text{ mA}} \\ t &= 30 \text{ h} \end{aligned}$$

3.2.3 Frage 3

Wie groß darf ein Strom höchstens sein, der durch einen Kupferdraht mit 0,7 mm Durchmesser fließen soll, damit eine zulässige Stromdichte von $10 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$ nicht überschritten wird?

geg.: $d = 0,7 \text{ mm}$

$$S = 10 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2}$$

ges.: I

Lös.:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \\ &= \frac{\pi}{4} \cdot (0,7 \text{ mm})^2 \\ A &= 0,3848 \text{ mm}^2 \\ S &= \frac{I}{A} \\ I &= S \cdot A \\ &= 10 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \cdot 0,3848 \text{ mm}^2 \\ I &= 3,848 \text{ A} \end{aligned}$$

3.2.4 Frage 4

Ein Kupferdraht hat einen Leitwert von 600 mS. Welche Spannung muss zwischen seinen Enden angelegt werden, damit sich ein Strom von 1,5 A einstellt?

geg.: $G = 600 \text{ mS}$

$$I = 1,5 \text{ A}$$

ges.: U

Lös.:

$$\begin{aligned} G &= \frac{I}{U} \\ U &= \frac{I}{G} \\ &= \frac{1,5 \text{ A}}{600 \text{ mS}} \\ U &= 2,5 \text{ V} \end{aligned}$$

3.2.5 Frage 5

Ein SMD-Widerstand hat eine Belastbarkeit von 125 mW. Sein Widerstandswert beträgt 100 Ω . Welche maximale Spannung darf an den Widerstand angelegt werden?

geg.: $P = 125 \text{ mW}$
 $R = 100 \Omega$

ges.: U

Lös.:

Man sieht sofort, dass bei den Grundformeln keine dabei ist, die die Größen P , U und R miteinander verbindet. die muss also erst noch entwickelt werden.

$$\begin{aligned} P &= U \cdot I & R &= \frac{U}{I} \\ I &= \frac{P}{U} & U &= R \cdot I \end{aligned}$$

Das Ergebnis der linken Gleichung wird in die rechte eingesetzt.

$$\begin{aligned} U &= R \cdot I \\ U &= R \cdot \frac{P}{U} \\ U^2 &= R \cdot P \\ U &= \sqrt{R \cdot P} \\ U &= \sqrt{100 \Omega \cdot 125 \text{ mW}} \\ U &= 3,536 \text{ V} \end{aligned}$$

3.2.6 Frage 6

In einer Anlage mit einer Netzspannung von 230 V tritt ein Kurzschluss auf. Der Widerstand des gesamten Stromkreises beträgt dabei 200 m Ω . Wie groß ist der Kurzschlussstrom I_K ?

geg.: $U = 230 \text{ V}$
 $R = 200 \text{ m}\Omega$

ges.: I_K

Lös.:

$$I_K = \frac{U}{R} = \frac{230 \text{ V}}{200 \text{ m}\Omega} = 1,15 \text{ kA}$$

3.2.7 Frage 7

Wieviele Elektronen ergeben eine Ladung von -1 C ?

- 1
- 624
- 624 000 000
- 6 240 000 000 000 000 000

Antwort 4 ist richtig.

3.2.8 Frage 8

Geben Sie **Formelzeichen** und **Einheitenzeichen** der **elektrischen Ladung** an!

Formelzeichen: **Q** Einheitenzeichen: **C**

3.2.9 Frage 9

Geben Sie vier SI-Basiseinheiten an!

- Meter
- Kilogramm
- Sekunde
- Ampere
- Kelvin
- Candela
- Mol

3.2.10 Frage 10

Geben Sie die Definition der Spannung durch eine Formel an!

$$U = \frac{W}{Q}$$

3.2.11 Frage 11

Wie lautet die Einheit der elektrischen Spannung, wenn sie ausschließlich durch **SI-Basiseinheiten** ausgedrückt werden soll!

$$[U] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}}{1 \text{ A s}} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{A s}^3}$$

3.2.12 Frage 12

Ein Mignon-Akku mit einer Nennspannung von 1,2 V enthält eine Ladung von 1500 mAh.
Wie groß ist die in ihm gespeicherte Energie?

geg.: $U = 1,2 \text{ V}$
 $Q = 1500 \text{ mAh}$

ges.: W

Lös.:

$$\begin{aligned}U &= \frac{W}{Q} \\W &= U \cdot Q \\&= 1,2 \text{ V} \cdot 1500 \text{ mAh} \\&= 1,2 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ Ah} \\&= 1,2 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} \\W &= 6480 \text{ J}\end{aligned}$$

3.2.13 Frage 13

Geben Sie durch eine Formel den Zusammenhang zwischen Strom, Ladung und Zeit an!

$$I = \frac{Q}{t} \quad \text{oder} \quad Q = I \cdot t \quad \text{oder} \quad t = \frac{Q}{I}$$

3.3 Fragen zur Kennzeichnung von Widerständen

3.3.1 Frage 1:

Ein Widerstand ist mit den Farbringen rot-rot-rot-silber gekennzeichnet. Was bedeutet das?

Antwort: $R = 2,2 \text{ k}\Omega \pm 10\%$

3.3.2 Frage 2:

Ein Widerstand ist mit den Farbringen gelb-lila-gold-gold gekennzeichnet. Was bedeutet das?

Antwort: $R = 0,47 \Omega \pm 5\%$

3.3.3 Frage 3:

Ein Widerstand ist mit den Farbringen braun-grün-blau gekennzeichnet. Was bedeutet das?

Antwort: $R = 15 \text{ M}\Omega \pm 20\%$

3.3.4 Frage 4:

Ein Widerstand ist mit den Farbringen orange-orange-schwarz-rot-rot gekennzeichnet. Was bedeutet das?

Antwort: $R = 33 \text{ k}\Omega \pm 2\%$

3.3.5 Frage 5:

Auf einem SMD-Widerstand steht: 394. Was bedeutet das?

Antwort: $R = 390 \text{ k}\Omega$

3.3.6 Frage 6:

Es wird ein Widerstand von etwa $550 \text{ k}\Omega$ benötigt. Welcher Normwert aus der E12-Reihe sollte verwendet werden?

Antwort: $R = 560 \text{ k}\Omega$

3.4 Fragen zum Leiterwiderstand

3.4.1 Frage 1:

Ein Kupferdraht mit einer Länge von 100 Metern hat einen Querschnitt von $1,5 \text{ mm}^2$. Wie groß ist sein Widerstand?

$$R = \frac{l}{\kappa \cdot A} = \frac{100 \text{ m}}{58 \frac{\text{MS}}{\text{m}} \cdot 1,5 \text{ mm}^2} = 1,15 \Omega$$

3.4.2 Frage 2:

Auf einer Rolle ist eine unbekannte Länge Kupferkabel mit einem Querschnitt von $2,5 \text{ mm}^2$ aufgewickelt. Um die Länge zu bestimmen, wird der Widerstand eines Leiters gemessen. Er beträgt $350 \text{ m}\Omega$.

$$\begin{aligned} R &= \frac{l}{\kappa \cdot A} \\ R \cdot \kappa \cdot A &= l \\ l &= 350 \text{ m}\Omega \cdot 58 \frac{\text{MS}}{\text{m}} \cdot 2,5 \text{ mm}^2 \\ l &= 50,75 \text{ m} \end{aligned}$$

3.4.3 Frage 3:

Ein Metalldraht mit einer Länge von 12 m hat einen Durchmesser von 0,8 mm. Sein Widerstand wird mit $2,39 \Omega$ gemessen. Um welches Metall dürfte es sich handeln?

$$\begin{aligned} A &= \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \\ R &= \frac{l}{\kappa \cdot A} \\ R &= \frac{l}{\kappa \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2} \\ R &= \frac{4 \cdot l}{\kappa \cdot \pi \cdot d^2} \\ \kappa &= \frac{4 \cdot l}{R \cdot \pi \cdot d^2} \\ \kappa &= \frac{4 \cdot 12 \text{ m}}{2,39 \Omega \cdot \pi \cdot (0,8 \text{ mm})^2} \\ \kappa &= 9,99 \frac{\text{MS}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Das Ergebnis gibt ungefähr die Leitfähigkeit von **Eisen** an.

3.4.4 Frage 4:

Ein Konstantendraht für die Heizung in einem Toaster soll einen Widerstand von $100\ \Omega$ haben. Der Draht hat eine Länge von $3,5\ \text{m}$. Welcher Drahtdurchmesser ist zu wählen?

$$\begin{aligned}A &= \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \\R &= \frac{l}{\kappa \cdot A} \\R &= \frac{l}{\kappa \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2} \\R &= \frac{4 \cdot l}{\kappa \cdot \pi \cdot d^2} \\d^2 &= \frac{4 \cdot l}{\kappa \cdot \pi \cdot R} \\d &= \sqrt{\frac{4 \cdot l}{\kappa \cdot \pi \cdot R}} \\d &= \sqrt{\frac{4 \cdot 3,5\ \text{m}}{2 \frac{\text{MS}}{\text{m}} \cdot \pi \cdot 100\ \Omega}} \\d &= 0,149\ \text{mm}\end{aligned}$$

