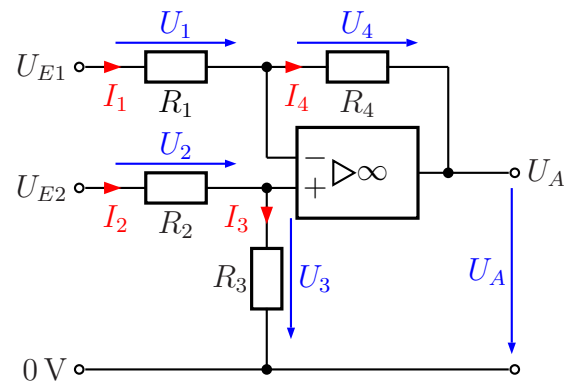


## Subtrahierer

Nebenstehend sehen Sie eine Schaltung mit Operationsverstärker. Die Schaltung heißt „Subtrahierer“. Warum sie so heißt, sollen Sie durch Herleiten der Formel für  $U_A$  ermitteln. Die Werte der Widerstände sind alle gleich groß, es gilt also:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ .

An den beiden Eingängen der Schaltung sind die Spannungen  $U_{E1}$  und  $U_{E2}$  angeschlossen. Sie sollen die Formel herleiten, die die Ausgangsspannung  $U_A$  in Abhängigkeit von den Eingangsspannungen  $U_{E1}$  und  $U_{E2}$  angibt. Gehen Sie dazu die Fragen, die als Leitfaden zur Herleitung der gesuchten Formel dienen, der Reihe nach durch.



Subtrahierer

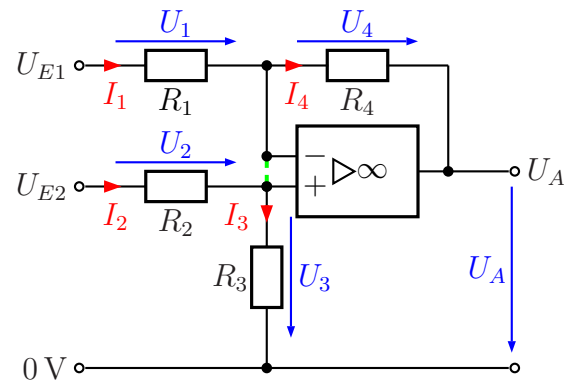
1. Kann man bei der Schaltung mit einem Virtuellen Kurzschluss rechnen?
2. Wie groß ist die Spannung  $U_3$  am Widerstand  $R_3$ ?
3. Wie groß ist die Spannung  $U_1$  am Widerstand  $R_1$ ?
4. Wie groß ist der Strom  $I_1$  im Widerstand  $R_1$ ?
5. Wie groß ist die Spannung  $U_4$  am Widerstand  $R_4$  (Spannungsrichtung nach rechts)?
6. Wie groß ist die Ausgangsspannung  $U_A$  der Schaltung?

*Bitte beantworten Sie alle Fragen, bevor Sie weiterblättern.*

## Subtrahierer (Herleitung der Formel)

Wenn Sie die Aufgabe gelöst haben dann können Sie Ihre Lösung jetzt mit der Musterlösung vergleichen.

Gehen wir die Fragen der Reihe nach durch.



1. Wenn wir uns die Schaltung genau ansehen, dann erkennen wir, dass der +Ausgang über  $R_4$  mit dem -Eingang des OP verbunden ist. Wir haben also eine Gegenkopplung, können demnach mit dem Prinzip des Virtuellen Kurzschlusses<sup>1</sup> arbeiten.
2. Die Widerstände  $R_2$  und  $R_3$  stellen einen Spannungsteiler dar. Da die Widerstände gleich groß sind, teilt er die Spannung auf die Hälfte herunter:

$$U_3 = \frac{1}{2}U_{E2}$$

3. Um die Spannung an  $R_1$  zu bestimmen, benötigen wir das Potential am -Eingang des Operationsverstärkers. Da wir mit dem Virtuellen Kurzschluss rechnen dürfen, liegt dort das gleiche Potential an, wie am +Eingang, also  $U_3$ . Demnach gilt:

$$U_1 = U_{E1} - U_3 = U_{E1} - \frac{1}{2}U_{E2}$$

4. Zur Berechnung des Stromes  $I_1$  benötigen wir die Spannung  $U_1$  am Widerstand  $R_1$ , den wir eben berechnet haben. Nach dem Ohmschen Gesetz folgt:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_{E1} - \frac{1}{2}U_{E2}}{R_1} = \frac{U_{E1}}{R_1} - \frac{U_{E2}}{2R_1}$$

5. Der Strom  $I_1$  fließt am -Eingang des OP vorbei weiter durch  $R_4$ , da der Eingang des OP ja hochohmig ist.  $U_4$  kann also mit dem Ohmschen Gesetz an  $R_4$  bestimmt werden. Wir legen die Richtung von  $U_4$  nach rechts fest.

$$U_4 = R_4 \cdot I_1 = R_4 \cdot \left( \frac{U_{E1}}{R_1} - \frac{U_{E2}}{2R_1} \right) = \frac{R_4 \cdot U_{E1}}{R_1} - \frac{R_4 \cdot U_{E2}}{2R_1}$$

<sup>1</sup>Der Virtuelle Kurzschluss ist mit einer grünen gestrichelten Linie angedeutet.

6. Zur Bestimmung der Spannung  $U_A$  machen wir einen Maschenumlauf vom Ausgang des OP über die 0-V-Leitung, den Widerstand  $R_3$ , den Virtuellen Kurzschluss und über  $R_4$  zurück zum Ausgang des OP:

$$U_A - U_3 + U_4 = 0 \Rightarrow U_A = U_3 - U_4 = \frac{1}{2}U_{E2} - \left( \frac{R_4 \cdot U_{E1}}{R_1} - \frac{R_4 \cdot U_{E2}}{2R_1} \right)$$

Berücksichtigen wir jetzt die Angabe, dass alle Widerstände gleich groß sind, dann können wir zusammenfassen:

$$U_A = \frac{1}{2}U_{E2} - \left( \frac{R \cdot U_{E1}}{R} - \frac{R \cdot U_{E2}}{2R} \right) = \frac{1}{2}U_{E2} - \left( U_{E1} - \frac{1}{2}U_{E2} \right) = \frac{1}{2}U_{E2} - U_{E1} + \frac{1}{2}U_{E2}$$

Zusammengefasst:  $U_A = U_{E2} - U_{E1}$

Wie man sieht, ist die Ausgangsspannung  $U_A$  die Differenz der Eingangsspannungen  $U_{E2}$  und  $U_{E1}$ . Daher heißt die Schaltung **Subtrahierer**.