

Lösen einfacher Gleichungen

Wolfgang Kippels

19. Mai 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	3
2	Prinzipielle Vorgehensweise	4
3	Ein Beispiel	4
4	Übungsaufgaben	6
4.1	Aufgabe 1:	6
4.2	Aufgabe 2:	6
4.3	Aufgabe 3:	6
4.4	Aufgabe 4:	6
4.5	Aufgabe 5:	6
4.6	Aufgabe 6:	6
4.7	Aufgabe 7:	6
4.8	Aufgabe 8:	6
4.9	Aufgabe 9:	6
4.10	Aufgabe 10:	6
5	Ergebnisse der Übungsaufgaben	7
5.1	Aufgabe 1:	7
5.2	Aufgabe 2:	7
5.3	Aufgabe 3:	7
5.4	Aufgabe 4:	7
5.5	Aufgabe 5:	7
5.6	Aufgabe 6:	7
5.7	Aufgabe 7:	7
5.8	Aufgabe 8:	7
5.9	Aufgabe 9:	7
5.10	Aufgabe 10:	7

6	Komplett durchgerechnete Lösungen	8
6.1	Aufgabe 1:	8
6.2	Aufgabe 2:	8
6.3	Aufgabe 3:	8
6.4	Aufgabe 4:	8
6.5	Aufgabe 5:	8
6.6	Aufgabe 6:	8
6.7	Aufgabe 7:	8
6.8	Aufgabe 8:	9
6.9	Aufgabe 9:	9
6.10	Aufgabe 10:	9

1 Vorwort

Diese und ähnliche Anleitungen zu erstellen erfordert sehr viel Zeit und Mühe. Trotzdem stelle ich alles kostenfrei der Allgemeinheit zur Verfügung. Wenn Sie diese Datei hilfreich finden, dann bitte ich Sie um Erfüllung des nachfolgend beschriebenen „Generationenvertrages“:

Wenn Sie später einmal Ihre Ausbildungsphase beendet haben und im Beruf stehen (oder auch noch danach), geben Sie bitte Ihr Wissen in geeigneter Form an die nachfolgende Generation weiter.

Wenn Sie mir eine Freude machen wollen, dann schreiben Sie mir bitte eine kleine Email an die folgende Adresse: mail@dk4ek.de

Vielen Dank!

2 Prinzipielle Vorgehensweise

Beim Lösen einer Gleichung sollte man **zielstrebig** vorgehen. Man könnte natürlich auch planlos herumrechnen, bis man zufällig auf die Lösung stößt; das dauert aber sicher länger, wenn es denn überhaupt zum Erfolg führt.

Es hat sich bewährt, nach dem **Was-Wie-Prinzip** vorzugehen. Damit ist gemeint, dass man zuerst überlegt, **was** man erreichen möchte und erst danach, **wie** man das dann machen muss. Als Lehrer sehe ich es sehr oft, dass Schüler sich nur über das **wie** Gedanken machen, ohne sich darüber im Klaren zu sein, **was** man mit der jeweiligen Umformung überhaupt erreicht. Dann entfernt man sich oft von der Lösung, anstatt ihr näher zu kommen. Zugegeben – das klingt alles banal und eigentlich selbstverständlich, ist aber tatsächlich sehr oft ein Problem.

Jetzt wird es etwas konkreter. Beim Gleichungs-Umstellen kommt es ja bei jedem Schritt darauf an, irgendeine Größe – aus welchem Grund auch immer – auf die andere Seite der Gleichung zu bringen. Die **Was**-Frage dreht sich also darum, **welche Größe** denn auf die andere Gleichungsseite gebracht werden soll, die **Wie**-Frage klärt dann, durch **welche Rechenoperation** man dieses Ziel erreicht.

Zum **Wie** gibt es ein Grundprinzip, das (fast) immer funktioniert:

Es muss immer die **gegensätzliche** Rechenoperation angewendet werden.

Welche Überlegungen im Einzelnen konkret angestellt werden müssen, möchte ich gern an einem Beispiel erläutern. Weitergehende Informationen zur Vorgehensweise findet man auch hier:

<https://dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/gleich00.pdf>

3 Ein Beispiel

Am Beispiel folgender Aufgabe wollen wir das Lösungsprinzip einfacher Gleichungen darstellen.

$$6x + 5 = 4x - 1$$

Die erste Frage, die man sich immer stellen muss:

*Auf welche Seite wollen wir alles **mit** x , und auf welche Seite alles **ohne** x sortieren?*

Nehmen wir an, wir wollen alles mit x nach links bringen, dann lautet die nächste Frage:

Was muss dazu auf die andere Seite gebracht werden?

Antwort: Der Term $4x$ von der rechten Seite auf die linke.

Frage: **Wie** macht man das?

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Der Term $4x$ hat ein Pluszeichen vor sich stehen (das man freilich auch weglassen darf). Das Gegenteil ist **Minus**. Wir müssen also $4x$ auf beiden Seiten subtrahieren, also:

$$\begin{array}{rcl} 6x + 5 & = & 4x - 1 \quad | - 4x \\ 6x - 4x + 5 & = & 4x - 4x - 1 \\ 2x + 5 & = & -1 \end{array}$$

Frage: **Was** muss als nächstes auf die andere Seite gebracht werden?

