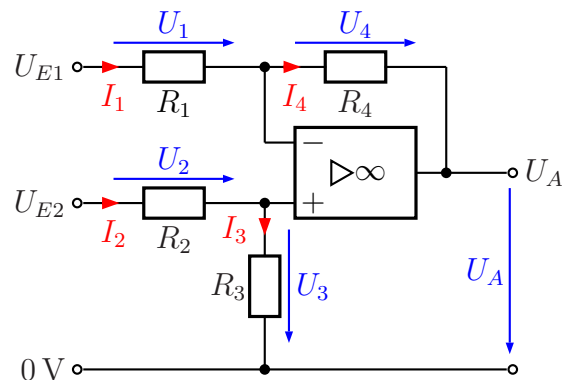


Subtrahierer

Nebenstehend sehen Sie eine Schaltung mit Operationsverstärker. Die Schaltung heißt „Subtrahierer“. Warum sie so heißt, sollen Sie durch Herleiten der Formel für U_A ermitteln. Die Werte der Widerstände sind alle gleich groß, es gilt also: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$.

An den beiden Eingängen der Schaltung sind die Spannungen U_{E1} und U_{E2} angeschlossen. Sie sollen die Formel herleiten, die die Ausgangsspannung U_A in Abhängigkeit von den Eingangsspannungen U_{E1} und U_{E2} angibt. Gehen Sie dazu die Fragen, die als Leitfaden zur Herleitung der gesuchten Formel dienen, der Reihe nach durch.



Subtrahierer

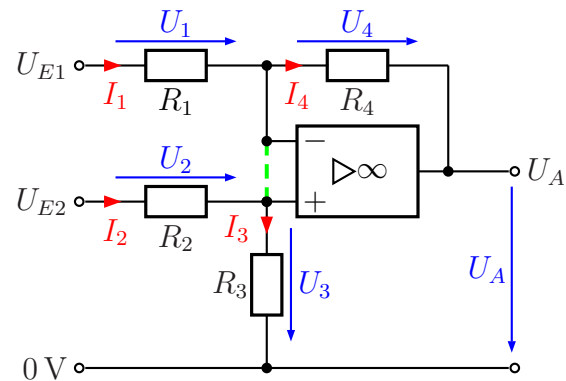
1. Kann man bei der Schaltung mit einem Virtuellen Kurzschluss rechnen?
2. Wie groß ist die Spannung U_3 am Widerstand R_3 ?
3. Wie groß ist die Spannung U_1 am Widerstand R_1 ?
4. Wie groß ist der Strom I_1 im Widerstand R_1 ?
5. Wie groß ist die Spannung U_4 am Widerstand R_4 (Spannungsrichtung nach rechts)?
6. Wie groß ist die Ausgangsspannung U_A der Schaltung?

Bitte beantworten Sie alle Fragen, bevor Sie weiterblättern.

Subtrahierer (Herleitung der Formel)

Wenn Sie die Aufgabe gelöst haben dann können Sie Ihre Lösung jetzt mit der Musterlösung vergleichen.

Gehen wir die Fragen der Reihe nach durch.



1. Wenn wir uns die Schaltung genau ansehen, dann erkennen wir, dass der +Ausgang über R_4 mit dem –Eingang des OP verbunden ist. Wir haben also eine Gegenkopplung, können demnach mit dem Prinzip des Virtuellen Kurzschlusses¹ arbeiten.
2. Die Widerstände R_2 und R_3 stellen einen Spannungsteiler dar. Da die Widerstände gleich groß sind, teilt er die Spannung auf die Hälfte herunter:

$$U_3 = \frac{1}{2}U_{E2}$$

3. Um die Spannung an R_1 zu bestimmen, benötigen wir das Potential am –Eingang des Operationsverstärkers. Da wir mit dem Virtuellen Kurzschluss rechnen dürfen, liegt dort das gleiche Potential an, wie am +Eingang, also U_3 . Demnach gilt:

$$U_1 = U_{E1} - U_3 = U_{E1} - \frac{1}{2}U_{E2}$$

4. Zur Berechnung des Stromes I_1 benötigen wir die Spannung U_1 am Widerstand R_1 , den wir eben berechnet haben. Nach dem Ohmschen Gesetz folgt:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_{E1} - \frac{1}{2}U_{E2}}{R_1} = \frac{U_{E1}}{R_1} - \frac{U_{E2}}{2R_1}$$

5. Der Strom I_1 fließt am –Eingang des OP vorbei weiter durch R_4 , da der Eingang des OP ja hochohmig ist. U_4 kann also mit dem Ohmschen Gesetz an R_4 bestimmt werden. Wir legen die Richtung von U_4 nach rechts fest.

$$U_4 = R_4 \cdot I_1 = R_4 \cdot \left(\frac{U_{E1}}{R_1} - \frac{U_{E2}}{2R_1} \right) = \frac{R_4 \cdot U_{E1}}{R_1} - \frac{R_4 \cdot U_{E2}}{2R_1}$$

¹Der Virtuelle Kurzschluss ist mit einer grünen gestrichelten Linie angedeutet.

6. Zur Bestimmung der Spannung U_A machen wir einen Maschenumlauf vom Ausgang des OP über die 0-V-Leitung, den Widerstand R_3 , den Virtuellen Kurzschluss und über R_4 zurück zum Ausgang des OP:

$$U_A - U_3 + U_4 = 0 \Rightarrow U_A = U_3 - U_4 = \frac{1}{2}U_{E2} - \left(\frac{R_4 \cdot U_{E1}}{R_1} - \frac{R_4 \cdot U_{E2}}{2R_1} \right)$$

Berücksichtigen wir jetzt die Angabe, dass alle Widerstände gleich groß sind, dann können wir zusammenfassen:

$$U_A = \frac{1}{2}U_{E2} - \left(\frac{R \cdot U_{E1}}{R} - \frac{R \cdot U_{E2}}{2R} \right) = \frac{1}{2}U_{E2} - \left(U_{E1} - \frac{1}{2}U_{E2} \right) = \frac{1}{2}U_{E2} - U_{E1} + \frac{1}{2}U_{E2}$$

Zusammengefasst: $U_A = U_{E2} - U_{E1}$

Wie man sieht, ist die Ausgangsspannung U_A die Differenz der Eingangsspannungen U_{E2} und U_{E1} . Daher heißt die Schaltung **Subtrahierer**.