Elektromagnetische Wellen

Wolfgang Kippels

2. März 2023

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen

Wenn wir es mit höheren Frequenzen zu tun haben, dann können wir nicht mehr ohne weiteres mit den Grundregeln der Gleichstromtechnik wie Ohmschem Gesetz und Kirchhoffschen Regeln arbeiten. In der klassischen 50-Hz-Technik tun wir das noch, und da klappt das in der Regel auch. Warum wir das machen können, werden wir gleich feststellen.

Zum Verständnis des Folgenden benötigen wir die Grundlagen der Wechselstromtechnik, siehe beispielsweise hier in Kapitel 2.1:

http://www.dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/wechsels.pdf

Elektromagnetische Wellen breiten sich mit **Lichtgeschwindigkeit** aus. Diese ist (in Vakuum) eine Naturkonstante und beträgt ungefähr:

$$\boxed{c \approx 300\,000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}}$$

Das ist eine recht große Geschwindigkeit. In einer Sekunde würde eine Elektromagnetische Welle mehr als 7 mal die Erde umrunden, oder in 1,3 Sekunden von der Erde bis zum Mond gelangen.

Um sich ein wenig vorstellen zu können, was eine Welle ist, begibt man sich am besten ans Meer. Dort können wir Wasserwellen beobachten. Deren Geschwindigkeit ist deutlich geringer, weshalb wir hier besser beobachten können. Sie liegt ungefähr bei $v = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

An einer Wasserwelle können wir nun dreierlei beobachten:

- Wir beobachten einen Wellenberg, wie er sich weiterbewegt. Seine Bewegung ergibt die **Ausbreitungsgeschwindingkeit** der Welle, die wir v nennen können.
- Wir beobachten einen kleinen schwimmenden Gegenstand auf dem Wasser, beispielsweise einen Korken. Wir sehen, wie sich der Korken sich auf und ab bewegt, während die Welle unter ihm hindurchläuft. Am Korken können wir die **Frequenz** der Welle beobachten, die mit f bezeichnet wird.
- Wir können den Abstand zwischen zwei Wellenbergen erkennen. Diesen Abstand nennt man **Wellenlänge**, die das Formelzeichen λ bekommt.

Es gibt eine Beziehung zwischen diesen drei Größen. Wir wissen, dass die Geschwindigkeit definiert ist als Weg pro Zeit.

$$v = \frac{s}{t}$$

In unsere Anwendung der Welle ist s die Wellenlänge λ und t die Periodendauer T. Aus f können wir T berechnen:

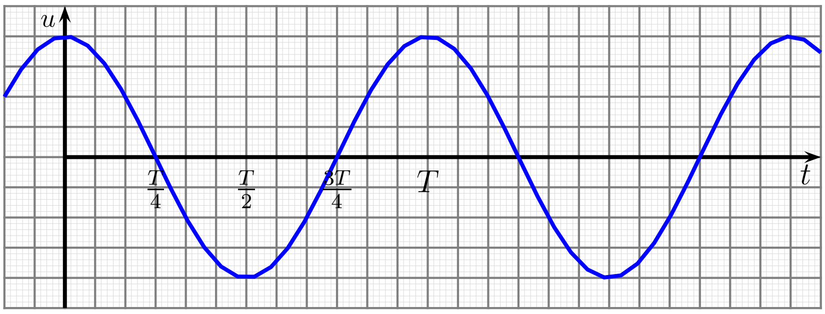
$$T = \frac{1}{f}$$

Wir übertragen das jetzt auf unsere Welle.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

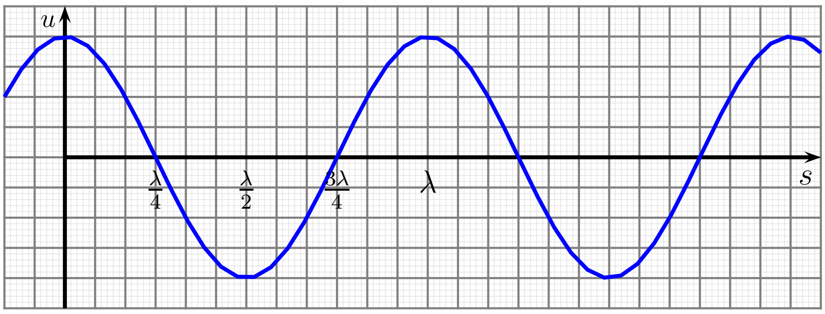
Für Elektromagnetische Wellen ist $v = c$. Damit gilt dann die Formel:

$$\boxed{\lambda \cdot f = c}$$



Schauen wir uns einmal den zeitlichen Verlauf einer sinusförmigen Wechselspannung an. In Abhängigkeit von der Zeit ist die Spannung mal positiv und mal negativ. Sie pendelt zwischen einem maximale positiven und einem maximalen negativen Ausschlag. Nach der Periodendauer T wird eine komplette Schwingung vollzogen.