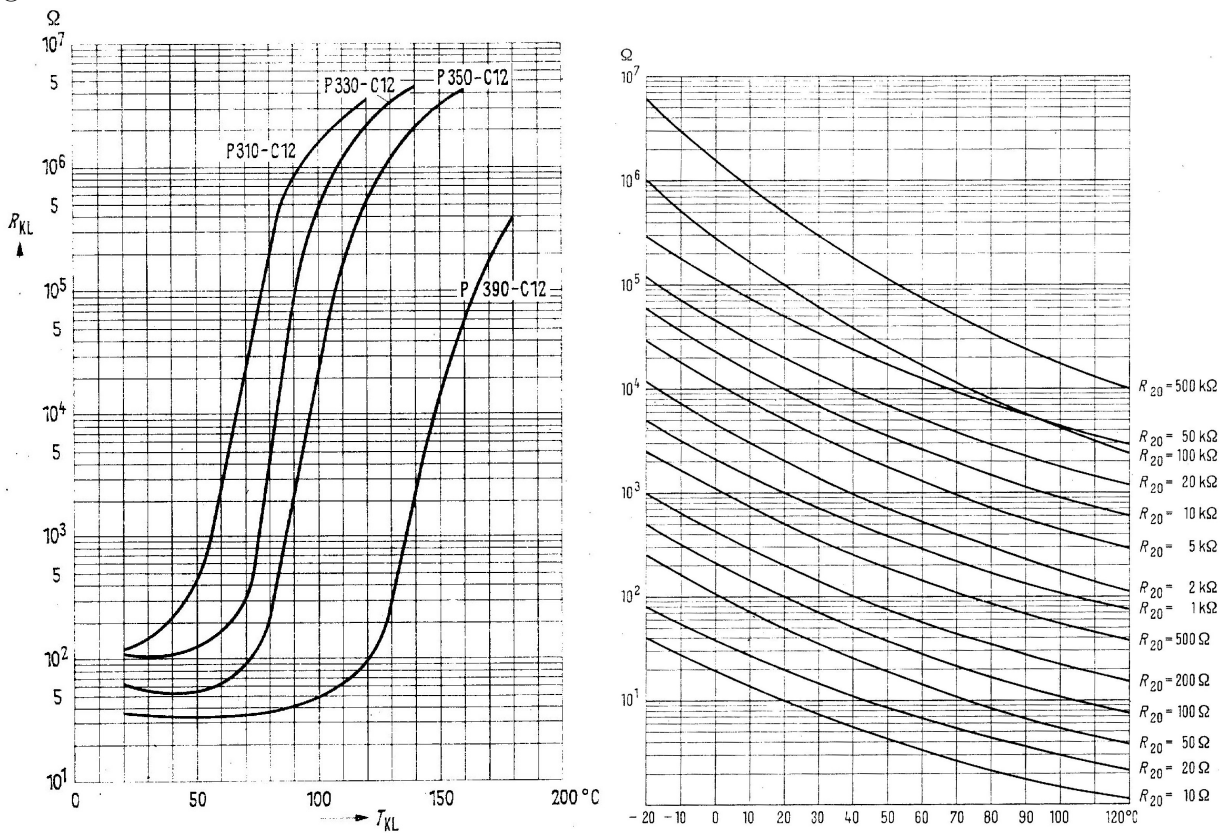
3.4.5 Frage 5:

Ergänzen Sie die Begriffe *größer* oder *kleiner* in den nachfolgenden Sätzen!

- Je größer die Länge eines Drahtes ist, desto **größer** ist sein Widerstand.
- Je größer der Durchmesser eines Drahtes ist, desto **kleiner** ist sein Widerstand.
- Die Leitfähigkeit von Eisen ist **kleiner** als die Leitfähigkeit von Kupfer.
- Je größer die Leitfähigkeit eines Leiters ist, desto **kleiner** ist sein Widerstand.

3.5 Übungsfragen zu temperaturabhängigen Widerständen

Zu einigen der nachfolgenden Übungsaufgaben sind die nachfolgenden Diagramme einiger PTCs und NTCs erforderlich.



3.5.1 Frage 1

Ein PTC vom Typ P310-C12 hat eine Temperatur von $\vartheta = 70^{\circ}\text{C}$. Wie groß ist sein Widerstand?

Antwort: Ablesewert: ca. 22 k Ω

3.5.2 Frage 2

An einem NTC mit einem Grundwiderstand von $R_{20} = 20\text{ k}\Omega$ (siehe Kennlinie) wird ein Widerstand von $R = 3\text{ k}\Omega$ gemessen. Welche Temperatur hat der NTC?

Antwort: Ablesewert: ca. 78 $^{\circ}\text{C}$

3.5.3 Frage 3

Die Kupferwicklung eines Transformators hat bei 20 °C einen Widerstand von 8 Ω. Beim Betrieb des Trafos erhöht sich der Widerstand auf 9,56 Ω. Welche Temperatur hat sich in der Kupferwicklung eingestellt?

Antwort:

$$\begin{aligned} \text{geg.: } R_0 &= 8 \Omega \\ R_w &= 9,56 \Omega \\ \vartheta_k &= 20 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\text{ges.: } \vartheta_w$$

Lös.:

$$\Delta R = R_w - R_0 = 9,56 \Omega - 8 \Omega = 1,56 \Omega$$

$$\Delta R = \alpha \cdot \Delta T \cdot R_0 \quad | : (\alpha \cdot R_0)$$

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{\Delta R}{\alpha \cdot R_0} \\ &= \frac{1,56 \Omega}{3,9 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 8 \Omega} \\ \Delta T &= 50 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta T &= \vartheta_w - \vartheta_k \quad | + \vartheta_k \\ \Delta T + \vartheta_k &= \vartheta_w \\ \vartheta_w &= 50 \text{ K} + 20 \text{ }^\circ\text{C} \\ \vartheta_w &= 70 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Die Wicklungstemperatur hat sich auf $\vartheta_w = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ erhöht.

3.5.4 Frage 4

Glühlampen haben eine begrenzte Lebensdauer, weil der aus Wolfram bestehende Glühfaden im Laufe der Zeit ungleichmäßig dünner wird. Warum brennt der Glühfaden am Ende der Lebensdauer der Lampe in der Regel beim **Einschaltvorgang** durch?

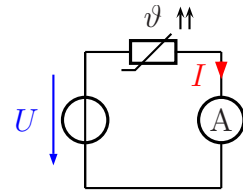
Antwort:

Wolfram hat – wie alle Metalle – einen positiven Temperatur-Koeffizienten. Der Widerstand des kalten Glühfadens ist daher **wesentlich** kleiner, als der des heißen. Daher gibt es beim Einschalten eine besonders hohe Stromspitze. An der dünnsten Stelle des Glühfadens entsteht dann eine besonders große Stromdichte, die den Glühfaden dann dort schmelzen lässt, weil der Rest des Glühfadens sich nicht so schnell aufheizt.

3.5.5 Frage 5

An nebenstehende Schaltung ist eine Spannung von $U = 12\text{ V}$ angeschlossen. Der PTC hat die Typenbezeichnung P350-C12.

a) Welche Temperatur hat der PTC, wenn der Strommesser einen Strom von $I = 0,17\text{ mA}$ anzeigt?



Antwort:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{12\text{ V}}{0,17\text{ mA}} = 70,6\text{ k}\Omega$$

Im Diagramm abgelesene Temperatur: $\vartheta = 105\text{ }^\circ\text{C}$

b) Welchen Strom zeigt der Strommesser an, wenn die Temperatur des PTC $\vartheta = 60\text{ }^\circ\text{C}$ beträgt?

Antwort:

Im Diagramm abgelesener Widerstandswert: $R = 65\text{ }\Omega$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12\text{ V}}{65\text{ }\Omega} = 185\text{ mA}$$

3.5.6 Frage 6

Wie groß ist der Temperaturkoeffizient α für den NTC mit $R_{20} = 1\text{ k}\Omega$ im Bereich zwischen $\vartheta_1 = 60\text{ }^\circ\text{C}$ und $\vartheta_2 = 70\text{ }^\circ\text{C}$?

Antwort:

Bei $\vartheta_1 = 60\text{ }^\circ\text{C}$ und $\vartheta_2 = 70\text{ }^\circ\text{C}$ werden die zugehörigen Widerstandswerte im Diagramm abgelesen:

$$\vartheta_1 = 60\text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow R_1 = 290\text{ }\Omega$$

$$\vartheta_2 = 70\text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow R_2 = 210\text{ }\Omega$$

Mit diesen Werten kann aus der Grundformel α bestimmt werden.

$$\begin{aligned} \Delta R &= \alpha \cdot \Delta T \cdot R_0 \\ \frac{\Delta R}{\Delta T \cdot R_0} &= \alpha \end{aligned}$$

Als Basiswiderstand R_0 wähle ich willkürlich den Widerstand bei $60\text{ }^\circ\text{C}$. (Würde man ihn bei $70\text{ }^\circ\text{C}$ festlegen, wäre α ein etwas anderer Wert.)

$$\alpha = \frac{\Delta R}{\Delta T \cdot R_0} = \frac{R_2 - R_1}{(\vartheta_2 - \vartheta_1) \cdot R_0} = \frac{210\text{ }\Omega - 290\text{ }\Omega}{(70\text{ }^\circ\text{C} - 60\text{ }^\circ\text{C}) \cdot 290\text{ }\Omega} = -27,6 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}}$$

3.5.7 Frage 7

Was bedeutet die Bezeichnung **PTC**?

1. Das Bauelement ist ein Heileiter. Sein Widerstand steigt mit steigender Temperatur an.
2. Das Bauelement ist ein Kaltleiter. Sein Widerstand steigt mit steigender Temperatur an.
3. Das Bauelement ist ein Heileiter. Sein Widerstand sinkt mit steigender Temperatur.
4. Das Bauelement ist ein Kaltleiter. Sein Widerstand sinkt mit steigender Temperatur.

Richtig ist Antwort **2**.

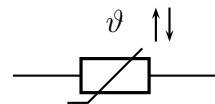
3.5.8 Frage 8

Was ist **Supraleitung**?

Antwort: Bestimmte Werkstoffe – beispielsweise viele Metalle – verlieren beim Unterschreiten einer sehr niedrigen Temperatur pltzlich ihren Widerstand.

3.5.9 Frage 9

Geben Sie das Schaltzeichen eines **NTC** an!



