

# Musterlösungen der Aufgaben unter EXPOGL.WT

## Inhaltsverzeichnis

0.1	EXPOGL-01	2
0.2	EXPOGL-02	3
0.3	EXPOGL-03	4
0.4	EXPOGL-04	5
0.5	EXPOGL-05	6
0.6	EXPOGL-06	7
0.7	EXPOGL-07	8
0.8	EXPOGL-08	9
0.9	EXPOGL-09	10
0.10	EXPOGL-10	11
0.11	EXPOGL-11	12
0.12	EXPOGL-12	13
0.13	EXPOGL-13	14
0.14	EXPOGL-14	15
0.15	EXPOGL-15	16
0.16	EXPOGL-16	17
0.17	EXPOGL-17	18
0.18	EXPOGL-18	19
0.19	EXPOGL-19	20
0.20	EXPOGL-20	21
0.21	EXPOGL-21	21
0.22	EXPOGL-22	22
0.23	EXPOGL-23	22
0.24	EXPOGL-24	22
0.25	EXPOGL-25	22

## 0.1 EXPOGL-01

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$27^{x+1} \cdot 9^{2x+9} = 81^{x+3}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 27^{x+1} \cdot 9^{2x+9} &= 81^{x+3} \\ (3^3)^{x+1} \cdot (3^2)^{2x+9} &= (3^4)^{x+3} \\ 3^{3 \cdot (x+1)} \cdot 3^{2 \cdot (2x+9)} &= 3^{4 \cdot (x+3)} \\ 3^{3x+3} \cdot 3^{4x+18} &= 3^{4x+12} \\ 3^{3x+3+4x+18} &= 3^{4x+12} \\ 3^{7x+21} &= 3^{4x+12} \quad | \log_3 \dots \\ 7x + 21 &= 4x + 12 \quad | -21 - 4x \\ 3x &= -9 \quad | :3 \\ x &= -3 \\ L &= \{-3\} \end{aligned}$$

## 0.2 EXPOGL-02

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$32 \cdot 3^{2x-4} = 9 \cdot 2^{x+2}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 32 \cdot 3^{2x-4} &= 9 \cdot 2^{x+2} \quad | \ln \dots \\ \ln(32 \cdot 3^{2x-4}) &= \ln(9 \cdot 2^{x+2}) \\ \ln 32 + \ln 3^{2x-4} &= \ln 9 + \ln 2^{x+2} \\ \ln 32 + (2x-4) \cdot \ln 3 &= \ln 9 + (x+2) \cdot \ln 2 \\ \ln 32 + 2x \ln 3 - 4 \ln 3 &= \ln 9 + x \ln 2 + 2 \ln 2 \quad | - \ln 32 + 4 \ln 3 - x \ln 2 \\ 2x \ln 3 - x \ln 2 &= \ln 9 + 2 \ln 2 - \ln 32 + 4 \ln 3 \\ x(2 \ln 3 - \ln 2) &= \ln 9 + 2 \ln 2 - \ln 32 + 4 \ln 3 \quad | : (2 \ln 3 - \ln 2) \\ x &= \frac{\ln 9 + 2 \ln 2 - \ln 32 + 4 \ln 3}{2 \ln 3 - \ln 2} \end{aligned}$$

Man kann nun entweder das Ergebnis sofort mit dem Taschenrechner ausrechnen oder noch etwas weiter geschickt umformen, um sich den Rechner zu ersparen. Im folgenden wird der zweite Weg dargestellt.

$$\begin{aligned} x &= \frac{\ln 9 + 2 \ln 2 - \ln 32 + 4 \ln 3}{2 \ln 3 - \ln 2} \\ x &= \frac{\ln 3^2 + 2 \ln 2 - \ln 2^5 + 4 \ln 3}{2 \ln 3 - \ln 2} \\ x &= \frac{2 \ln 3 + 2 \ln 2 - 5 \ln 2 + 4 \ln 3}{2 \ln 3 - \ln 2} \\ x &= \frac{6 \ln 3 - 3 \ln 2}{2 \ln 3 - \ln 2} \\ x &= \frac{3 \cdot (2 \ln 3 - \ln 2)}{2 \ln 3 - \ln 2} \\ x &= 3 \\ L &= \{3\} \end{aligned}$$

