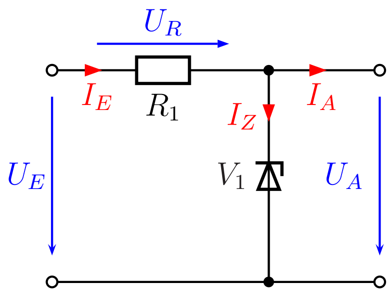
Stabilisierungsschaltung mit Z-Diode

Nebenstehend ist eine einfache Schaltung zur Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode dargestellt. Links wird die (unstabile) Spannung U_E angeschlossen, rechts wird an U_A eine beliebige Last angeschlossen. Zur Verwendung kommt die Diode mit der Typenbezeichnung **ZD12**. Folgende Daten der Diode sind bekannt:

$U_Z = 12\,\mathrm{V}$

$P_{tot} = 1{,}3\,\mathrm{W}$

Weiterhin ist bekannt, dass die Eingangsspannung U_E der Schaltung schwanken kann im Bereich von $U_E = 16 \ldots 18\,\mathrm{V}$.



a) Bestimmen Sie einen geeigneten Vorwiderstand R_1 aus der E12-Reihe, so dass ein möglichst großer Laststrom I_A entnommen werden kann. Beachten Sie, dass die Schaltung vertragen muss, dass der Laststom I_A auch mal Null werden kann. Die Toleranz dieser Widerstände beträgt 10 %.

b) Welche Belastbarkeit muss R_1 haben? Verfügbar sind Bauformen mit folgenden Werten:

0,125 W   0,25 W   0,5 W   1 W   2 W   5 W

c) Welcher Strom I_A kann die Schaltung unter ungünstigsten Bedingungen maximal liefern, ohne dass die Spannung merklich einbricht?

Hinweis:

Die E12-Reihe finden Sie beispielsweise hier: http://de.wikipedia.org/wiki/E-Reihe

Lösung

Die vorgestellte Lösung ist nur als ein Lösungsbeispiel anzusehen. Andere Lösungen sind selbstverständlich auch möglich.

zu a) Zunächst ist $U_A = U_Z = 12\,\mathrm{V}$.

Wählt man R_1 zu klein, dann kann ein unzulässig großer Strom fließen, der die Z-Diode zerstören kann. Bei der Berechnung von R_1 muss daher immer von den **ungünstigsten Bedingungen** ausgegangen werden, unter denen I_Z besonders **groß** wird. Berechnen wir aber zunächst den **maximal zulässigen** Strom I_{Zmax}.

$$\begin{aligned} P_{tot} &= U_Z \cdot I_{Zmax} \\ I_{Zmax} &= \frac{P_{tot}}{U_Z} \\ &= \frac{1{,}3\,\mathrm{W}}{12\,\mathrm{V}} \\ I_{Zmax} &= 108\,\mathrm{mA} \end{aligned}$$

Unter welchen Bedingungen (U_E und I_A) ist nun I_Z besonders **groß**? Durch Überlegung erhält man:

- $U_E = U_{Emax} = 18\,\mathrm{V}$
- $I_A = 0$

Warum ist das so?

- An R_1 steht nach der Kirchhoffschen Maschenregel die Spannungsdifferenz zwischen Eingangsspannung und Ausgangsspannung $U_1 = U_E - U_A$ an. Da die Ausgangsspannung U_A (nahezu) konstant bleibt, erhöht sich mit steigender Eingangsspannung U_E auch die Spannung U_R am Widerstand und aufgrund des Ohmschen Gesetzes somit auch der Strom I_E.
- Bei einer gegebenen Eingangsspannung U_E ergibt sich wegen der eben dargestellten Verhältnisse ein Strom I_E, der vom Laststrom I_A (nahezu) unabhängig ist. Da bedeutet, dass jedes Milliampere, das **nicht** von einer eventuell angeschlossenen Last aufgenommen wird, statt dessen durch die Z-Diode fließt. Je kleiner I_A ist, desto größer wird I_Z.

Von diesen Bedingungen müssen wir also ausgehen. Die weiteren Berechnungen basieren auf den zugehörigen Werten für U_E und I_A. Wenn $I_A = 0$ ist, ist $I_Z = I_1$. Der maximal zulässige Z-Diodenstrom I_{Zmax} ist somit gleichzeitig auch der maximal zulässige Strom I_{Rmax}, der durch R_1 fließen darf.

$$I_{Rmax} = I_{Zmax} = 108\,\mathrm{mA}$$

$$U_1 = U_E - U_A = 18\,\mathrm{V} - 12\,\mathrm{V} = 6\,\mathrm{V}$$

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{6\,\mathrm{V}}{108\,\mathrm{mA}} = 55{,}6\,\Omega$$

Der berechnete Wert ist kein Normwert. Es stellt sich die Frage, ob der nächstgelegene, der nächst-größere oder der nächst-kleinere Normwert verwendet werden soll. Die beiden Nachbarwerte aus der E12-Reihe sind $47\,\Omega$ und $56\,\Omega$. Es liegt also nahe, einfach den $56\,\Omega$-Widerstand zu nehmen, weil der so dicht beim berechneten Wert liegt. Aber ist das richtig?

Überlegen wir: Der Wert $I_R = 108\,\mathrm{mA}$ darf **auf keinen Fall überschritten** werden. Nach dem Ohmschen Gesetz **vergrößert** sich der Strom, wenn man den Widerstand **verkleinert**. Um den Strom nicht zu vergrößern, darf der berechnete Widerstandswert also nur **nach oben** abgeändert werden. Mit dem $56\,\Omega$-Widerstand würden wir ja tatsächlich einen größeren Wert, als den berechneten nehmen, wenn auch nur um $0{,}4\,\Omega$ größer. Damit wäre doch alles ok?