Betrachten wir nun eine lange Leitung, an die links eine Wechselspannungsquelle U_0 und rechts ein Lastwiderstand R angeschlossen ist. Unter einer **Leitung** versteht man dabei **zwei Leiter**, die parallel geführt zwischen Quelle und Last verlaufen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ liege an den linken Anschlussklemmen der Leitung der Maximalwert der Wechselspannung an, wie im Diagramm darüber zu sehen ist.



Jetzt betrachten wir eine „Momentaufnahme“ der Leitung. Auf den ersten Blick sehen wir wieder das Spannungs-Zeit-Diagramm von oben. Aber eben nur auf den ersten Blick. Hier ist die Spannung in Abhängigkeit vom **Ort** angegeben, oder genauer ausgedrückt, die Spannungsverteilung über den Weg s. Am Einspeisepunkt bei $s = 0$ haben wir gerade den Maximalwert der Wechselspannung erreicht, was zum Spannungs-Zeit-Diagramm oben passt. In der Entfernung einer **viertel** Wellenlänge

$s = \frac{\lambda}{4}$ ist die Spannung Null und in der Entfernung einer **halben** Wellenlänge $s = \frac{\lambda}{2}$ vom Einspeisepunkt hat die Spannung gerade den **negativen** Maximalwert erreicht. Erst nach einer **ganzen** Wellenlänge haben wir wieder den selben Spannungswert, wie am Leitungsanfang.

Sinngemäß genauso sieht auch die Stromverteilung aus. Herr Kirchhoff würde sich im Grabe umdrehen, wenn er wüsste, dass der Strom in einer Reihenschaltung eben nicht überall gleich groß ist! Auf den ersten Blick ist es sicher schwierig, sich vorzustellen, dass in $\frac{\lambda}{2}$-Abständen auf der Leitung der Strom jeweils in der entgegengesetzten Richtung fließt. Zu Ehren von Herrn Kirchhoff und seinen Regeln möchte ich aber klarstellen, dass er seine Regeln nicht für die Hochfrequenztechnik, sondern für Gleichstromkreise entwickelt hat.

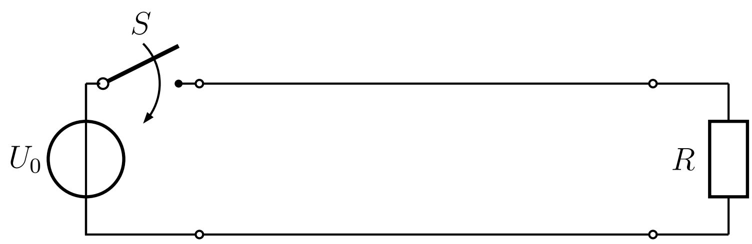
Späterstens jetzt kommt der Einwand, dass wir ja in der klassischen 50-Hz-Technik auch immer vollkommen problemlos mit den Kirchhoffschen Regeln gearbeitet haben. Warum geht das da?

Rechnen wir doch einmal die Wellenlänge aus.

$$\begin{aligned} \lambda \cdot f &= c \qquad\qquad | : f \\ \lambda &= \frac{c}{f} \\ &= \frac{300\,000\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}}{50\,\mathrm{Hz}} \\ \lambda &= 6\,000\,\mathrm{km} \end{aligned}$$

Ich kenne keine Eletroinstallation, weder in Wohnhäusern noch in Industrebetrieben, wo Leitungslängen von mehreren Tausend Kilometern eine Rolle spielen (außer man addiert die Längen aller dort verlegten Leitungen zusammen). Wir haben selbst bei einer zehntel Wellenlänge (entsprechend 300 Kilometer Leitungslänge) noch kaum Unterschiede zu beachten. Wenn es natürlich um das europaweite Zusammenschalten von Verbundnetzen geht, dann sind Effekte durch die Phasenverschiebungen wegen der Wellenlänge zu beachten.