### 0.3 EXPOGL-03

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$4^{x-1} \cdot 8^{2x+6} = 16^{x+2}$$

**Lösung:**

$$4^{x-1} \cdot 8^{2x+6} = 16^{x+2}$$
$$(2^2)^{x-1} \cdot (2^3)^{2x+6} = (2^4)^{x+2} \quad (4)$$

$$2^{2 \cdot (x-1)} \cdot 2^{3 \cdot (2x+6)} = 2^{4 \cdot (x+2)} \quad (4)$$

$$2^{2x-2} \cdot 2^{6x+18} = 2^{4x+8}$$

$$2^{2x-2+6x+18} = 2^{4x+8}$$

$$2^{8x+16} = 2^{4x+8} \quad | \log_2 \dots \quad (4)$$

$$8x + 16 = 4x + 8 \quad | -16 - 4x \quad (4)$$

$$4x = -8 \quad | :4$$

$$x = -2 \quad (3)$$

$$L = \{-2\} \quad (1)$$

## 0.4 EXPOGL-04

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$4^{x+1} \cdot 8^{2x+10} = 16^{x+4}$$

**Lösung:**

$$4^{x+1} \cdot 8^{2x+10} = 16^{x+4}$$
$$(2^2)^{x+1} \cdot (2^3)^{2x+10} = (2^4)^{x+4} \quad (4)$$

$$2^{2 \cdot (x+1)} \cdot 2^{3 \cdot (2x+10)} = 2^{4 \cdot (x+4)} \quad (4)$$

$$2^{2x+2} \cdot 2^{6x+30} = 2^{4x+16}$$

$$2^{2x+2+6x+30} = 2^{4x+16}$$

$$2^{8x+32} = 2^{4x+16} \quad | \log_2 \dots \quad (4)$$

$$8x + 32 = 4x + 16 \quad | -4x - 32 \quad (4)$$

$$4x = -16 \quad | :4$$

$$x = -4 \quad (3)$$

$$L = \{-4\} \quad (1)$$

## 0.5 EXPOGL-05

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$25 \cdot 3^{2x-7} = 27 \cdot 5^{x-3}$$

**Lösung:** Die Lösung kann sinnvoll mit dem Zehnerlogarithmus oder dem natürlichen Logarithmus bestimmt werden. Ich wähle willkürlich den Zehnerlogarithmus.

$$\begin{aligned} 25 \cdot 3^{2x-7} &= 27 \cdot 5^{x-3} \quad | \lg \dots \\ \lg(25 \cdot 3^{2x-7}) &= \lg(27 \cdot 5^{x-3}) \quad (3) \\ \lg 25 + \lg 3^{2x-7} &= \lg 27 + \lg 5^{x-3} \quad (4) \\ \lg 25 + (2x-7) \cdot \lg 3 &= \lg 27 + (x-3) \cdot \lg 5 \quad (4) \\ \lg 25 + 2x \lg 3 - 7 \lg 3 &= \lg 27 + x \lg 5 - 3 \lg 5 \quad | - \lg 25 + 7 \lg 3 - x \lg 5 \\ 2x \lg 3 - x \lg 5 &= \lg 27 - 3 \lg 5 - \lg 25 + 7 \lg 3 \\ x \cdot (2 \lg 3 - \lg 5) &= \lg 27 - 3 \lg 5 - \lg 25 + 7 \lg 3 \quad (4) \\ x &= \frac{\lg 27 - 3 \lg 5 - \lg 25 + 7 \lg 3}{2 \lg 3 - \lg 5} \quad (2) \end{aligned}$$

Dieser Bruch kann nun entweder sofort mit dem Taschenrechner ausgerechnet werden (man erhält  $x = 5$ ), oder man formt um, damit man kürzen kann, wie nachfolgend dargestellt ist.

