

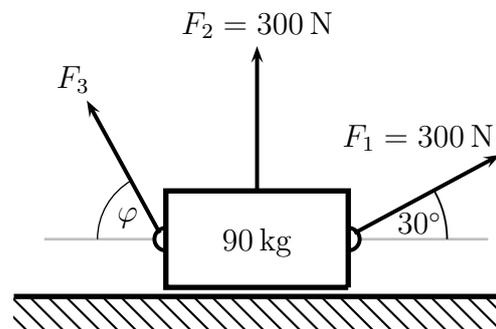
Aufgabe 32

An einem Werkstück mit der Masse $m = 90 \text{ kg}$ greifen die im Bild dargestellten Kräfte an. Wie groß muss die Kraft F_3 sein, damit das Werkstück in Ruhe bleibt? Wie groß muss dabei der Winkel φ sein?

Lösen Sie die Aufgabe

- a) **zeichnerisch** und
- b) **rechnerisch!**

Hinweis: Rechnen Sie mit einer Erdbeschleunigung von $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

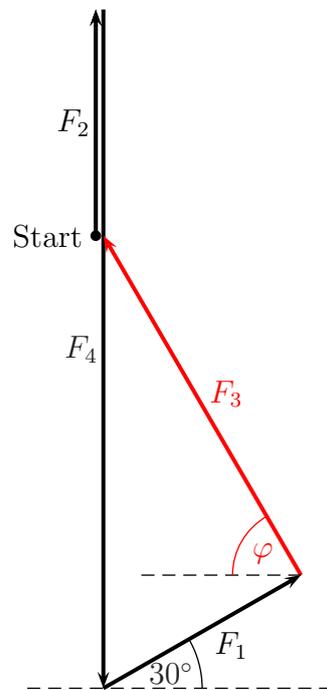


Lösung:

a) Zeichnerische Lösung

Zunächst wird ein geeigneter Maßstab für die Zeichnung festgelegt, z.B. $10 \text{ N} : 1 \text{ mm}$.
Vorweg wird die Gewichtskraft F_4 bestimmt.

$$F_4 = m \cdot g = 90 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 900 \text{ N}$$



Ablesewert für F_3 : 52 mm

Nach Umrechnung mit dem Maßstab ergeben sich diese Werte:

$$F_3 = 520 \text{ N}$$

und

$$\varphi = 60^\circ$$

b) Rechnerische Lösung

Die berechnete Gewichtskraft mit $F_4 = 900 \text{ N}$ wird aus Aufgabenteil a) übernommen.

Die Kraft \vec{F}_1 wird in die x - und y -Komponenten zerlegt:

$$\begin{aligned}F_{1x} &= F_1 \cdot \cos 30^\circ = 300 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ \approx 259,8 \text{ N} \\F_{1y} &= F_1 \cdot \sin 30^\circ = 300 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 150 \text{ N}\end{aligned}$$

Für das Kräftegleichgewicht gilt:

$$\sum \vec{F} = 0$$

Da die Kräfte in zwei Komponenten zerlegt werden können, gilt das auch für jede Komponente einzeln. Zunächst die x -Komponenten:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\-F_{3x} + F_{1x} &= 0 && | -F_{1x} \\-F_{3x} &= -F_{1x} && | \cdot (-1) \\F_{3x} &= F_{1x} \\F_{3x} &\approx 259,8 \text{ N}\end{aligned}$$

Es folgen die y -Komponenten. Da die Kräfte F_2 und F_4 genau vertikal verlaufen, ist $F_{2y} = F_2$ und $F_{4y} = F_4$.

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\F_{3y} + F_2 + F_{1y} - F_4 &= 0 && | -F_2 - F_{1y} + F_4 \\F_{3y} &= -F_2 - F_{1y} + F_4 \\F_{3y} &= -300 \text{ N} - 150 \text{ N} + 900 \text{ N} \\F_{3y} &= 450 \text{ N}\end{aligned}$$

Zusammengefasstes Ergebnis:

$$\vec{F}_3 = \begin{pmatrix} 259,8 \text{ N} \\ 450 \text{ N} \end{pmatrix}$$

Gesucht sind Betrag und Richtung von \vec{F}_3 .

Zunächst der Betrag:

$$|\vec{F}_3| = F_3 = \sqrt{(F_{3x})^2 + (F_{3y})^2} = \sqrt{(259,8 \text{ N})^2 + (450 \text{ N})^2} = 519,6 \text{ N}$$

Dann der Winkel:

$$\varphi = \arctan \frac{F_{3y}}{F_{3x}} = \frac{450 \text{ N}}{259,8 \text{ N}} = 60^\circ$$

Zusammengefasst:

$$F_3 = 519,6 \text{ N}$$

$$\varphi = 60^\circ$$