

Potenzen und Wurzeln

W. Kippels

13. September 2025

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabe 1	4
2 Aufgabe 1b	4
3 Aufgabe 1c	4
4 Aufgabe 1d	4
5 Aufgabe 2	4
6 Aufgabe 2b	5
7 Aufgabe 2c	5
8 Aufgabe 2d	5
9 Aufgabe 3	5
10 Aufgabe 3b	6
11 Aufgabe 3c	6
12 Aufgabe 3d	6
13 Aufgabe 4	6
14 Aufgabe 4b	7
15 Aufgabe 4c	7
16 Aufgabe 4d	7

17 Aufgabe 5	7
18 Aufgabe 5b	8
19 Aufgabe 5c	8
20 Aufgabe 5d	8
21 Aufgabe 6	8
22 Aufgabe 6b	9
23 Aufgabe 6c	9
24 Aufgabe 6d	9
25 Aufgabe 7	9
26 Aufgabe 7b	10
27 Aufgabe 7c	10
28 Aufgabe 7d	10
29 Aufgabe 8	11
30 Aufgabe 8b	11
31 Aufgabe 8c	11
32 Aufgabe 8d	12
33 Aufgabe 9	12
34 Aufgabe 9b	12
35 Aufgabe 9c	13
36 Aufgabe 9d	13
37 Aufgabe 10	14
38 Aufgabe 10b	14
39 Aufgabe 10c	15
40 Aufgabe 10d	15

41 Aufgabe 11	16
42 Aufgabe 12	17
43 Aufgabe 13	17
44 Aufgabe 14	17
45 Aufgabe 15	18
46 Aufgabe 16	18

1 Aufgabe 1

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$3a^2b^3 + 4a^3b^2 + a^2b^3 - 3a^3b^2 = \dots$$

Lösung:

$$3a^2b^3 + 4a^3b^2 + a^2b^3 - 3a^3b^2 = (3a^2b^3 + a^2b^3) + (4a^3b^2 - 3a^3b^2) = 4a^2b^3 + a^3b^2$$

2 Aufgabe 1b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$5u^3v^2 + 2u^2v^3 - 4u^3v^2 + u^2v^3 = \dots$$

Lösung:

$$5u^3v^2 + 2u^2v^3 - 4u^3v^2 + u^2v^3 = u^3v^2 + 3u^2v^3$$

3 Aufgabe 1c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$5u^2v^3 + 2u^3v^2 - 4u^2v^3 + u^3v^2 = \dots$$

Lösung:

$$5u^2v^3 + 2u^3v^2 - 4u^2v^3 + u^3v^2 = u^2v^3 + 3u^3v^2$$

4 Aufgabe 1d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$5x^5y^2 + 2x^2y^3 - 4x^5y^2 + x^2y^3 = \dots$$

Lösung:

5 Aufgabe 2

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$3x^4 \cdot x^2 + 5x^3 \cdot x^5 - 2x \cdot x^5 + x^2 \cdot x^6 = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} 3x^4 \cdot x^2 + 5x^3 \cdot x^5 - 2x \cdot x^5 + x^2 \cdot x^6 &= 3x^{4+2} + 5x^{3+5} - 2x^{1+5} + x^{2+6} \\ &= 3x^6 + 5x^8 - 2x^6 + x^8 \\ &= (3x^6 - 2x^6) + (5x^8 + x^8) \\ &= x^6 + 6x^8 \end{aligned}$$

6 Aufgabe 2b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$2x^4 \cdot x^5 + 5x^3 \cdot x^6 - 2x \cdot x^5 - x^2 \cdot x^7 = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} 2x^4 \cdot x^5 + 5x^3 \cdot x^6 - 2x \cdot x^5 - x^2 \cdot x^7 &= 2x^9 + 5x^9 - 2x^6 - x^9 \\ &= 6x^9 - 2x^6 \end{aligned}$$