3.5.10 Frage 10

Ein Widerstand aus Konstantandraht hat bei 20°C einen Widerstandswert von $10\text{ k}\Omega$.
Bei welcher Temperatur steigt sein Widerstandswert auf $10,01\text{ k}\Omega$ an?

geg.: $R_0 = 10\text{ k}\Omega$
 $\vartheta_k = 20^\circ\text{C}$
 $R_w = 10,01\text{ k}\Omega$

ges.: ϑ_w

Lös.:

$$\Delta R = R_w - R_0 = 10,01\text{ k}\Omega - 10\text{ k}\Omega = 10\ \Omega$$

$$\Delta R = \alpha \cdot \Delta T \cdot R_0 \quad | : (\alpha \cdot R_0)$$

$$\Delta T = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot R_0}$$

$$\Delta T = \frac{10\ \Omega}{0,01 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1} \cdot 10\text{ k}\Omega}$$

$$\Delta T = 100\text{ K}$$

$$\vartheta_w = \vartheta_k + \Delta T = 20^\circ\text{C} + 100\text{ K} = 120^\circ\text{C}$$

3.6 Übungsaufgaben zu Widerstandsschaltungen

3.6.1 Aufgabe 1

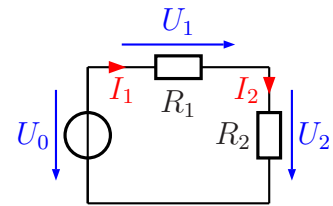
In nebenstehender Schaltung sind folgende Werte bekannt:

$$R_1 = 2,4 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 3,6 \text{ k}\Omega$$

$$U_0 = 12 \text{ V}$$

Gesucht sind die Ströme I_1 und I_2 sowie die Spannungen U_1 und U_2 . Berechnen Sie diese Werte!



Lösung: Das erste, was man sofort angeben kann, ist die Tatsache, dass I_1 und I_2 gleich sind, da es sich um eine Reihenschaltung handelt. Bevor jedoch eine Teilspannung oder ein Strom berechnet werden kann, muss der Ersatzwiderstand der Reihenschaltung R_E bestimmt werden.

$$R_E = R_1 + R_2 = 2,4 \text{ k}\Omega + 3,6 \text{ k}\Omega = 6 \text{ k}\Omega$$

Mit diesem Ersatzwiderstand und der Gesamtspannung U_0 kann nun mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes der Strom $I_1 = I_2$ berechnet werden.

$$I_1 = I_2 = \frac{U_0}{R_E} = \frac{12 \text{ V}}{6 \text{ k}\Omega} = 2 \text{ mA}$$

Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes wird nun an jedem Teilwiderstand die zugehörige Teilspannung berechnet.

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 2,4 \text{ k}\Omega \cdot 2 \text{ mA} = 4,8 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 3,6 \text{ k}\Omega \cdot 2 \text{ mA} = 7,2 \text{ V}$$

3.6.2 Aufgabe 2

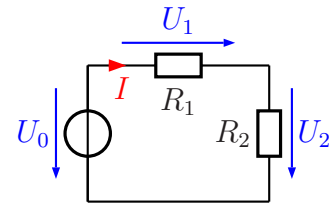
In nebenstehender Schaltung sind folgende Werte bekannt:

$$R_1 = 1,5 \text{ k}\Omega$$

$$I = 5 \text{ mA}$$

$$U_0 = 20 \text{ V}$$

Gesucht ist der Widerstandswert von R_2 . Überlegen Sie zunächst, in welcher Reihenfolge eventuell notwendige Hilfsgrößen berechnet werden müssen!



Lösung: Da der Widerstand R_1 sowie der Strom I , der hindurch fließt, bekannt sind, kann zunächst die Teilspannung U_1 berechnet werden. Mit Hilfe der Gesamtspannung U_0 kommt man dann auf die Teilspannung U_2 . Mit dieser und dem Strom I wird dann der Widerstand R_2 bestimmt.

$$U_1 = R_1 \cdot I = 1,5 \text{ k}\Omega \cdot 5 \text{ mA} = 7,5 \text{ V}$$

$$U_2 = U_0 - U_1 = 20 \text{ V} - 7,5 \text{ V} = 12,5 \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{12,5 \text{ V}}{5 \text{ mA}} = 2,5 \text{ k}\Omega$$

3.6.3 Aufgabe 3

In nebenstehender Schaltung sind folgende Werte bekannt:

$$R_1 = 100 \Omega$$

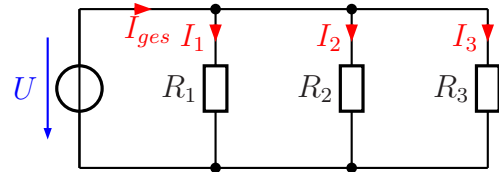
$$R_2 = 50 \Omega$$

$$I_{ges} = 500 \text{ mA}$$

$$I_2 = 200 \text{ mA}$$

Gesucht ist der Widerstand R_3 . Überlegen Sie

zunächst, in welcher Reihenfolge eventuell notwendige Hilfsgrößen berechnet werden müssen!



Lösung: Mit Hilfe von R_2 und I_2 kann die Spannung U über das Ohmsche Gesetz bestimmt werden. Die ist ja an allen Widerständen gleich groß. Mit dieser Spannung und R_1 wird dann mit dem Ohmschen Gesetz der Strom I_1 berechnet. Nun kann man die Kirchhoffsche Knotenregel zur Bestimmung von I_3 verwenden. Mit dem Ohmschen Gesetz wird danach aus U und I_3 der Widerstand R_3 berechnet.

$$U = R_2 \cdot I_2 = 50 \Omega \cdot 200 \text{ mA} = 10 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{10 \text{ V}}{100 \Omega} = 100 \text{ mA}$$

$$I_3 = I - I_1 - I_2 = 500 \text{ mA} - 100 \text{ mA} - 200 \text{ mA} = 200 \text{ mA}$$

$$R_3 = \frac{U}{I_3} = \frac{10 \text{ V}}{200 \text{ mA}} = 50 \Omega$$

3.6.4 Aufgabe 4

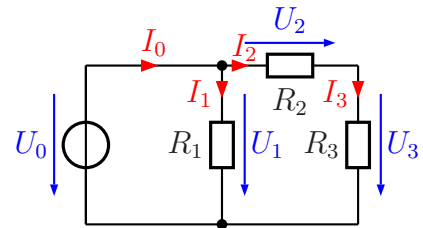
In nebenstehender Schaltung sind folgende Werte bekannt:

$$U_0 = 12 \text{ V}$$

$$R_2 = 600 \Omega$$

$$I_3 = 12 \text{ mA}$$

$$I_0 = 24 \text{ mA}$$



a) Welche Spannungen und welche Ströme sind untereinander gleich?

b) Bestimmen Sie die Widerstände R_1 und R_3 sowie den Ersatzwiderstand der gesamten Schaltung R_E !

Lösung:

a)

$$U_1 = U_0 \quad \text{und} \quad I_2 = I_3$$

b)

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad \Rightarrow \quad I_1 = I_0 - I_2 = I_0 - I_3 = 24 \text{ mA} - 12 \text{ mA} = 12 \text{ mA}$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_0}{I_1} = \frac{12 \text{ V}}{12 \text{ mA}} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = R_2 \cdot I_3 = 600 \Omega \cdot 12 \text{ mA} = 7,2 \text{ V}$$

$$U_2 + U_3 = U_0 \quad \Rightarrow \quad U_3 = U_0 - U_2 = 12 \text{ V} - 7,2 \text{ V} = 4,8 \text{ V}$$

$$R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{4,8 \text{ V}}{12 \text{ mA}} = 400 \Omega$$

Zur Bestimmung von R_E gibt es nun zwei Möglichkeiten:

1. Man berechnet zunächst den Ersatzwiderstand der Reihenschaltung R_2/R_3 und fasst diesen mit der Parallelschaltungsformel mit R_1 zusammen.
2. Man bestimmt R_E aus U_0 und I_0 .

Variante 2 erscheint mir einfacher:

$$R_E = \frac{U_0}{I_0} = \frac{12 \text{ V}}{24 \text{ mA}} = 500 \Omega$$

3.6.5 Aufgabe 5

In nebenstehender Schaltung sind folgende Werte bekannt:

$$R_1 = 1,2 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 200 \Omega$$

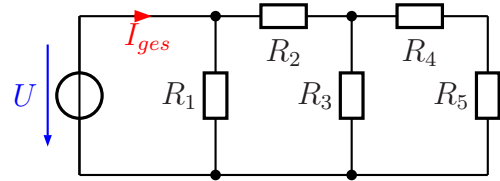
$$R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 700 \Omega$$

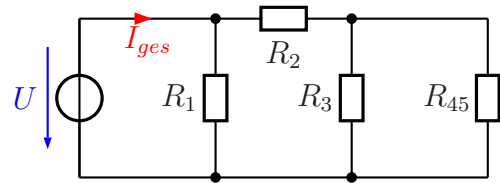
$$R_5 = 800 \Omega$$

$$U_0 = 12 \text{ V}$$

Bestimmen Sie den Gesamtstrom I_{ges} der Schaltung!

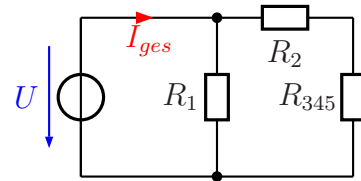


Lösung: Um den Gesamtstrom bestimmen zu können, muss der Ersatzwiderstand der gesamten Schaltung bekannt sein. Dieser wird schrittweise berechnet. Dazu werden jeweils Reihen- bzw. Parallelschaltungen zusammengefasst. Als erstes fassen wir R_4 und R_5 zu R_{45} zusammen, wie nebenstehend dargestellt ist.



$$R_{45} = R_4 + R_5 = 700 \Omega + 800 \Omega = 1,5 \text{ k}\Omega$$

Dieser erste Ersatzwiderstand R_{45} liegt jetzt parallel zu R_3 . Mit Hilfe der Parallelschaltungsformel berechnen wir den Ersatzwiderstand R_{345} , der sich aus R_3 und R_{45} zusammensetzt. Damit ergibt sich die nebenstehende Ersatzschaltung.

