

# Lösen einfacher Gleichungen

W. Kippels

14. November 2014

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Prinzipielle Vorgehensweise</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Ein Beispiel</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Übungsaufgaben</b>	<b>5</b>
3.1	Aufgabe 1: . . . . .	5
3.2	Aufgabe 2: . . . . .	5
3.3	Aufgabe 3: . . . . .	5
3.4	Aufgabe 4: . . . . .	5
3.5	Aufgabe 5: . . . . .	5
3.6	Aufgabe 6: . . . . .	5
3.7	Aufgabe 7: . . . . .	5
3.8	Aufgabe 8: . . . . .	5
3.9	Aufgabe 9: . . . . .	5
3.10	Aufgabe 10: . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Ergebnisse der Übungsaufgaben</b>	<b>6</b>
4.1	Aufgabe 1: . . . . .	6
4.2	Aufgabe 2: . . . . .	6
4.3	Aufgabe 3: . . . . .	6
4.4	Aufgabe 4: . . . . .	6
4.5	Aufgabe 5: . . . . .	6
4.6	Aufgabe 6: . . . . .	6
4.7	Aufgabe 7: . . . . .	6
4.8	Aufgabe 8: . . . . .	6
4.9	Aufgabe 9: . . . . .	6
4.10	Aufgabe 10: . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Komplett durchgerechnete Lösungen</b>	<b>7</b>
5.1	Aufgabe 1: . . . . .	7

5.2	Aufgabe 2: . . . . .	7
5.3	Aufgabe 3: . . . . .	7
5.4	Aufgabe 4: . . . . .	7
5.5	Aufgabe 5: . . . . .	7
5.6	Aufgabe 6: . . . . .	7
5.7	Aufgabe 7: . . . . .	7
5.8	Aufgabe 8: . . . . .	8
5.9	Aufgabe 9: . . . . .	8
5.10	Aufgabe 10: . . . . .	8

# 1 Prinzipielle Vorgehensweise

Beim Lösen einer Gleichung sollte man **zielstrebig** vorgehen. Man könnte natürlich auch planlos herumrechnen, bis man zufällig auf die Lösung stößt; das dauert aber sicher länger, wenn es denn überhaupt zum Erfolg führt.

Es hat sich bewährt, nach dem **Was-Wie-Prinzip** vorzugehen. Damit ist gemeint, dass man zuerst überlegt, **was** man erreichen möchte und erst danach, **wie** man das dann machen muss. Als Lehrer sehe ich es sehr oft, dass Schüler sich nur über das **wie** Gedanken machen, ohne sich darüber im Klaren zu sein, **was** man mit der jeweiligen Umformung überhaupt erreicht. Dann entfernt man sich oft von der Lösung, anstatt ihr näher zu kommen. Zugegeben – das klingt alles banal und eigentlich selbstverständlich, ist aber tatsächlich sehr oft ein Problem.

Jetzt wird es etwas konkreter. Beim Gleichungs-Umstellen kommt es ja bei jedem Schritt darauf an, irgendeine Größe – aus welchem Grund auch immer – auf die andere Seite der Gleichung zu bringen. Die **Was**-Frage dreht sich also darum, welche Größe denn auf die andere Gleichungsseite gebracht werden soll, die **Wie**-Frage klärt dann, durch welche Rechenoperation man dieses Ziel erreicht.

Zum **Wie** gibt es ein Grundprinzip, das (fast) immer funktioniert:

Es muss immer die **gegensätzliche** Rechenoperation angewendet werden.

Welche Überlegungen im Einzelnen konkret angestellt werden müssen, möchte ich gern an einem Beispiel erläutern. Weitergehende Informationen zur Vorgehensweise findet man auch hier:

<http://dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/gleich00.pdf>

## 2 Ein Beispiel

Am Beispiel folgender Aufgabe wollen wir das Lösungsprinzip einfacher Gleichungen darstellen.

$$6x + 5 = 4x - 1$$

Die erste Frage, die man sich immer stellen muss:

*Auf welche Seite wollen wir alles **mit**  $x$ , und auf welche Seite alles **ohne**  $x$  sortieren?*

Nehmen wir an, wir wollen alles mit  $x$  nach links bringen, dann lautet die nächste Frage:

**Was** muss dazu auf die andere Seite gebracht werden?

Antwort: Der Term  $4x$  von der rechten Seite auf die linke.

Frage: **Wie** macht man das?

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Der Term  $4x$  hat ein Pluszeichen vor sich stehen (das man freilich auch weglassen darf). Das Gegenteil ist **Minus**. Wir müssen also  $4x$  auf beiden Seiten subtrahieren, also:

$$\begin{aligned}6x + 5 &= 4x - 1 & | - 4x \\6x - 4x + 5 &= -1 \\2x + 5 &= -1\end{aligned}$$

Frage: **Was** muss als nächstes auf die andere Seite gebracht werden?

Antwort: Die 5 muss von der linken Seite auf die rechte.

Frage: **Wie** macht man das?