7 Aufgabe 2c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$2x^3 \cdot x^5 + 4x^3 \cdot x^6 - 3x \cdot x^7 - x^2 \cdot x^6 = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} 2x^3 \cdot x^5 + 4x^3 \cdot x^6 - 3x \cdot x^7 - x^2 \cdot x^6 &= 2x^8 + 4x^9 - 3x^8 - x^8 \\ &= -2x^8 + 4x^9 \end{aligned}$$

8 Aufgabe 2d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$4u^4 \cdot u^6 + 5u^4 \cdot u^7 - 4u \cdot u^9 - u^3 \cdot u^7 = \dots$$

Lösung:

9 Aufgabe 3

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$5x^2y^3z^{-1} \cdot 4x^3y^{-3}z^2 = \dots$$

Lösung:

$$5x^2y^3z^{-1} \cdot 4x^3y^{-3}z^2 = 5 \cdot 4 \cdot x^{2+3} \cdot y^{3-3} \cdot z^{-1+2} = 20x^5y^0z^1 = 20x^5z$$

10 Aufgabe 3b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$3x^4y^{-2}z^2 \cdot 4x^3y^3z^{-2} = \dots$$

Lösung:

$$3x^4y^{-2}z^2 \cdot 4x^3y^3z^{-2} = 3 \cdot 4 \cdot x^{4+3}y^{-2+3}z^{2-2} = 12x^7y$$

11 Aufgabe 3c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$5x^5y^{-2}z^3 \cdot 2x^3y^2z^{-2} = \dots$$

Lösung:

$$5x^5y^{-2}z^3 \cdot 2x^3y^2z^{-2} = 5 \cdot 2 \cdot x^{5+3}y^{-2+2}z^{3-2} = 10x^8z$$

12 Aufgabe 3d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$3e^5f^{-2}g^3 \cdot 4e^7f^3g^{-1} = \dots$$

Lösung:

13 Aufgabe 4

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = \frac{(a + b) \cdot (a - b)}{a - b} = a + b$$

14 Aufgabe 4b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{x^2 - 2xy + y^2}{x - y} = \frac{(x - y)^2}{x - y} = x - y$$

15 Aufgabe 4c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y} = \frac{(x + y)^2}{x + y} = x + y$$

16 Aufgabe 4d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{x^4 + 2x^2y + y^2}{x^2 + y} = \dots$$

Lösung:

17 Aufgabe 5

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{12e^2f^5g^4 \cdot 4ef^3g^2}{8e^3f^4g^3} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{12e^2f^5g^4 \cdot 4ef^3g^2}{8e^3f^4g^3} = \frac{12 \cdot 4}{8} \cdot e^{2+1-3} f^{5+3-4} g^{4+2-3} = 6e^0 f^4 g^3 = 6f^4 g^3$$

18 Aufgabe 5b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{25u^3v^2w^5 \cdot 6uv^3w^2}{15u^3v^5w^6} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{25u^3v^2w^5 \cdot 6uv^3w^2}{15u^3v^5w^6} = \frac{25 \cdot 6}{15} \cdot u^{3+1-3}v^{2+3-5}w^{5+2-6} = 10uw$$

19 Aufgabe 5c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{9u^4v^2w^3 \cdot 8uv^5w^6}{12u^3v^5w^7} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{9u^4v^2w^3 \cdot 8uv^5w^6}{12u^3v^5w^7} = \frac{9 \cdot 8}{12} \cdot u^{4+1-3}v^{2+5-5}w^{3+6-7} = 6u^2v^2w^2$$

20 Aufgabe 5d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{28a^4b^3c^4 \cdot 6a^5bc^2}{21a^2b^5c^6} = \dots$$

Lösung:

21 Aufgabe 6

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{(2e^2f^{-3}g^3)^4}{8e^5fg^5} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{(2e^2f^{-3}g^3)^4}{8e^5fg^5} = \frac{2^4e^8f^{-12}g^{12}}{8e^5fg^5} = \frac{16}{8} \cdot e^{8-5}f^{-12-1}g^{12-5} = 2e^3f^{-13}g^7 = \frac{2e^3g^7}{f^{13}}$$