Nun möchte ich mit Ihnen ein Gedankenexperiment machen. Stellen Sie sich vor, Sie haben eine Gleichspannungsquelle U_0 über eine lange Leitung mit einem Lastwiderstand verbunden. Zunächst ist der Schalter S noch geöffnet, nirgendwo fließt ein Strom. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter geschlossen. Was passiert?



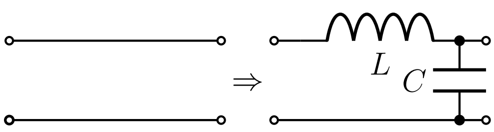
Sie werden sagen, ganz klar, es fließt ein Strom von der Größe $I = \frac{U_0}{R}$. Ja, das wird auch so sein, wenn wir nur lange genug warten. Ich möchte das aber genauer untersuchen.

Im Einschaltmoment wird ein Stromfluss **beginnen**. Dieser Stromimpuls braucht aber eine gewisse Zeit, bis er am Widerstand R ankommt, er kann sich ja „nur“ mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegen. Dafür sorgt Herr Einstein. Zugegeben, die Lichtgeschwindigkeit ist recht groß, aber sie ist endlich. Der Stromfluss hat sich also nach einer Nanosekunde gerade einmal 30 Zentimeter weiter ausgebreitet. Woher aber „weiß“ der Strom, wie groß der Lastwiderstand am anderen Leitungsende ist, mit welcher Stromstärke er also losfließen soll?

Die Antwort ist ganz einfach: **Er weiß es *nicht*!**

Trotzdem beginnt ja ein Stromfluss. Wonach kann sich dieser denn orientieren?

Hier kommt jetzt der sogenannte **Wellenwiderstand** der Leitung ins Spiel. Wenn wir durch den Baumarkt stöbern, dann werden wir in der Elektroabteilung Koaxkabel für Antennenanlagen finden, wo beispielsweise $75\,\Omega$ draufsteht. Wenn Sie ein Stück davon abschneiden und ausmessen, dann werden Sie weder für den Leiterwiderstand noch für den Isolationswiderstand einen Wert in dieser Größenordnung messen können. Zudem hat ja ein längeres Kabelstück auch einen größeren Leiterwiderstand. Das kann es also nicht sein.



Wir betrachten ein kurzes Stück aus der Leitung, hier links dargestellt. Die beiden Leiter der Leitung haben eine Induktivität L und zwischen den beiden Leitern besteht eine Kapazität C. Damit ergibt sich eine Ersatzschaltung des Leitungsstückes, wie rechts dargestellt. Ist das betrachtete Leitungsstück kurz, dann sind sowohl L als auch C klein, ist das Leitungsstück länger, dann sind diese beiden Größen entsprechend größer. Was gleich bleibt, ist das Verhältnis $\frac{L}{C}$.

Man muss sich den Ablauf ungefähr so vorstellen. Im Augenblick des Einschaltens will der Kondensator C aufgeladen werden. Die Induktivität verhindert aber ein plötzliches Ansteigen des Stromes. Es stellt sich ein Strom ein, der durch das Verhältnis $\frac{L}{C}$ bestimmt wird.

Interessant wird es, wenn man einmal versucht, die Einheit dieses ominösen Verhältnisses $\frac{L}{C}$ zu ergründen. Wir wissen zu den Einheiten von L und C:

$$[L] = 1\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}} \quad \text{und} \quad [C] = 1\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}$$

Ich setze das einmal in dieses Verhältnis ein:

$$\left[\frac{L}{C}\right] = \frac{[L]}{[C]} = \frac{1\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}}{1\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}} = 1\,\frac{\mathrm{Vs}\cdot\mathrm{V}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{AS}} = 1\,\frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{A}^2} = 1\,\Omega^2$$

Wir sehen, die Einheit ist das Quadrat der Einheit eines Widerstandes. Tatsächlich bezeichnet man $\sqrt{\frac{L}{C}}$ als **Wellenwiderstand der Leitung**.

$$\boxed{Z = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

Dieser Wellenwiderstand bestimmt zusammen mit der angelegten Spannung U_0, mit welchen Wert ein Stromfluss beginnt, wenn unser Schalter die Spannungsquelle an der Leitung eingeschaltet wird.

Damit ist allerdings nur auf den ersten Blick alles klar. Es stellt sich nämlich die Frage, was ist denn, wenn dieser zu fließen beginnende Strom nicht zum Widerstand R am anderen Ende der Leitung passt?