

Aufstellen von Gebrochen Rationalen Funktionen

Aufgabe 2:

Eine Gebrochen Rationale Funktion hat eine Polstelle bei $x_P = -1$. Es gibt einen Extrempunkt $E(-3|1)$. Die y -Achse wird bei $y_0 = 19$ geschnitten. Der Grad des Zählerpolynoms ist 2. Geben Sie die Funktionsgleichung an.

Lösung: Wenn **keine Lücke** vorhanden ist, dann lautet der Ansatz beim Grad von 2 für das Zählerpolynom:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - x_P}$$

Wir setzen sofort $x_P = -1$ ein und erhalten:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 1}$$

Hierin müssen nur noch die Parameter a , b und c bestimmt werden.

Da ein Extrempunkt gegeben ist, benötigen wir die erste Ableitung. Sie lautet:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2ax + b) \cdot (x + 1) - (ax^2 + bx + c) \cdot 1}{(x + 1)^2} \\ &= \frac{2ax^2 + 2ax + bx + b - ax^2 - bx - c}{(x + 1)^2} \\ f'(x) &= \frac{ax^2 + 2ax + b - c}{(x + 1)^2} \end{aligned}$$

Nun können die Bedingungen Punkt für Punkt in Gleichungen umgesetzt werden.

$$\begin{aligned} f(0) &= 19 \Rightarrow \frac{a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c}{0 + 1} = 19 \\ f(-3) &= 1 \Rightarrow \frac{a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) + c}{-3 + 1} = 1 \\ f'(-3) &= 0 \Rightarrow \frac{a \cdot (-3)^2 + 2a \cdot (-3) + b - c}{(-3 + 1)^2} = 0 \end{aligned}$$