Antwort: Die 5 muss von der linken Seite auf die rechte.

Frage: **Wie** macht man das?

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Vor der 5 steht ein Plus, also müssen wir auf beiden Seiten subtrahieren:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 5 & = & -1 \quad | - 5 \\ 2x + 5 - 5 & = & -1 - 5 \\ 2x & = & -6 \end{array}$$

Frage: **Was** stört uns jetzt noch?

Antwort: Die 2 vor dem x . Die müssen wir da wegbekommen.

Frage: **Wie** macht man das?

Antwort: Immer mit der **gegensätzlichen** Rechenoperation.

Die 2 ist mit dem x durch einen Mal-Punkt verbunden, den man freilich auch weglassen darf. Das Gegenteil vom Multiplizieren ist das Dividieren. Wir dividieren also beide Seiten durch 2:

$$\begin{array}{rcl} 2x & = & -6 \quad | : 2 \\ \frac{2x}{2} & = & \frac{-6}{2} \\ x & = & -3 \end{array}$$

Das war es dann schon.

4 Übungsaufgaben

4.1 Aufgabe 1:

$$5x - 4 = 2x + 5$$

4.2 Aufgabe 2:

$$8x - 2 = 3x + 8$$

4.3 Aufgabe 3:

$$10x + 4 = 6x + 44$$

4.4 Aufgabe 4:

$$12x + 4 = 2x - 36$$

4.5 Aufgabe 5:

$$13x + 4 = 49 - 2x$$

4.6 Aufgabe 6:

$$3x - 5 = 5x - 9$$

4.7 Aufgabe 7:

$$5x + 17 = -6x + 6$$

4.8 Aufgabe 8:

$$2x + 7 = 5x + 8$$

4.9 Aufgabe 9:

$$6x + 3 - 2x = 7x - 9$$

4.10 Aufgabe 10:

$$5 - 5x + 2 = 4 - 3x + 3$$

5 Ergebnisse der Übungsaufgaben

5.1 Aufgabe 1:

$$x = 3$$

5.2 Aufgabe 2:

$$x = 2$$

5.3 Aufgabe 3:

$$x = 10$$

5.4 Aufgabe 4:

$$x = -4$$

5.5 Aufgabe 5:

$$x = 3$$

5.6 Aufgabe 6:

$$x = 2$$

5.7 Aufgabe 7:

$$x = -1$$

5.8 Aufgabe 8:

$$x = -\frac{1}{3}$$

5.9 Aufgabe 9:

$$x = 4$$

5.10 Aufgabe 10:

$$x = 0$$

6 Komplett durchgerechnete Lösungen

6.1 Aufgabe 1:

$$\begin{array}{rcl} 5x - 4 & = & 2x + 5 \quad | - 2x + 4 \\ 3x & = & 9 \quad | : 3 \\ x & = & 3 \end{array}$$

6.2 Aufgabe 2:

$$\begin{array}{rcl} 8x - 2 & = & 3x + 8 \quad | - 3x + 2 \\ 5x & = & 10 \quad | : 5 \\ x & = & 2 \end{array}$$

6.3 Aufgabe 3:

$$\begin{array}{rcl} 10x + 4 & = & 6x + 44 \quad | - 6x - 4 \\ 4x & = & 40 \quad | : 4 \\ x & = & 10 \end{array}$$

6.4 Aufgabe 4:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 4 & = & 2x - 36 \quad | - 2x - 4 \\ 10x & = & -40 \quad | : 10 \\ x & = & -4 \end{array}$$

6.5 Aufgabe 5:

$$\begin{array}{rcl} 13x + 4 & = & 49 - 2x \quad | + 2x - 4 \\ 15x & = & 45 \quad | : 15 \\ x & = & 3 \end{array}$$

6.6 Aufgabe 6:

$$\begin{array}{rcl} 3x - 5 & = & 5x - 9 \quad | - 5x + 5 \\ -2x & = & -4 \quad | : (-2) \\ x & = & 2 \end{array}$$

6.7 Aufgabe 7:

$$\begin{array}{rcl} 5x + 17 & = & -6x + 6 \quad | + 6x - 17 \\ 11x & = & -11 \quad | : 11 \\ x & = & -1 \end{array}$$

6.8 Aufgabe 8:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 7 & = & 5x + 8 \quad | -5x - 7 \\ -3x & = & 1 \quad \quad | : (-3) \\ x & = & -\frac{1}{3} \end{array}$$

6.9 Aufgabe 9:

$$\begin{array}{rcl} 6x + 3 - 2x & = & 7x - 9 \quad | \text{ links zusammenfassen} \\ 4x + 3 & = & 7x - 9 \quad | -7x - 3 \\ -3x & = & -12 \quad | : (-3) \\ x & = & 4 \end{array}$$

6.10 Aufgabe 10:

$$\begin{array}{rcl} 5 - 5x + 2 & = & 4 - 3x + 3 \quad | \text{ links und rechts zusammenfassen} \\ 7 - 5x & = & 7 - 3x \quad | +3x - 7 \\ -2x & = & 0 \quad | : (-2) \\ x & = & 0 \end{array}$$