22 Aufgabe 6b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{(3a^3b^{-2}c^4)^3}{18a^6bc^7} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{(3a^3b^{-2}c^4)^3}{18a^6bc^7} = \frac{27a^9b^{-6}c^{12}}{18a^6bc^7} = \frac{3}{2} \cdot a^{9-6}b^{-6-1}c^{12-7} = 1,5a^3b^{-7}c^5 = \frac{1,5a^3c^5}{b^7}$$

23 Aufgabe 6c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{(5a^4b^{-3}c^6)^2}{10a^6bc^9} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{(5a^4b^{-3}c^6)^2}{10a^6bc^9} = \frac{25a^8b^{-6}c^{12}}{10a^6bc^9} = \frac{5}{2} \cdot a^{8-6}b^{-6-1}c^{12-9} = 2,5a^2b^{-7}c^3 = \frac{2,5a^2c^3}{b^7}$$

24 Aufgabe 6d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{(3x^3y^{-2}z^4)^5}{162xy^{11}z^7} = \dots$$

Lösung:

25 Aufgabe 7

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{((3i^2)^2)^3 \cdot 4(j^5k^4)^3}{81i \cdot (j^6 \cdot 2k^{-2})^2} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{((3i^2)^2)^3 \cdot 4(j^5k^4)^3}{81i \cdot (j^6 \cdot 2k^{-2})^2} &= \frac{3^6 \cdot i^{12} \cdot 4j^{15} \cdot k^{12}}{81 \cdot 2^2 \cdot i \cdot j^{12} \cdot k^{-4}} \\ &= \frac{729 \cdot 4}{81 \cdot 4} \cdot i^{12-1} \cdot j^{15-12} \cdot k^{12-(-4)} \\ &= 9 \cdot i^{11} j^3 k^{16} \end{aligned}$$

26 Aufgabe 7b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{((2k^2)^3 \cdot m)^2 \cdot 27(l^4 m^2)^3}{18k \cdot (l^6 \cdot 2m^{-2})^2} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{((2k^2)^3 \cdot m)^2 \cdot 27(l^4 m^2)^3}{18k \cdot (l^6 \cdot 2m^{-2})^2} &= \frac{(8k^6 m)^2 \cdot 27l^{12} m^6}{18kl^{12} \cdot 4m^{-4}} \\ &= \frac{64k^{12} m^2 \cdot 27l^{12} m^6}{18kl^{12} \cdot 4m^{-4}} \\ &= \frac{64 \cdot 27}{18 \cdot 4} \cdot k^{12-1} l^{12-12} m^{2+6+4} \\ &= \frac{18 \cdot 4}{24} k^{11} m^{12} \end{aligned}$$

27 Aufgabe 7c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{((3k^2)^2 \cdot l)^3 \cdot 8(l^2 m^3)^3}{162k \cdot (l^5 \cdot 2m^{-3})^2} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{((3k^2)^2 \cdot l)^3 \cdot 8(l^2 m^3)^3}{162k \cdot (l^5 \cdot 2m^{-3})^2} &= \frac{(9k^4 l)^3 \cdot 8l^6 m^9}{162kl^{10} \cdot 4m^{-6}} \\ &= \frac{729k^{12} l^3 \cdot 8l^6 m^9}{162kl^{10} \cdot 4m^{-6}} \\ &= 9 \cdot k^{12-1} l^{3+6-10} m^{9-(-6)} \\ &= 9k^{11} l^{-1} m^{15} \\ &= \frac{9k^{11} m^{15}}{l} \end{aligned}$$

28 Aufgabe 7d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{((3x^5)^2 \cdot z^2)^3 \cdot 20(y^4 z)^3}{810x \cdot (y^6 \cdot 3z^{-1})^2} = \dots$$

Lösung:

29 Aufgabe 8

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{\frac{a^3 \cdot (-b)^2}{ab^{-1}}}{\frac{(-a)^4 \cdot b^{-3}}{a^{-2}b^3}} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{\frac{a^3 \cdot (-b)^2}{ab^{-1}}}{\frac{(-a)^4 \cdot b^{-3}}{a^{-2}b^3}} = \frac{a^3 \cdot (-b)^2}{ab^{-1}} \cdot \frac{a^{-2}b^3}{(-a)^4 \cdot b^{-3}} = \frac{a^3 \cdot b^2}{ab^{-1}} \cdot \frac{a^{-2}b^3}{a^4 \cdot b^{-3}} = a^{3-2-1-4} \cdot b^{2+3-(-1)-(-3)} = a^{-4}b^9 = \frac{b^9}{a^4}$$

30 Aufgabe 8b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{\frac{p^2 \cdot (-q)^3}{pq^{-2}}}{\frac{(-p)^4 \cdot q^{-5}}{p^{-2}q^3}} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{p^2 \cdot (-q)^3}{pq^{-2}}}{\frac{(-p)^4 \cdot q^{-5}}{p^{-2}q^3}} &= \frac{p^2 \cdot (-q)^3}{pq^{-2}} \cdot \frac{p^{-2}q^3}{(-p)^4 \cdot q^{-5}} \\ &= \frac{p^2(-q^3)p^{-2}q^3}{pq^{-2}p^4q^{-5}} \\ &= \frac{-p^{2-2-1-4}q^{3+3+2+5}}{-p^{2-2-1-4}q^{3+3+2+5}} \\ &= -p^{-5}q^{13} \\ &= -\frac{q^{13}}{p^5} \end{aligned}$$

31 Aufgabe 8c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{\frac{p^4 \cdot (-q)^2}{p^{-2}q}}{\frac{(-p)^3 \cdot q^{-5}}{p^{-3}q^2}} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\frac{\frac{p^4 \cdot (-q)^2}{p^{-2}q}}{\frac{(-p)^3 \cdot q^{-5}}{p^{-3}q^2}} &= \frac{p^4 \cdot (-q)^2}{p^{-2}q} \cdot \frac{p^{-3}q^2}{(-p)^3 \cdot q^{-5}} \\ &= \frac{p^4 q^2 p^{-3} q^2}{p^{-2} q (-p^3) q^{-5}} \\ &= -p^{4-3+2-3} q^{2+2-1+5} \\ &= -q^8\end{aligned}$$

32 Aufgabe 8d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\frac{\frac{(-v^2) \cdot (-w)^3}{-vw^{-2}}}{\frac{(-v)^4 \cdot w^{-5}}{(-v)^{-2}w^3}} = \dots$$

Lösung:

33 Aufgabe 9

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096x^{60} \cdot y^{-36}} \cdot 3x^{-4}y^3} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\sqrt[4]{4096x^{60} \cdot y^{-36}} \cdot 3x^{-4}y^3} &= \left((4096x^{60} \cdot y^{-36})^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 3x^{-4}y^3 \\ &= (4096x^{60} \cdot y^{-36})^{\frac{1}{12}} \cdot 3x^{-4}y^3 \\ &= 4096^{\frac{1}{12}} \cdot x^{\frac{60}{12}} \cdot y^{\frac{-36}{12}} \cdot 3x^{-4}y^3 \\ &= 2 \cdot x^5 \cdot y^{-3} \cdot 3x^{-4}y^3 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot x^{5-4} \cdot y^{-3+3} \\ &= 6x^1y^0 \\ &= 6x\end{aligned}$$