Laut Aufgabenstellung haben die Widerstände aus der E12-Reihe eine Toleranz von $\pm 10\,\%$. Ein als $56\,\Omega$-Widerstand bezeichneter Widerstand kann also bis zu 10 Prozent mehr oder auch weniger als tatsächlichen Widerstandswert haben. Im ungünstigsten Fall hat er also nur $56\,\Omega - 10\,\% = 50{,}4\,\Omega$. Damit würde der Strom I_R unzulässig groß werden. Sicherheitshalber muss also der nächstgrößere Wert über $56\,\Omega$ verwendet werden. Damit kommen wir auf den Wert:

$$\boxed{R_1 = 68\,\Omega}$$

Eine Kontrollrechnung zeigt, dass mit diesem Nennwert auch im ungünstigsten Fall R_1 nicht zu klein wird:

$$68\,\Omega - 10\,\% = 61{,}2\,\Omega$$

zu b) Bei der Berechnung der Belastbarkeit kommt es darauf an, dass für R_1 eine Bauform gewählt wird, die die möglicherweise auftretende Belastung in jedem Fall aushält. Man kann nun für die Berechnung den ausgesuchten Widerstand $R_1 = 68\,\Omega$ verwenden oder besser noch den zugehörigen unteren Toleranzwert von $61{,}2\,\Omega$. Alternativ könnte man auch mit dem zuvor berechneten maximal zulässigen Strom von $I_{Rmax} = 108\,\mathrm{mA}$ rechnen, auch wenn dieser aufgrund des ausgewählten etwas höheren Widerstandswertes nicht ganz erreicht wird.

Ich halte es für sinnvoll, mit dem unteren Toleranzwert von $61{,}2\,\Omega$ für R_1 zu rechnen. (Dies heißt aber nicht, dass eine andere Methode nicht richtig ist!)

Die Leistung in einem Widerstand bei bekannter Spannung wird mit dieser Formel berechnet:

$$P_R = \frac{U_R^2}{R_1} = \frac{(6\,\mathrm{V})^2}{61{,}2\,\Omega} = 588\,\mathrm{mW}$$

Ausgewählt wird die nächsthöhere verfügbare Bauform:

$$\boxed{P_R = 1\,\mathrm{W}}$$

Am Ergebnis sieht man auch, dass man durchaus auch mit dem Nennwert des Widerstandes $R_1 = 68\,\Omega$ hätte rechnen können, weil hier eine großzügige Rundung nach oben erfolgte.

Eine andere Alternative wäre es, dass man möchte, dass die Schaltung auch **kurzschlussfest** gemacht werden soll. Dann ist die Belastung für den Widerstand sicherlich deutlich größer. Schließt man nämlich U_A kurz, dann liegt die volle Eingangsspannung U_E auch als U_R an R_1 an, im ungünstigsten Fall also 18 V. Aus Bequemlichkeit möchte ich diesmal mit dem Nennwert des Widerstandes rechnen ($R_1 = 68\,\Omega$), auch wenn man vielleicht besser mit den 10 % weniger rechnen sollte, wie im 1. Lösungsansatz. In diesem Fall sieht die Berechnung dann so aus:

$$P_R = \frac{U_E^2}{R_1} = \frac{(18\,\mathrm{V})^2}{68\,\Omega} = 4{,}76\,\mathrm{W}$$

Ausgewählt wird die nächsthöhere verfügbare Bauform:

$$\boxed{P_R = 5\,\mathrm{W}}$$

zu c) Die Spannung kann einbrechen, wenn der Z-Dioden-Strom zu **klein** wird. Nach einer gängigen Faustformel sollte er nicht kleiner als 10 % des Maximalstromes sein.

$$I_{Zmin} = 0{,}1 \cdot I_{Zmax} = 0{,}1 \cdot 108\,\mathrm{mA} = 10{,}8\,\mathrm{mA}$$

Nun muss man überlegen, unter welchen Bedingungen I_Z besonders **klein** wird. Dies ist sicher der Fall für:

- $U_E = U_{Emin} = 16\,\mathrm{V}$
- $I_A = I_{Amax}$

Bestimmen wir nun den Strom I_{Emin}, also den Strom I_E, der bei kleinster Eingangsspannung U_E fließt.

$$I_{Emin} = \frac{U_{Rmin}}{R_1} = \frac{U_{Emin} - U_A}{R_1} = \frac{16\,\mathrm{V} - 12\,\mathrm{V}}{68\,\Omega} = 58{,}8\,\mathrm{mA}$$

Anmerkung: Natürlich kann man hier auch wieder die Toleranz des Widerstandes mit berücksichtigen. Da bei einem **größeren** Widerstand der **kleinere** Strom fließt, würde man vom oberen Rand des Toleranzfeldes ausgehen, also von $68\,\Omega + 10\,\% = 74{,}8\,\Omega$. Genauer wäre das. Da aber die Stabilisierung beim Unterschreiten des Mindest-Z-Diodenstromes I_{Zmin} nicht schlagartig schlechter wird, kann man m. E. aber auch darauf verzichten.

Nun subtrahiert man von diesem Stromwert noch den Mindest-Z-Diodenstrom I_{Zmin}, dann erhält man den gesuchten maximal entnehmbaren Ausgangsstrom.

$$I_{Amax} = I_{Emin} - I_{Zmin} = 58{,}8\,\mathrm{mA} - 10{,}8\,\mathrm{mA} = 48\,\mathrm{mA}$$

Zusammengefasst: Der maximal entnehmbarer Strom ohne nennenswerten Spannungseinbruch beträgt:

$$\boxed{I_{Amax} = 48\,\mathrm{mA}}$$