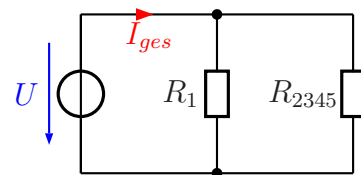


$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}}$$

$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{1 \text{ k}\Omega} + \frac{1}{1,5 \text{ k}\Omega}$$

$$R_{345} = 600 \Omega$$

Dieser Ersatzwiderstand R_{345} ist seinerseits nun in Reihe zu R_2 geschaltet. Daher kann R_{345} mit R_2 zu R_{2345} zusammengefasst werden, wie in der nebenstehenden Schaltskizze dargestellt. Wir berechnen R_{2345} mit Hilfe der Formel für die Reihenschaltung.



$$R_{2345} = R_2 + R_{345} = 200 \Omega + 600 \Omega = 800 \Omega$$

Jetzt kann der Ersatzwiderstand R_E der gesamten Schaltung als Parallelschaltung von R_1 mit R_{2345} berechnet werden.

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_E} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2345}} \\ \frac{1}{R_E} &= \frac{1}{1,2\text{k}\Omega} + \frac{1}{800\Omega} \\ R_E &= 480\Omega\end{aligned}$$

Zum Schluss berechnen wir den gesuchten Strom I_{ges} .

$$I_{ges} = \frac{U_0}{R_E} = \frac{12\text{V}}{480\Omega} = 25\text{mA}$$

3.6.6 Aufgabe 6

In nebenstehender Schaltung sind folgende Werte bekannt:

$$R_1 = 150 \Omega$$

$$R_2 = 190 \Omega$$

$$R_3 = 80 \Omega$$

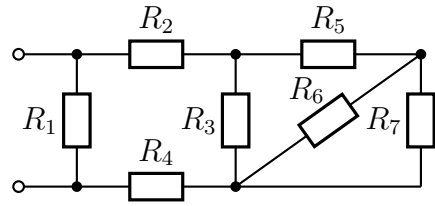
$$R_4 = 62 \Omega$$

$$R_5 = 40 \Omega$$

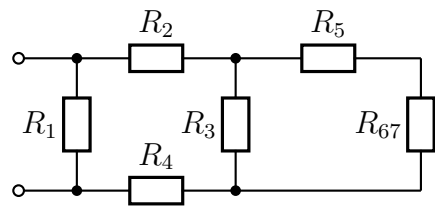
$$R_6 = 100 \Omega$$

$$R_7 = 400 \Omega$$

Berechnen Sie den Ersatzwiderstand der gesamten Schaltung!



Lösung: Hier kommt es darauf an, Teilschaltungen zu finden, die entweder eine reine Reihen-, oder eine reine Parallelschaltung darstellt. In dieser Schaltung ist das zunächst nur mit R_6/R_7 der Fall. Diese Widerstände sind parallel geschaltet. Werden sie zu R_{67} zusammengefasst, ergibt sich nebenstehende Ersatzschaltung.

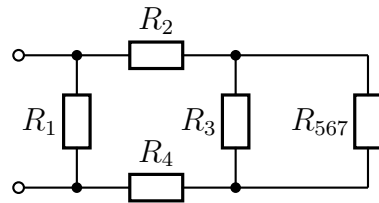


$$\frac{1}{R_{67}} = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}$$

$$\frac{1}{R_{67}} = \frac{1}{100 \Omega} + \frac{1}{400 \Omega}$$

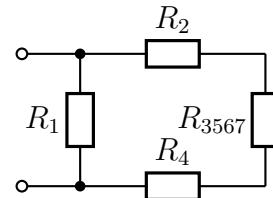
$$R_{67} = 80 \Omega$$

Schauen wir uns die Ersatzschaltung mit R_{67} an. Hier ist jetzt eine Reihenschaltung von R_5 mit R_{67} erkennbar. Die Zusammenfassung von R_5 mit R_{67} nenne ich R_{567} . Mit diesem Ersatzwiderstand erhalten wir die nebenstehende Ersatzschaltung. Die Berechnung von R_{567} erfolgt mit der Formel für die Reihenschaltung.



$$R_{567} = R_5 + R_{67} = 40 \Omega + 80 \Omega = 120 \Omega$$

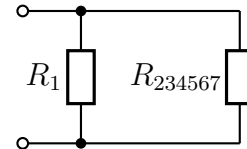
Zu dem Ersatzwiderstand R_{567} ist der Widerstand R_3 parallelgeschaltet. Den Ersatzwiderstand für die Parallelschaltung dieser beiden Widerstände nenne ich R_{3567} . Damit erhalten wir wieder eine neue Ersatzschaltung, die nebenstehend dargestellt ist.



Wir berechnen diesen Ersatzwiderstand R_{3567} :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{3567}} &= \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{567}} \\ \frac{1}{R_{3567}} &= \frac{1}{80 \Omega} + \frac{1}{120 \Omega} \\ R_{3567} &= 48 \Omega \end{aligned}$$

Mit dem Ersatzwiderstand R_{3567} sind die beiden Widerstände R_2 und R_4 in Reihe geschaltet. Fassen wir diese drei Widerstände zu einem zusammen, den ich R_{234567} nennen möchte, dann erhalten wir nebenstehende Ersatzschaltung, die erneut eine Vereinfachung darstellt. Der Ersatzwiderstand R_{234567} wird berechnet:



$$R_{234567} = R_2 + R_{3567} + R_4 = 190 \Omega + 48 \Omega + 62 \Omega = 300 \Omega$$

Jetzt müssen nur noch zwei parallelgeschaltete Widerstände zusammengefasst werden, nämlich R_1 und R_{234567} . Für das Ergebnis stelle ich keine neue Ersatzschaltung dar. Das Ergebnis ist der gesuchte Widerstand R_E .

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_E} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{234567}} \\ \frac{1}{R_E} &= \frac{1}{150 \Omega} + \frac{1}{300 \Omega} \\ R_E &= 100 \Omega \end{aligned}$$

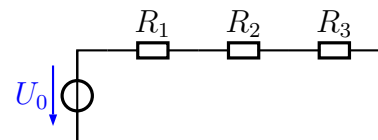
3.6.7 Aufgabe 7

Bekannt sind folgende Werte:

$$R_1 = 3 \Omega \quad R_2 = 7 \Omega \quad R_3 = 5 \Omega$$

Durch welchen Widerstand fließt der kleinste Strom?

- durch R_1 durch R_2 durch R_3
 Durch alle Widerstände fließt der gleiche Strom.



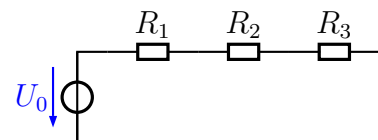
3.6.8 Aufgabe 8

Bekannt sind folgende Werte:

$$R_1 = 3 \Omega \quad R_2 = 7 \Omega \quad R_3 = 5 \Omega$$

An welchem Widerstand wird die kleinste Spannung gemessen?

- an R_1 an R_2 an R_3
 Alle Spannungen an den Widerständen sind gleich groß.



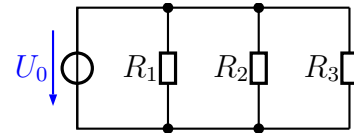
3.6.9 Aufgabe 9

Bekannt sind folgende Werte:

$$R_1 = 80 \Omega \quad R_2 = 100 \Omega \quad R_3 = 50 \Omega$$

Durch welchen Widerstand fließt der kleinste Strom?

- durch R_1 durch R_2 durch R_3
 Durch alle Widerstände fließt der gleiche Strom.



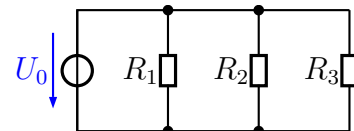
3.6.10 Aufgabe 10

Bekannt sind folgende Werte:

$$R_1 = 80 \Omega \quad R_2 = 100 \Omega \quad R_3 = 50 \Omega$$

An welchem Widerstand wird die kleinste Spannung gemessen?

- an R_1 an R_2 an R_3
 Alle Spannungen an den Widerständen sind gleich groß.



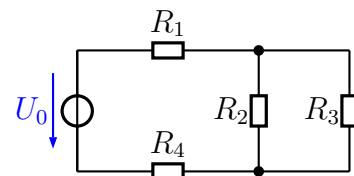
3.6.11 Aufgabe 11

Bekannt sind folgende Werte:

$$R_1 = 20 \Omega \quad R_2 = 10 \Omega \quad R_3 = 80 \Omega \quad R_4 = 120 \Omega$$

Wo fließt der größte Strom?

- in R_1 in R_3 in R_1 und R_4
 in R_2 in R_4 in R_2 und R_3



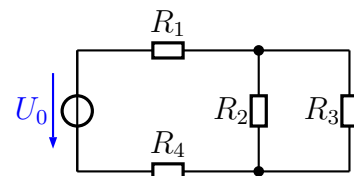
3.6.12 Aufgabe 12

Bekannt sind folgende Werte:

$$R_1 = 20 \Omega \quad R_2 = 10 \Omega \quad R_3 = 80 \Omega \quad R_4 = 120 \Omega$$

Wo fließt der kleinste Strom?

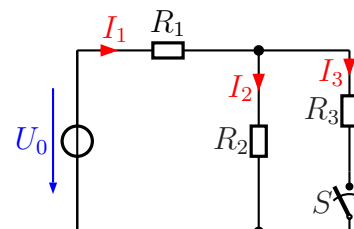
- in R_1 in R_3 in R_1 und R_4
 in R_2 in R_4 in R_2 und R_3



3.6.13 Aufgabe 13

Wie verändert sich der Strom I_1 , wenn der Schalter S geschlossen wird?