$$\begin{aligned} x &= \frac{\lg 27 - 3 \lg 5 - \lg 25 + 7 \lg 3}{2 \lg 3 - \lg 5} \\ x &= \frac{\lg 3^3 - 3 \lg 5 - \lg 5^2 + 7 \lg 3}{2 \lg 3 - \lg 5} \\ x &= \frac{3 \lg 3 - 3 \lg 5 - 2 \lg 5 + 7 \lg 3}{2 \lg 3 - \lg 5} \\ x &= \frac{10 \lg 3 - 5 \lg 5}{2 \lg 3 - \lg 5} \\ x &= \frac{5 \cdot (2 \lg 3 - \lg 5)}{2 \lg 3 - \lg 5} \\ x &= 5 \quad (2) \\ L &= \{5\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.6 EXPOGL-06

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$9 \cdot 2^{3x-14} = 16 \cdot 3^{x-4}$$

**Lösung:** Die Lösung kann sinnvoll mit dem Zehnerlogarithmus oder dem natürlichen Logarithmus bestimmt werden. Ich wähle willkürlich den natürlichen Logarithmus.

$$\begin{aligned} 9 \cdot 2^{3x-14} &= 16 \cdot 3^{x-4} \quad | \ln \dots \\ \ln(9 \cdot 2^{3x-14}) &= \ln(16 \cdot 3^{x-4}) \quad (3) \\ \ln 9 + \ln 2^{3x-14} &= \ln 16 + \ln 3^{x-4} \quad (4) \\ \ln 9 + (3x-14) \cdot \ln 2 &= \ln 16 + (x-4) \cdot \ln 3 \quad (4) \\ \ln 9 + 3x \ln 2 - 14 \ln 2 &= \ln 16 + x \ln 3 - 4 \ln 3 \quad | - \ln 9 + 14 \ln 2 - x \ln 3 \\ 3x \ln 2 - x \ln 3 &= \ln 16 - 4 \ln 3 - \ln 9 + 14 \ln 2 \\ x \cdot (3 \ln 2 - \ln 3) &= \ln 16 - 4 \ln 3 - \ln 9 + 14 \ln 2 \quad (4) \\ x &= \frac{\ln 16 - 4 \ln 3 - \ln 9 + 14 \ln 2}{3 \ln 2 - \ln 3} \quad (2) \end{aligned}$$

Dieser Bruch kann nun entweder sofort mit dem Taschenrechner ausgerechnet werden (man erhält  $x = 6$ ), oder man formt um, damit man kürzen kann, wie nachfolgend dargestellt ist.

$$\begin{aligned} x &= \frac{\ln 16 - 4 \ln 3 - \ln 9 + 14 \ln 2}{3 \ln 2 - \ln 3} \\ x &= \frac{\ln 2^4 - 4 \ln 3 - \ln 3^2 + 14 \ln 2}{3 \ln 2 - \ln 3} \\ x &= \frac{4 \ln 2 - 4 \ln 3 - 2 \ln 3 + 14 \ln 2}{3 \ln 2 - \ln 3} \\ x &= \frac{18 \ln 2 - 6 \ln 3}{3 \ln 2 - \ln 3} \\ x &= \frac{6 \cdot (3 \ln 2 - \ln 3)}{3 \ln 2 - \ln 3} \\ x &= 6 \quad (2) \\ L &= \{6\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.7 EXPOGL-07

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$16^{3x-2} = 32^{2x+4}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 16^{3x-2} &= 32^{2x+4} \\ (2^4)^{3x-2} &= (2^5)^{2x+4} && (3) \\ 2^{4 \cdot (3x-2)} &= 2^{5 \cdot (2x+4)} && | \log_2 \dots && (3) \\ 4 \cdot (3x-2) &= 5 \cdot (2x+4) && (4) \\ 12x-8 &= 10x+20 && | -10x+8 && (3) \\ 2x &= 28 && | :2 && (3) \\ x &= 14 && (3) \\ L &= \{14\} && (1) \end{aligned}$$



## 0.8 EXPOGL-08

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$2 \cdot 5^{x+2} = 7 \cdot 5^{x+2} - 25^x$$

**Lösung:**

$$\begin{array}{rcll} 2 \cdot 5^{x+2} & = & 7 \cdot 5^{x+2} - 25^x & | - 7 \cdot 5^{x+2} \\ 2 \cdot 5^{x+2} - 7 \cdot 5^{x+2} & = & -25^x & \\ -5 \cdot 5^{x+2} & = & -25^x & | \cdot (-1) \\ 5 \cdot 5^{x+2} & = & 25^x & \\ 5^{x+3} & = & (5^2)^x & \\ 5^{x+3} & = & 5^{2x} & | \log_5 \dots \\ x+3 & = & 2x & | - x \\ 3 & = & x & \\ L & = & \{3\} & \end{array}$$