34 Aufgabe 9b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{18 \sqrt[3]{a^2b^7} \cdot \sqrt[6]{64a^2b^4}} \cdot a^2b^{-3} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt{18 \sqrt[3]{a^2 b^7} \cdot \sqrt[6]{64 a^2 b^4}} \cdot a^2 b^{-3} &= \left(18 \cdot (a^2 b^7)^{\frac{1}{3}} (64 a^2 b^4)^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^2 b^{-3} \\&= \left(18 \cdot a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{7}{3}} \cdot 2 a^{\frac{2}{6}} b^{\frac{4}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^2 b^{-3} \\&= \left(18 \cdot 2 \cdot a^{\frac{2}{3} + \frac{2}{6}} b^{\frac{7}{3} + \frac{4}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^2 b^{-3} \\&= (36 a b^3)^{\frac{1}{2}} \cdot a^2 b^{-3} \\&= 6 a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{3}{2}} \cdot a^2 b^{-3} \\&= 6 a^{\frac{5}{2}} b^{-\frac{3}{2}} \\&= 6 \cdot \sqrt{\frac{a^5}{b^3}}\end{aligned}$$

35 Aufgabe 9c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{75 \sqrt[6]{a^2 b^{16}} \cdot \sqrt[3]{27 a^2 b^4}} \cdot a^3 b^{-2} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt{75 \sqrt[6]{a^2 b^{16}} \cdot \sqrt[3]{27 a^2 b^4}} \cdot a^3 b^{-2} &= \left(75 \cdot (a^2 b^{16})^{\frac{1}{6}} \cdot (27 a^2 b^4)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^3 b^{-2} \\&= \left(75 \cdot a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{8}{3}} \cdot 3 a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^3 b^{-2} \\&= \left(225 \cdot a^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} b^{\frac{8}{3} + \frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot a^3 b^{-2} \\&= (225 \cdot a b^4)^{\frac{1}{2}} \cdot a^3 b^{-2} \\&= 15 a^{\frac{1}{2}} b^2 \cdot a^3 b^{-2} \\&= 15 a^{\frac{7}{2}} \\&= 15 \sqrt{a^7}\end{aligned}$$

36 Aufgabe 9d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{75 \sqrt[6]{x^2 y^{16}} \cdot \sqrt[3]{27 x^2 y^4}} \cdot x^3 \cdot y^{-2} = \dots$$

Lösung:

37 Aufgabe 10

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{p} \cdot \sqrt[3]{q^{10}}}{\sqrt{p^3} \cdot \sqrt[6]{q^8}}} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\sqrt{p} \cdot \sqrt[3]{q^{10}}}{\sqrt{p^3} \cdot \sqrt[6]{q^8}}} &= \left(\frac{p^{\frac{1}{2}} \cdot q^{\frac{10}{3}}}{p^{\frac{3}{2}} \cdot q^{\frac{8}{6}}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{p^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot q^{\frac{10}{3} \cdot \frac{1}{2}}}{p^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot q^{\frac{8}{6} \cdot \frac{1}{2}}} \\ &= \frac{p^{\frac{1}{4}} \cdot q^{\frac{5}{3}}}{p^{\frac{3}{4}} \cdot q^{\frac{2}{3}}} \\ &= p^{\frac{1}{4} - \frac{3}{4}} \cdot q^{\frac{5}{3} - \frac{2}{3}} \\ &= p^{-\frac{1}{2}} \cdot q^1 \\ &= \frac{q}{p^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{q}{\sqrt{p}}\end{aligned}$$

38 Aufgabe 10b

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x^5} \cdot \sqrt[4]{y^{19}}}{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[8]{y^6}}} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\sqrt{x^5} \cdot \sqrt[4]{y^{19}}}{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[8]{y^6}}} &= \left(\frac{x^{\frac{5}{2}} y^{\frac{19}{4}}}{x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{6}{8}}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(x^{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}} y^{\frac{19}{4} - \frac{6}{8}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= (xy^4)^{\frac{1}{2}} \\ &= x^{\frac{1}{2}} y^2 \\ &= \sqrt{xy^2}\end{aligned}$$