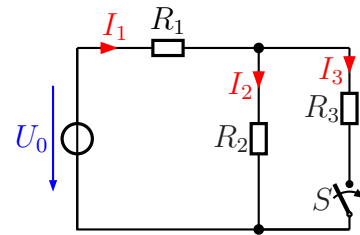
- I_1 steigt I_1 verringert sich
 I_1 bleibt unverändert
 Die Frage kann nur beantwortet werden, wenn die Widerstandswerte bekannt sind.



3.6.14 Aufgabe 14

Wie verändert sich der Strom I_2 , wenn der Schalter S geschlossen wird?

- I_2 steigt I_2 verringert sich
- I_2 bleibt unverändert
- Die Frage kann nur beantwortet werden, wenn die Widerstandswerte bekannt sind.



3.7 Übungsaufgaben zur Messtechnik

3.7.1 Aufgabe 1

Ein Spannungsmesser hat im Messbereich bis 10 V einen Innenwiderstand von $R_i = 500 \text{ k}\Omega$. Wie groß ist der spezifische Innenwiderstand?

Lösung: Da für den spezifischen Innenwiderstand kein Formelbuchstabe eingeführt ist, nenne ich ihn R_s .

$$R_s = \frac{R_i}{U} = \frac{500 \text{ k}\Omega}{10 \text{ V}} = 50 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}}$$

3.7.2 Aufgabe 2

Ein Spannungsmesser mit einem spezifischen Innenwiderstand von $\frac{20 \text{ k}\Omega}{\text{V}}$ ist in den Messbereich bis 100 V geschaltet. Wie groß sein der Innenwiderstand R_i in diesem Messbereich?

Lösung:

$$R_i = 20 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}} \cdot 100 \text{ V} = 2 \text{ M}\Omega$$

3.7.3 Aufgabe 3

Ein Spannungsmesser mit einem spezifischen Innenwiderstand von $\frac{20 \text{ k}\Omega}{\text{V}}$ zeigt im 10 V-Messbereich eine Spannung von 6 V an. Wie groß ist der Strom, der durch den Spannungsmesser fließt?

Lösung:

$$R_i = 20 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}} \cdot 10 \text{ V} = 200 \text{ k}\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_i} = \frac{6 \text{ V}}{200 \text{ k}\Omega} = 30 \mu\text{A}$$

3.7.4 Aufgabe 4

Ein Spannungsmesser mit $R_i = 10 \text{ M}\Omega$ wird als Strommesser zweckentfremdet. Welcher Strom fließt, wenn eine Spannung von 2,5 mV angezeigt wird?

Lösung:

$$I = \frac{U}{R_i} = \frac{2,5 \text{ mV}}{10 \text{ M}\Omega} = 250 \text{ nA}$$

3.7.5 Aufgabe 5

Ein Strommesser hat einen Innenwiderstand von $500\text{ m}\Omega$. Wie groß ist der Spannungsfall zwischen seinen Anschlussklemmen, wenn ein Strom von $800\text{ }\mu\text{A}$ gemessen wird?

Lösung:

$$U = R_i \cdot I = 500\text{ m}\Omega \cdot 800\text{ mA} = 400\text{ mV}$$

3.7.6 Aufgabe 6

Für einen Strommesser ist ein Spannungsfall von 50 mV bei Zeigervollausschlag angegeben. Wie groß ist sein Innenwiderstand im Messbereich bis $200\text{ }\mu\text{A}$?

Lösung:

$$R_i = \frac{U}{I} = \frac{50\text{ mV}}{200\text{ }\mu\text{A}} = 250\text{ }\Omega$$

3.7.7 Aufgabe 7

Sie möchten einen Widerstand von etwa $5\text{ k}\Omega$ ausmessen. Zur Verfügung steht ein Spannungsmesser mit einem Innenwiderstand von $R_U = 10\text{ M}\Omega$ sowie ein Strommesser mit einem Innenwiderstand von $R_I = 100\text{ }\Omega$.

- Welche Messschaltung verwenden Sie?
- Die Messgeräte haben die Güteklasse 1,5. Können Sie ohne Korrekturrechnung den Widerstand berechnen, indem Sie nur die abgelesenen Werte durcheinander dividieren?

Zu beiden Fragen soll auch eine **Begründung** mit angegeben werden.

Lösung:

- Das Geometrische Mittel der beiden Innenwiderstände liegt bei:

$$R_M = \sqrt{R_U \cdot R_I} = \sqrt{10\text{ M}\Omega \cdot 100\text{ }\Omega} = 31,6\text{ k}\Omega$$

Der zu messende Widerstand ist **kleiner** als dieser Wert. Zur Verwendung kommt daher die **Stromfehlerschaltung**.

- Der Innenwiderstand des Spannungsmessers ist um den Faktor 2000 größer, als der zu messende Widerstand. Damit liegt der Stromfehler bei etwa $0,05\%$. Er ist also wesentlich kleiner als der Fehler der Messgeräte. Eine Korrekturrechnung erübrigt sich also.

3.7.8 Aufgabe 8

Ein Spannungsmesser mit einem Innenwiderstand von $R_U = 100 \text{ k}\Omega$ kann Spannungen bis zu 10 V messen. Der Messbereich soll mit Hilfe eines geeigneten Widerstandes auf bis zu 100 V erweitert werden.

- a) Wie muss dieser Widerstand geschaltet werden?
- b) Wie groß muss dieser Widerstand sein?

Lösung:

- a) Der Widerstand muss als **Vor**-Widerstand in **Reihe** geschaltet werden.
- b) Der Messbereichsendwert soll **verzehnfacht** werden, also ist der Messbereichserweiterungsfaktor: $k = 10$.

$$R_V = (k - 1) \cdot R_U = (10 - 1) \cdot 100 \text{ k}\Omega = 900 \text{ k}\Omega$$

3.7.9 Aufgabe 9

Ein Strommesser mit einem Innenwiderstand von $R_I = 10 \Omega$ kann Ströme bis zu 10 mA messen. Der Messbereich soll mit Hilfe eines geeigneten Widerstandes auf bis zu 1 A erweitert werden.

- a) Wie muss dieser Widerstand geschaltet werden?
- b) Wie groß muss dieser Widerstand sein?

Lösung:

- a) Der Widerstand muss als **Parallel**-Widerstand **parallel** zum Strommesser geschaltet werden.
- b) Der Messbereichsendwert soll **verhundertfacht** werden, also ist der Messbereichserweiterungsfaktor: $k = 100$.

$$R_P = \frac{R_I}{k - 1} = \frac{10 \Omega}{100 - 1} = 101 \text{ m}\Omega$$

3.7.10 Aufgabe 10

Auf einer Glühlampe steht: 12 V, 6 W. Es soll die **tatsächliche Leistungsaufnahme bei Nennbetrieb** gemessen werden. Zur Messung stehen zur Verfügung:

- Ein im Bereich 0...15 V einstellbares Netzgerät. Das Netzgerät enthält **keinen** eingebauten Spannungsmesser.
- Ein Spannungsmesser mit einem spezifischen Innenwiderstand von $20 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}}$ und der Güteklasse 1,5. Das Gerät beinhaltet folgende Messbereiche: 3 V – 10 V – 30 V – 100 V – 300 V – 1000 V
- Ein Strommesser mit der Güteklasse 1,5 und einer Empfindlichkeit von 100 mV. Das bedeutet, dass beim Messbereichsendwert ein Spannungsfall von 100 mV an dem Messgerät anliegt. Das Gerät beinhaltet folgende Messbereiche: $100 \mu\text{A}$ – $300 \mu\text{A}$ – 1 mA – 3 mA – 10 mA – 30 mA – 100 mA – 300 mA – 1 A – 3 A

- a) Auf welchen Messbereich wird der Spannungsmesser eingestellt?
- b) Auf welchen Messbereich wird der Strommesser eingestellt?
- c) Wie groß ist der Innenwiderstand des Spannungsmessers R_U ?
- d) Wie groß ist der Innenwiderstand des Strommessers R_I ?
- e) Skizzieren Sie die zu verwendende Schaltung!
- f) Kann ohne Korrektur mit den abgelesenen Werten für U und I nur mit der Formel $P = U \cdot I$ die tatsächliche von der Lampe aufgenommene Leistung hinreichend genau berechnet werden?

Lösung: Spannungs- und Strommesser sollen immer auf den **kleinsten** Bereich eingestellt werden, der den anzuzeigenden Wert noch darstellen kann. Damit ergibt sich:

- a) Einzustellender Messbereich: 30 V
- b) Zunächst muss der zu messende Strom bestimmt werden:

$$P = U \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{6 \text{ W}}{12 \text{ V}} = 0,5 \text{ A}$$

Einzustellender Messbereich: 1 A

- c)

$$R_U = 20 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}} \cdot 30 \text{ V} = 600 \text{ k}\Omega$$

- d)

$$R_I = U_I \cdot I_I = 100 \text{ mV} \cdot 1 \text{ A} = 100 \text{ m}\Omega$$

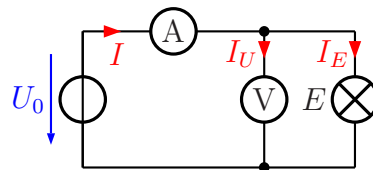
- e) Um die richtige Messschaltung festzulegen, muss zuerst der ungefähre Widerstand der Lampe bekannt sein.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{12\text{ V}}{0,5\text{ A}} = 24\ \Omega$$

Das ist offensichtlich ein **kleiner** Widerstand. Vorsichtshalber bestimme ich noch das Geometrische Mittel aus den Innenwiderständen der Messgeräte, um das zu prüfen:

$$R_M = \sqrt{R_U \cdot R_I} = \sqrt{100\text{ m}\Omega \cdot 600\text{ k}\Omega} = 245\ \Omega$$

Da der Lampenwiderstand deutlich kleiner ist als dieses Geometrische Mittel, kommt die **Stromfehlerschaltung** zum Einsatz:



- f) Der Innenwiderstand des Spannungsmessers ist 25 000 mal so groß wie der Lampenwiderstand. Daher ist der Stromfehler nur:

$$f = \frac{24\ \Omega}{600\text{ k}\Omega} = 0,000\ 04 = 0,004\%$$

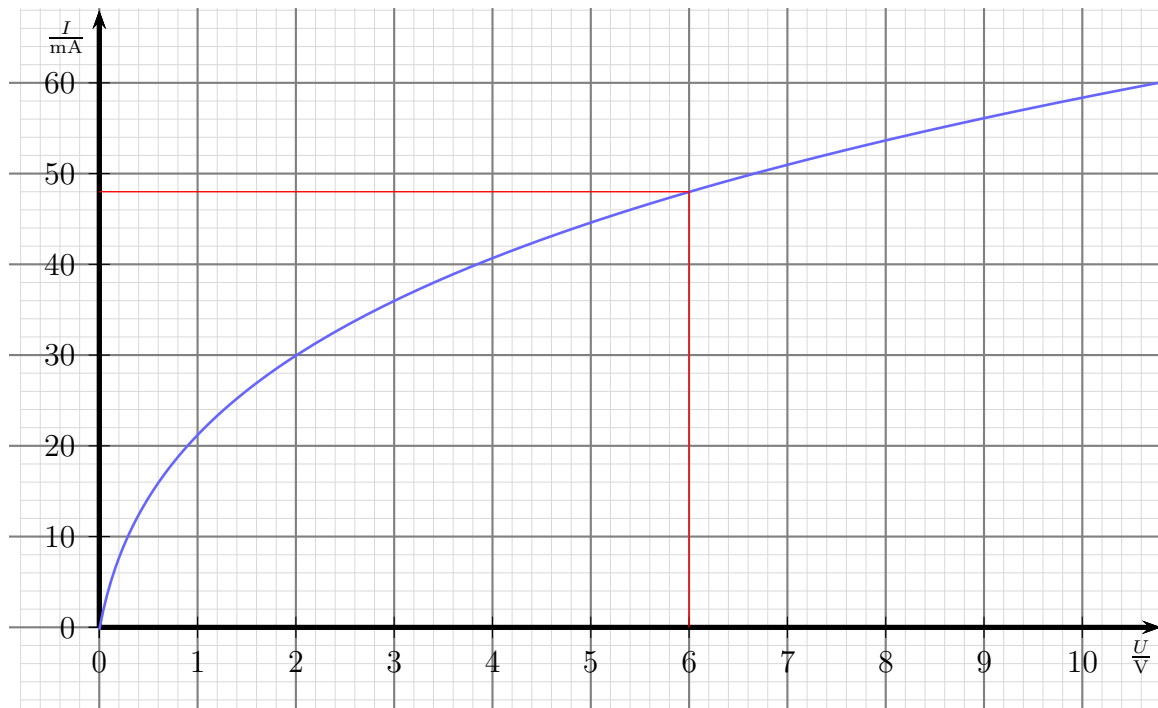
Dieser Fehler ist vernachlässigbar klein, eine Korrekturrechnung ist nicht erforderlich.

3.8 Übungsaufgaben zu nichtlinearen Widerständen

3.8.1 Aufgabe 1

Bestimmen Sie von der Glühlampe mit untenstehender Kennlinie im Arbeitspunkt bei $U = 6\text{ V}$:

- Den **statischen** Widerstand R !
- Den **dynamischen** Widerstand r !



Lösung a) Der zu der vorgegebenen Spannung von $U = 6\text{ V}$ gehörende Strom wird aus dem Diagramm abgelesen:

$$I = 48\text{ mA}$$

Mit dem Ohmschen Gesetz kann nun R bestimmt werden:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{6\text{ V}}{48\text{ mA}} = 125\ \Omega$$

$$R = 125\ \Omega$$

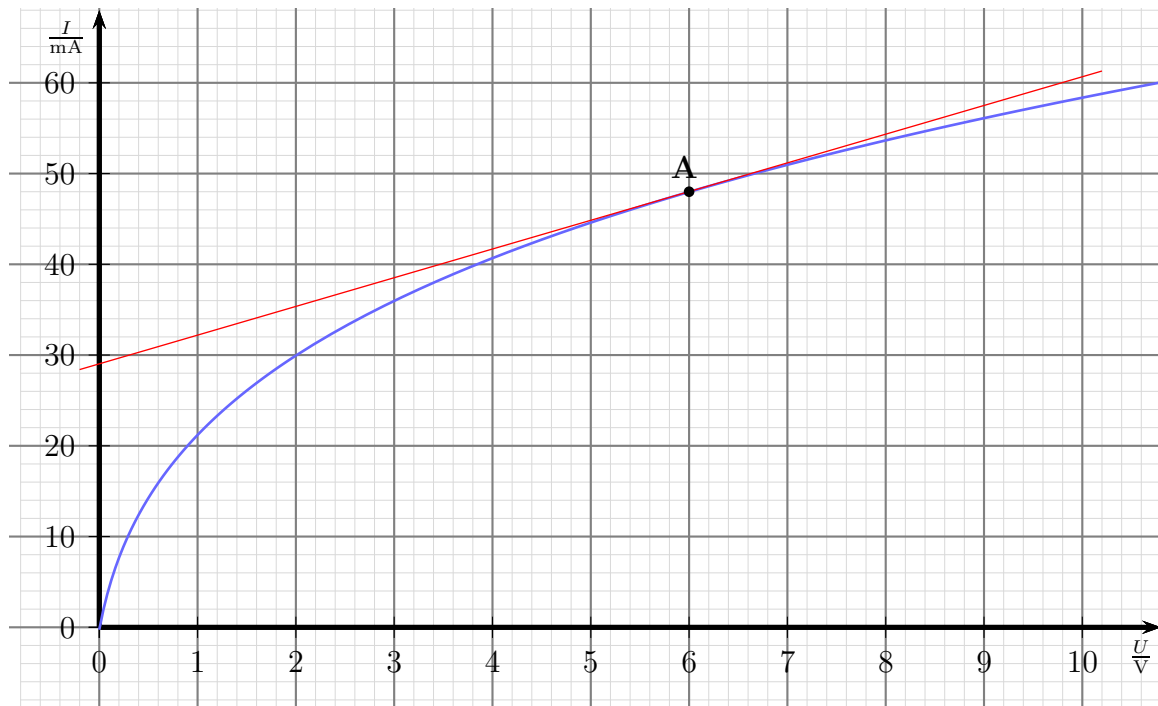
Lösung b) Hier gibt es grundsätzlich zwei verschiedene Lösungsverfahren:

Zeichnerisch: Hierzu zeichnet man eine Tangente im Arbeitspunkt an die Kennlinie und bestimmt über deren Steigung r .

Rechnerisch: Hierzu liest man an der Kennlinie im gleichen Abstand links und rechts vom Arbeitspunkt die Stromwerte ab und berechnet damit r .

Diese Lösungsverfahren gehen wir nun beide im Detail durch.

Zeichnerische Lösung:



An der Geraden können beispielsweise folgende Wertepaare abgelesen werden:

$$\begin{aligned} U_1 &= 0 \text{ V} & I_1 &= 29 \text{ mA} \\ U_2 &= 10 \text{ V} & I_2 &= 60,5 \text{ mA} \end{aligned}$$

Mit diesen Werten kann nun r berechnet werden:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\Delta U}{\Delta I} \\ &= \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} \\ &= \frac{10 \text{ V} - 0 \text{ V}}{60,5 \text{ mA} - 29 \text{ mA}} \\ &= \frac{10 \text{ V}}{31,5 \text{ mA}} \\ r &= 317 \Omega \end{aligned}$$

$$r = 317 \Omega$$

Rechnerische Lösung: Symmetrisch zu $U = 6\text{ V}$ werden rechts und links davon Stromwerte an der Kennlinie abgelesen, beispielsweise so:

$$\begin{aligned}U_1 &= 4\text{ V} & I_1 &= 40,5\text{ mA} \\U_2 &= 8\text{ V} & I_2 &= 53,5\text{ mA}\end{aligned}$$

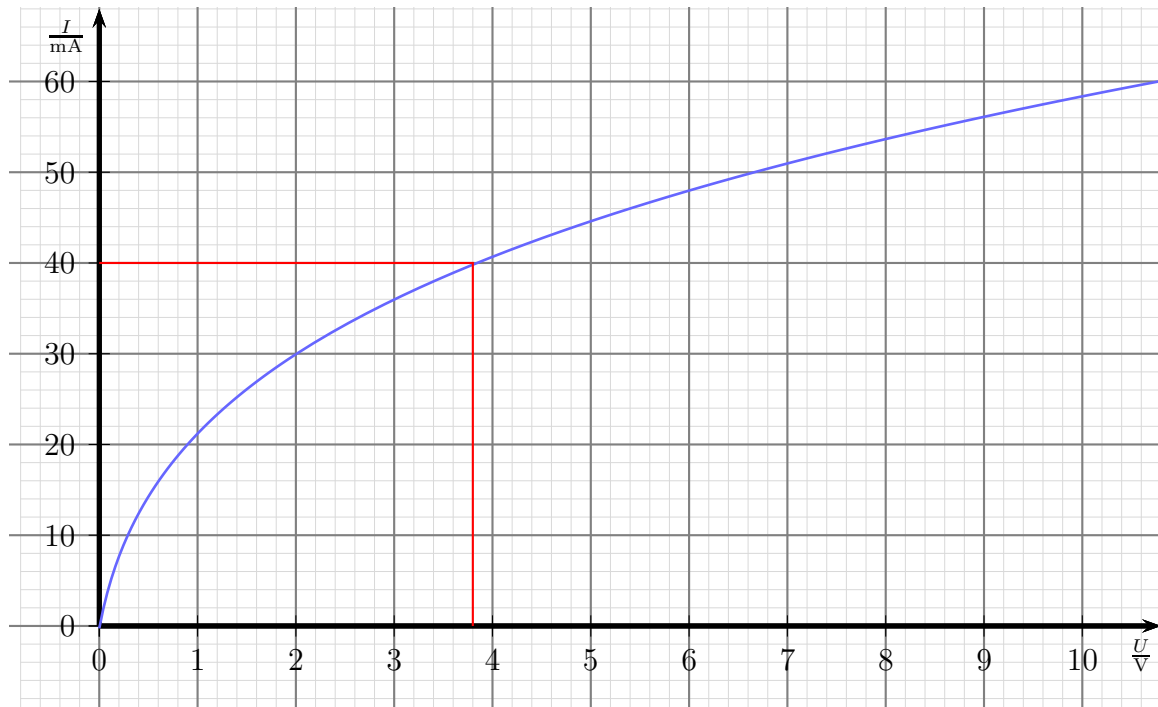
Mit diesen Werten wird nun gerechnet:

