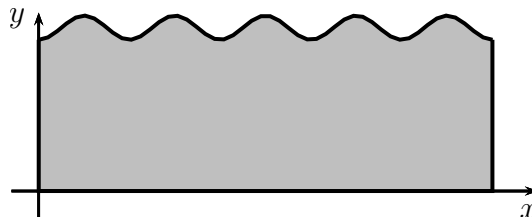


Aufgabe 35

An einer Lampe mit dem Elektrogewinde E27 soll das Gewinde mit einer Lehre überprüft werden. Diese soll aus einem flachen rechteckigen Stück Messing gefertigt werden. Auf einer Längsseite soll die Kontur des Gewindeprofils eingefräst werden. Die Breite des Rohlings beträgt 10 mm, die Länge soll so bemessen werden, dass genau 5 Gewindegänge abgebildet werden, wie in der nebenstehenden Skizze dargestellt ist.



Das Gewindeprofil hat die Form einer Sinuskurve. Der Außendurchmesser eines Gewindes nach E27 beträgt 27 mm, der Kerndurchmesser 24,5 mm und die Gewindesteigung (Abstand zweier benachbarten Gewindegänge) 3,62 mm.

1. Welche Länge hat die Gewindelehre?
2. Geben Sie eine geeignete Funktionsgleichung an, nach der die Gewindekontur in die Lehre gefräst werden kann!

Lösung

zu 1: Die Länge der Lehre beträgt 5 Gewindegänge, also:

$$l = 5 \cdot 3,62 \text{ mm} = 18,1 \text{ mm}$$

zu 2: Die Grundformel für eine sinusförmige Funktion lautet:

$$f(x) = a \cdot \sin(c \cdot x + d) + b$$

Hierbei ist:

a: Amplitude oder vertikaler Dehnungsfaktor

b: Verschiebung nach oben

c: Horizontaler Stauchungsfaktor

d: Phasenverschiebungswinkel

zu a: Die Differenz zwischen Außendurchmesser und Kerndurchmesser eines E27-Elektrogewindes beträgt:

$$D = 27 \text{ mm} - 24,5 \text{ mm} = 2,5 \text{ mm}$$

Diese Differenz verteilt sich auf beide Seiten des Gewindes. Für **eine** Gewindeseite beträgt demnach die gesamte Höhe des Gewindeprofils die Hälfte davon:

$$h = \frac{1}{2} \cdot D = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \text{ mm} = 1,25 \text{ mm}$$

Die Amplitude a ist davon noch einmal die Hälfte, denn diese wird von der Mittellinie aus gemessen.

$$a = \frac{1}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \text{ mm} = 0,625 \text{ mm}$$

zu b: Die Gewindelehre hat eine Gesamtbreite von $B = 10 \text{ mm}$. Die Mittellinie der Sinusfunktion liegt laut Skizze um die Amplitude a darunter. Damit erhalten wir:

$$b = B - a = 10 \text{ mm} - 0,625 \text{ mm} = 9,375 \text{ mm}$$

zu c: Der Stauchungsfaktor c soll bestimmt werden. Eine volle Periode mit 2π wird nach der Gewindesteigung von $3,62 \text{ mm}$ erreicht.

$$\begin{aligned} c \cdot 3,62 \text{ mm} &= 2\pi && | : 3,62 \text{ mm} \\ c &= \frac{2\pi}{3,62 \text{ mm}} \\ c &= \frac{\pi}{1,81 \text{ mm}} \end{aligned}$$

zu d: Die Funktion beginnt bei $x = 0$ mit einem Tiefpunkt. Für die Sinusfunktion gehört dazu der Winkel $d = -\frac{\pi}{2}$.

Mit diesen Werten kann nun die gesuchte Funktion angegeben werden:

$$f(x) = 0,625 \text{ mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{1,81 \text{ mm}} \cdot x - \frac{\pi}{2}\right) + 9,375 \text{ mm}$$

Anmerkung: Man kann anstelle der Verschiebung $d = -\frac{\pi}{2}$ auch eine Verschiebung von $d = \frac{3\pi}{2}$ wählen. Man kann auch anstelle der Sinusfunktion die Kosinusfunktion verwenden. Dann beträgt der Verschiebewert $d = \pi$ oder $d = -\pi$. Alternativ kann man auch $d = 0$ wählen, wenn man die Amplitude a negativ macht. Diese Funktionsgleichungen wären also auch alle richtig:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0,625 \text{ mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{1,81 \text{ mm}} \cdot x + \frac{3\pi}{2}\right) + 9,375 \text{ mm} \\ f(x) &= 0,625 \text{ mm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{1,81 \text{ mm}} \cdot x + \pi\right) + 9,375 \text{ mm} \\ f(x) &= 0,625 \text{ mm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{1,81 \text{ mm}} \cdot x - \pi\right) + 9,375 \text{ mm} \\ f(x) &= -0,625 \text{ mm} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{1,81 \text{ mm}} \cdot x\right) + 9,375 \text{ mm} \end{aligned}$$