39 Aufgabe 10c

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x^9} \cdot \sqrt[8]{y^{26}}}{\sqrt{x^5} \cdot \sqrt[4]{y^5}}} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{\sqrt{x^9} \cdot \sqrt[8]{y^{26}}}{\sqrt{x^5} \cdot \sqrt[4]{y^5}}} &= \left(\frac{x^{\frac{9}{2}} y^{\frac{26}{8}}}{x^{\frac{5}{2}} y^{\frac{5}{4}}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(x^{\frac{9}{2} - \frac{5}{2}} y^{\frac{26}{8} - \frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= (x^2 y^2)^{\frac{1}{2}} \\ &= xy\end{aligned}$$

40 Aufgabe 10d

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x^5} \cdot x^3 \cdot \sqrt[4]{y^{19}}}{\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[8]{y^6}}} = \dots$$

Lösung:

41 Aufgabe 11

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\sqrt[7]{\left(\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x}}}\right)^8} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned}\sqrt[7]{\left(\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt{x}}}\right)^8} &= \sqrt[7]{\left(\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}}\right)^8} \\&= \sqrt[7]{\left(\sqrt{x \cdot \sqrt{x^{1+\frac{1}{2}}}}\right)^8} \\&= \sqrt[7]{\left(\sqrt{x \cdot \sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}\right)^8} \\&= \sqrt[7]{\left(\sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}}\right)^8} \\&= \sqrt[7]{\left(\sqrt{x^{1+\frac{3}{4}}}\right)^8} \\&= \sqrt[7]{\left(\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}\right)^8} \\&= \sqrt[7]{x^{\frac{7}{8} \cdot 8}} \\&= \sqrt[7]{x^7} \\&= x\end{aligned}$$

42 Aufgabe 12

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{\sqrt[3]{(a+b) \cdot \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a^4}}}{\sqrt[3]{a^2 - b^2}} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{(a+b) \cdot \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a^4}}}{\sqrt[3]{a^2 - b^2}} &= \sqrt[3]{\frac{(a+b) \cdot \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a^4}}{a^2 - b^2}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{(a+b) \cdot \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a^4}}{(a+b) \cdot (a-b)}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{\sqrt{ab} \cdot a^2}{a-b}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{\sqrt{a^5 b}}{a-b}} \end{aligned}$$

43 Aufgabe 13

Fassen Sie so weit wie möglich zusammen:

$$3x^4 y^{-2} z^2 \cdot 4x^3 y^3 z^{-2} = \dots$$

44 Aufgabe 14

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{(a^{-2}b^0)^3 c^5}{a^3(b^3c)^2} = \dots$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \frac{(a^{-2}b^0)^3 c^5}{a^3(b^3c)^2} &= \frac{a^{-6}c^5}{a^3b^6c^2} \\ &= a^{-6-3}b^{-6}c^{5-2} \\ &= a^{-9}b^{-6}c^3 \\ &= \frac{c^3}{a^9b^6} \end{aligned}$$

45 Aufgabe 15

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{6m^2n + 5mn^2 - 6n^3}{6m^2 - 4mn} = \dots$$

Lösung:

$$\frac{6m^2n + 5mn^2 - 6n^3}{6m^2 - 4mn} = \frac{n \cdot (6m^2 + 5mn - 6n^2)}{2m \cdot (3m - 2n)}$$

Es wird eine Polynomdivision versucht.

$$\begin{array}{r} (6m^2 + 5mn - 6n^2) : (3m - 2n) = 2m + 3n \\ -(6m^2 - 4mn) \\ \hline 9mn - 6n^2 \\ -(9mn - 6n^2) \\ \hline 0 \end{array}$$

Mit diesem Ergebnis erhält man nachfolgende Vereinfachung:

$$\begin{aligned} \frac{6m^2n + 5mn^2 - 6n^3}{6m^2 - 4mn} &= \frac{n \cdot (6m^2 + 5mn - 6n^2)}{2m \cdot (3m - 2n)} \\ &= \frac{n \cdot (2m + 3n)}{2m} \\ &= \frac{2mn + 3n^2}{2m} \end{aligned}$$

46 Aufgabe 16