$$\begin{aligned}r &= \frac{\Delta U}{\Delta I} \\&= \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} \\&= \frac{8\text{ V} - 4\text{ V}}{53,5\text{ mA} - 40,5\text{ mA}} \\&= \frac{4\text{ V}}{13\text{ mA}} \\r &= 308\ \Omega\end{aligned}$$

$$r = 308\ \Omega$$

Man kann erkennen, dass die Werte zwar aufgrund der Ablesefehler nicht genau übereinstimmen, zumindest aber näherungsweise zum gleichen Ergebnis führen.

3.8.2 Aufgabe 2

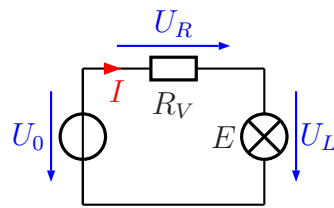


Eine Glühlampe mit obenstehender Kennlinie soll an einer Spannungsquelle mit $U_0 = 12$ V betrieben werden. Dabei soll ein Lampenstrom von $I = 40$ mA fließen. Dazu wird die Lampe über einen Vorwiderstand R_V betrieben.

- a) Geben Sie die verwendete Schaltung an!
- b) Welchen Widerstandswert soll der Vorwiderstand R_V haben? Wählen Sie dazu einen geeigneten Normwert aus der E12-Reihe² aus!

²Die Normwertreihen sind beispielsweise hier zu finden: <http://de.wikipedia.org/wiki/E-Reihe>

Lösung a) Nachfolgende Schaltung erfüllt die Anforderungen der Aufgabe.



Lösung b) Zunächst wird die Lampenspannung U_L im Diagramm abgelesen, die sich durch den vorgegebenen Strom von $I = 40 \text{ mA}$ ergibt:

$$\text{Ablesewert: } U_L = 3,8 \text{ V}$$

Die Spannung U_L wird mit der Kirchhoffschen Maschenregel bestimmt:

$$\begin{aligned} U_R + U_L &= U_0 && | - U_L \\ U_R &= U_0 - U_L \\ U_R &= 12 \text{ V} - 3,8 \text{ V} \\ U_R &= 8,2 \text{ V} \end{aligned}$$

Mit dem Ohmschen Gesetz erhalten wir den Widerstandswert:

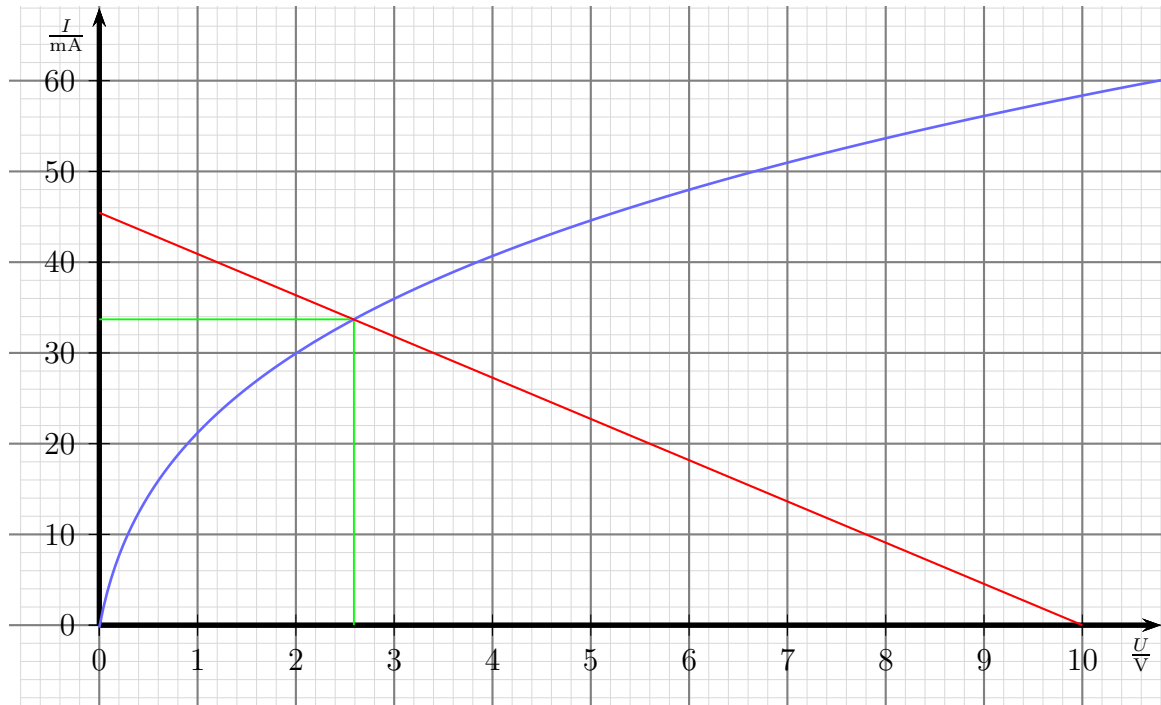
$$R_V = \frac{U_R}{I} = \frac{8,2 \text{ V}}{40 \text{ mA}} = 205 \Omega$$

Die beiden Nachbarwerte aus der E12-Reihe sind 180Ω und 220Ω . Der Wert, der näher dran ist, wird gewählt:

$$\text{Gewählt: } R_V = 220 \Omega$$

3.8.3 Aufgabe 3

Eine Glühlampe mit untenstehender Kennlinie wird über einen Vorwiderstand R_V mit $R_V = 220 \Omega$ an eine Spannung U_0 mit $U_0 = 10 \text{ V}$ angeschlossen. Ermitteln Sie mit Hilfe der Kennlinie zeichnerisch den sich ergebenden Strom I sowie die Lampenspannung U_L !



Lösung: Zunächst wird der Kurzschlussstrom I_K berechnet, der sich ergeben würde, wenn man die Glühlampe kurzschließen würde.

$$I_K = \frac{U_0}{R_V} = \frac{10 \text{ V}}{220 \Omega} \approx 45,5 \text{ mA}$$

Jetzt kann die Arbeitsgerade in die Kennlinie eingetragen werden. Sie beginnt auf der Stromachse bei $I_K = 45,5 \text{ mA}$ und endet auf der Spannungsachse bei $U_0 = 10 \text{ V}$. Die gesuchten Werte ergeben sich aus dem Schnittpunkt der Arbeitsgeraden mit der Kennlinie:

Abgelesen: $I = 34 \text{ mA}$ $U_L = 2,6 \text{ V}$

3.9 Übungsaufgaben zu Kondensatoren

3.9.1 Aufgabe 1

Erklären Sie den Begriff „Selbsteffekt“ von Kondensatoren. Bei welchen Typen kommt er vor und wie kommt er zustande?

Lösung: Wenn bei einem Defekt ein Kurzschluss entsteht, verdampft der fließende Strom das aufgedampfte Metall schneller, als das Papier verbrennen kann. Der Kurzschluss „brennt weg“, der Kondensator ist wieder intakt.

3.9.2 Aufgabe 2

Ein Drehkondensator besteht aus 25 Platten, von denen 13 drehbar gelagert sind und jeweils eine wirksame Fläche von 14 cm^2 haben. Wie groß muss der Plattenabstand sein, damit die maximale Kapazität 540 pF beträgt? Zur Erinnerung: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

Lösung: Bei 13 drehbaren und 12 festen Platten erhalten wir 24 wirksame Flächen – beide Seiten aller festen Platten. Wir bestimmen die Gesamtfläche:

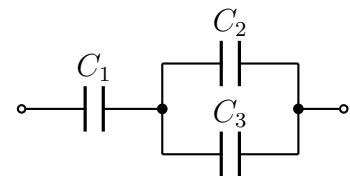
$$A_{ges} = n \cdot A = 24 \cdot 14 \text{ cm}^2 = 336 \text{ cm}^2$$

Für das Dielektrikum Luft können wir rechnen mit $\epsilon_r \approx 1$.

$$\begin{aligned} C &= \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A_{ges}}{d} \\ d &= \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot A_{ges}}{C} \\ &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 1 \cdot 336 \text{ cm}^2}{540 \text{ pF}} \\ &= \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 1 \cdot 0,0336 \text{ m}^2}{540 \cdot 10^{-12} \text{ F}} \\ &= 0,00055 \text{ m} \\ d &= 0,55 \text{ mm} \end{aligned}$$

3.9.3 Aufgabe 3

Drei Kapazitäten $C_1 = 12 \mu\text{F}$, $C_2 = 6 \mu\text{F}$ und $C_3 = 2 \mu\text{F}$ sind gemäß nebenstehender Schaltung miteinander verbunden. Bestimmen Sie die Gesamtkapazität C_{ges} der Schaltung zwischen den Anschlussklemmen!