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Vor der 5 steht ein Plus, also müssen wir auf beiden Seiten subtrahieren:

$$\begin{aligned}2x + 5 &= -1 & | - 5 \\2x &= -1 - 5 \\2x &= -6\end{aligned}$$

Frage: **Was** stört uns jetzt noch?

Antwort: Die 2 vor dem  $x$ . Die müssen wir da wegbekommen.

Frage: **Wie** macht man das?

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Die 2 ist mit dem  $x$  durch einen Mal-Punkt verbunden, den man freilich auch weglassen darf. Das Gegenteil vom Multiplizieren ist das Dividieren. Wir dividieren also beide Seiten durch 2:

$$\begin{aligned}2x &= -6 & | : 2 \\x &= -3\end{aligned}$$

Das war es dann schon.

### 3 Übungsaufgaben

#### 3.1 Aufgabe 1:

$$5x - 4 = 2x + 5$$

#### 3.2 Aufgabe 2:

$$8x - 2 = 3x + 8$$

#### 3.3 Aufgabe 3:

$$10x + 4 = 6x + 44$$

#### 3.4 Aufgabe 4:

$$12x + 4 = 2x - 36$$

#### 3.5 Aufgabe 5:

$$13x + 4 = 49 - 2x$$

#### 3.6 Aufgabe 6:

$$3x - 5 = 5x - 9$$

#### 3.7 Aufgabe 7:

$$5x + 17 = -6x + 6$$

#### 3.8 Aufgabe 8:

$$2x + 7 = 5x + 8$$

#### 3.9 Aufgabe 9:

$$6x + 3 - 2x = 7x - 9$$

#### 3.10 Aufgabe 10:

$$5 - 5x + 2 = 4 - 3x + 3$$

## 4 Ergebnisse der Übungsaufgaben

### 4.1 Aufgabe 1:

$$x = 3$$

### 4.2 Aufgabe 2:

$$x = 2$$

### 4.3 Aufgabe 3:

$$x = 10$$

### 4.4 Aufgabe 4:

$$x = -4$$

### 4.5 Aufgabe 5:

$$x = 3$$

### 4.6 Aufgabe 6:

$$x = 2$$

### 4.7 Aufgabe 7:

$$x = -1$$

### 4.8 Aufgabe 8:

$$x = -\frac{1}{3}$$

### 4.9 Aufgabe 9:

$$x = 4$$

### 4.10 Aufgabe 10:

$$x = 0$$

## 5 Komplett durchgerechnete Lösungen

### 5.1 Aufgabe 1:

$$\begin{array}{rcl} 5x - 4 & = & 2x + 5 \quad | - 2x + 4 \\ 3x & = & 9 \quad | : 3 \\ x & = & 3 \end{array}$$

### 5.2 Aufgabe 2:

$$\begin{array}{rcl} 8x - 2 & = & 3x + 8 \quad | - 3x + 2 \\ 5x & = & 10 \quad | : 5 \\ x & = & 2 \end{array}$$

### 5.3 Aufgabe 3:

$$\begin{array}{rcl} 10x + 4 & = & 6x + 44 \quad | - 6x - 4 \\ 4x & = & 40 \quad | : 4 \\ x & = & 10 \end{array}$$

### 5.4 Aufgabe 4:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 4 & = & 2x - 36 \quad | - 2x - 4 \\ 10x & = & -40 \quad | : 10 \\ x & = & -4 \end{array}$$

### 5.5 Aufgabe 5:

$$\begin{array}{rcl} 13x + 4 & = & 49 - 2x \quad | + 2x - 4 \\ 15x & = & 45 \quad | : 15 \\ x & = & 3 \end{array}$$

### 5.6 Aufgabe 6:

$$\begin{array}{rcl} 3x - 5 & = & 5x - 9 \quad | - 5x + 5 \\ -2x & = & -4 \quad | : (-2) \\ x & = & 2 \end{array}$$

### 5.7 Aufgabe 7:

$$\begin{array}{rcl} 5x + 17 & = & -6x + 6 \quad | + 6x - 17 \\ 11x & = & -11 \quad | : 11 \\ x & = & -1 \end{array}$$

### 5.8 Aufgabe 8:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 7 & = & 5x + 8 \quad | -5x - 7 \\ -3x & = & 1 \quad \quad | : (-3) \\ x & = & -\frac{1}{3} \end{array}$$

### 5.9 Aufgabe 9:

$$\begin{array}{rcl} 6x + 3 - 2x & = & 7x - 9 \quad | \text{links zusammenfassen} \\ 4x + 3 & = & 7x - 9 \quad | -7x - 3 \\ -3x & = & -12 \quad | : (-3) \\ x & = & 4 \end{array}$$

### 5.10 Aufgabe 10:

$$\begin{array}{rcl} 5 - 5x + 2 & = & 4 - 3x + 3 \quad | \text{links und rechts zusammenfassen} \\ 7 - 5x & = & 7 - 3x \quad | +3x - 7 \\ -2x & = & 0 \quad | : (-2) \\ x & = & 0 \end{array}$$