Lösung: C_2 und C_3 sind **parallel** geschaltet.

$$\begin{aligned} C_{23} &= C_2 + C_3 \\ &= 6 \mu\text{F} + 2 \mu\text{F} \\ C_{23} &= 8 \mu\text{F} \end{aligned}$$

In Reihe dazu liegt C_1 .

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} \\ \frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{12 \mu\text{F}} + \frac{1}{8 \mu\text{F}} \\ C_{ges} &= 4,8 \mu\text{F}\end{aligned}$$

3.9.4 Aufgabe 4

Auf welche Spannung müsste ein Kondensator mit einer Kapazität von $33\,000 \mu\text{F}$ aufgeladen werden, damit er eine Ladung von 1 C aufnimmt?

Lösung:

$$\begin{aligned}C &= \frac{Q}{U} && | \cdot \frac{U}{C} \\ U &= \frac{Q}{C} \\ U &= \frac{1 \text{ C}}{33\,000 \mu\text{F}} \\ U &= 30,3 \text{ V}\end{aligned}$$

3.9.5 Aufgabe 5

Zwei Kondensatoren ergeben in einer Zusammenschaltung eine Kapazität von $C_{ges} = 543 \text{ pF}$. Der eine Kondensator hat eine Kapazität von $C_1 = 2,7 \text{ nF}$.

- Um welche Schaltungsart handelt es sich?
- Welche Kapazität hat der andere Kondensator C_2 ?

Lösung:

- Da die Gesamtkapazität **kleiner** als eine Einzelkapazität ist, muss es sich um eine **Reihenschaltung** handeln.

b)

$$\begin{aligned}\frac{1}{C_{ges}} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} && | - \frac{1}{C_1} \\ \frac{1}{C_{ges}} - \frac{1}{C_1} &= \frac{1}{C_2} \\ \frac{1}{C_2} &= \frac{1}{543 \text{ pF}} - \frac{1}{2\,700 \text{ pF}} \\ C_2 &= 680 \text{ pF}\end{aligned}$$

3.9.6 Aufgabe 6

Ein Kondensator mit einer Kapazität von $C = 4,5 \mu\text{F}$ ist mit einer Gleichspannung von $U = 500 \text{ V}$ aufgeladen worden. Er wird über einen Widerstand von $R = 150 \text{ k}\Omega$ entladen. Wie lange dauert es nach einer gängigen Faustformel, bis der Kondensator praktisch ganz entladen ist (Restspannung kleiner als 0,7% der Anfangsspannung)?

Lösung: Die Faustregel besagt, dass der Kondensator nach einer Zeit von 5τ als entladen angesehen werden kann.

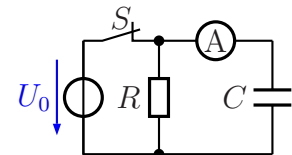
$$\tau = R \cdot C = 150 \text{ k}\Omega \cdot 4,5 \mu\text{F} = 0,675 \text{ s}$$

$$t_{\text{Entlade}} = 5\tau = 5 \cdot 0,675 \text{ s} = 3,375 \text{ s}$$

3.9.7 Aufgabe 7

Zu welchem Zeitpunkt zeigt das Strommessgerät den größten Strom an?

- Kurz vor dem Öffnen des Schalters.
- Kurz nach dem Öffnen des Schalters.
- Einige Sekunden nach dem Öffnen des Schalters.
- Es kann nie ein Strom fließen, da der Kondensator für Gleichstrom einen Isolator darstellt.



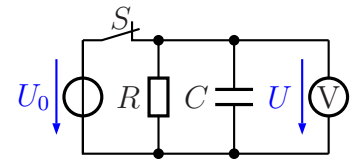
3.9.8 Aufgabe 8

In nebenstehender Schaltung wird der Schalter S zum Zeitpunkt $t = 0$ geöffnet. Skizzieren Sie den Verlauf der Spannung U ! Folgende Werte sind bekannt:

$$U_0 = 6 \text{ V}$$

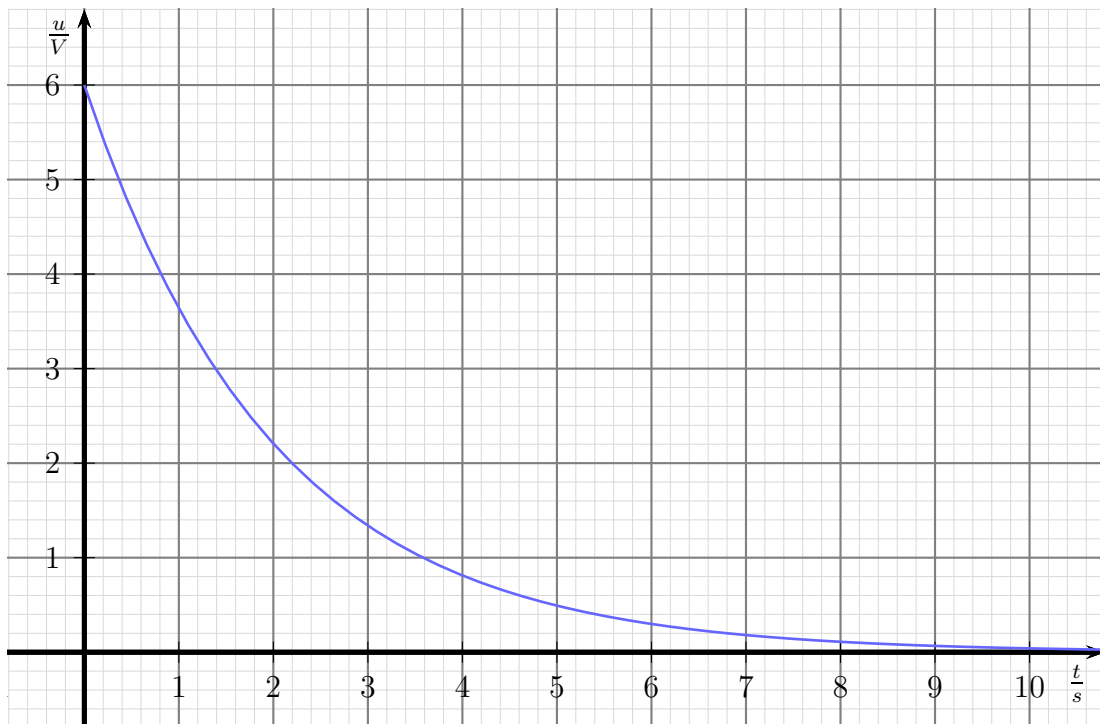
$$R = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C = 20 \text{ }\mu\text{F}$$



Lösung:

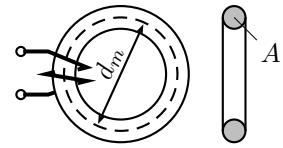
$$\tau = R \cdot C = 100 \text{ k}\Omega \cdot 20 \text{ }\mu\text{F} = 2 \text{ s}$$



3.10 Übungsfragen zu Spulen

3.10.1 Aufgabe 1

Auf einen Ferrit-Ringkern mit einer Permeabilität von $\mu_r = 500$ ist eine Spule mit 100 Windungen aufgebracht. (In der nebenstehenden Skizze sind nur zwei Windungen angedeutet.) Der mittlere Durchmesser des Ringkerns beträgt $d_m = 20$ mm, sein Querschnitt $A = 16$ mm². Wie groß ist die Induktivität der Spule?



Lösung: Zunächst muss aus dem gegebenen mittleren Durchmesser d_m des Ringkerns seine mittlere Feldlinienlänge l_m bestimmt werden.

$$l_m = \pi \cdot d_m = \pi \cdot 20 \text{ mm} = 62,83 \text{ mm}$$

Hiermit kann L mit Hilfe der Grundformel bestimmt werden.

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{l_m} \\ &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 800 \cdot 100^2 \cdot 16 \text{ mm}^2}{62,83 \text{ mm}} \\ &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 800 \cdot 100^2 \cdot 0,000\,016 \text{ m}^2}{0,062\,83 \text{ m}} \\ L &= 2,56 \text{ mH} \end{aligned}$$

3.10.2 Aufgabe 2

Auf eine Zylinderspule mit 100 Windungen werden weitere 100 Windungen aufgebracht. Dabei verändert sich weder der Spulenquerschnitt noch die mittlere Feldlinienlänge. Wie verändert sich dadurch die Induktivität?

- Sie verdoppelt sich.
- Sie halbiert sich.
- Sie vervierfacht sich.
- Sie verringert sich auf ein Viertel.
- Sie verändert sich nicht.

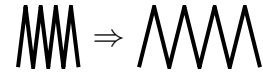
Begründung: Die Formel für die Induktivität lautet:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{l_m}$$

Da die Windungszahl N im Zähler **im Quadrat** steht, wird aus der **Verdopplung** der Windungszahl eine **Vervierfachung** der Induktivität.

3.10.3 Aufgabe 3

Eine zylindrische Luftspule wird in die Länge gezogen. Dadurch verdoppelt sich die mittlere Feldlinienlänge. Wie verändert sich dadurch die Induktivität der Spule?



- Sie verdoppelt sich.
- Sie halbiert sich.
- Sie vervierfacht sich.
- Sie verringert sich auf ein Viertel.
- Sie verändert sich nicht.

Begründung: Die Formel für die Induktivität lautet:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot N^2 \cdot A}{l_m}$$

Da l_m im **Nenner** steht, führt die **Verdopplung** von l_m zur **Halbierung** von L .

3.10.4 Aufgabe 4

Welcher Schaltvorgang an einer Spule ist besonders kritisch?

- Der Einschaltvorgang
- Der Abschaltvorgang
- Sowohl Einschalt- als auch Abschaltvorgang gleichermaßen
- Kein Schaltvorgang ist kritisch

Begründung: Beim Abschalten möchte der Strom in der bisherigen Höhe weiterfließen. Weil das nicht geht entsteht aufgrund der schnellen Stromänderung eine hohe Induktionsspannung, die im Schalter zu einem Lichtbogen führen kann.