## 0.9 EXPOGL-09

Ein Kondensator mit  $C = 100 \mu\text{F}$  ist auf eine Spannung von  $U_0 = 500 \text{ V}$  aufgeladen. Wie groß muss ein Entladewiderstand  $R$  sein, der den Kondensator innerhalb einer Zeit von 5 Sekunden bis auf eine ungefährliche Restspannung von  $U_C = 50 \text{ V}$  entlädt?

Bekannt ist die Formel:  $u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  mit  $\tau = R \cdot C$ .

**Lösung:**

$$\begin{aligned} u_C &= U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_C &= U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} & | : U_0 \\ \frac{u_C}{U_0} &= e^{-\frac{t}{R \cdot C}} & | \ln \dots \\ \ln \frac{u_C}{U_0} &= -\frac{t}{R \cdot C} & | \cdot \frac{R}{\ln \frac{u_C}{U_0}} \\ R &= -\frac{t}{\ln \frac{u_C}{U_0} \cdot C} \\ R &= -\frac{5 \text{ s}}{\ln \frac{50 \text{ V}}{500 \text{ V}} \cdot 100 \mu\text{F}} \\ R &\approx 21,7 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

## 0.10 EXPOGL-10

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$25^{3x-6} = 125^{x+4}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 25^{3x-6} &= 125^{x+4} \\ (5^2)^{3x-6} &= (5^3)^{x+4} & (3) \\ 5^{2 \cdot (3x-6)} &= 5^{3 \cdot (x+4)} & (3) \\ 5^{6x-12} &= 5^{3x+12} & | \log_5 \dots & (3) \\ 6x-12 &= 3x+12 & | -3x+12 & (4) \\ 3x &= 24 & | :3 & (3) \\ x &= 8 & & (3) \\ L &= \{8\} & & (1) \end{aligned}$$

## 0.11 EXPOGL-11

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$9^{3x-6} = 27^{x+4}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 9^{3x-6} &= 27^{x+4} \\ (3^2)^{3x-6} &= (3^3)^{x+4} & (3) \\ 3^{2 \cdot (3x-6)} &= 3^{3 \cdot (x+4)} & (3) \\ 3^{6x-12} &= 3^{3x+12} & | \log_3 \dots & (3) \\ 6x - 12 &= 3x + 12 & | - 3x + 12 & (4) \\ 3x &= 24 & | : 3 & (3) \\ x &= 8 & (3) \\ L &= \{8\} & (1) \end{aligned}$$

## 0.12 EXPOGL-12

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$9 \cdot 2^{x-2} = 8 \cdot 3^{2x-8}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 9 \cdot 2^{x-2} &= 8 \cdot 3^{2x-8} && | \ln \dots \\ \ln(9 \cdot 2^{x-2}) &= \ln(8 \cdot 3^{2x-8}) && (3) \\ \ln 9 + \ln 2^{x-2} &= \ln 8 + \ln 3^{2x-8} && (3) \\ \ln 9 + (x-2) \cdot \ln 2 &= \ln 8 + (2x-8) \cdot \ln 3 && (3) \\ \ln 9 + x \cdot \ln 2 - 2 \cdot \ln 2 &= \ln 8 + 2x \cdot \ln 3 - 8 \cdot \ln 3 && | -\ln 9 + 2 \cdot \ln 2 - 2x \cdot \ln 3 \quad (2) \\ x \cdot \ln 2 - 2x \cdot \ln 3 &= \ln 8 - 8 \cdot \ln 3 - \ln 9 + 2 \ln 2 && (2) \\ x \cdot (\ln 2 - 2 \cdot \ln 3) &= \ln 8 - 8 \cdot \ln 3 - \ln 9 + 2 \ln 2 && | : (\ln 2 - 2 \cdot \ln 3) \quad (2) \\ x &= \frac{\ln 8 - 8 \cdot \ln 3 - \ln 9 + 2 \ln 2}{\ln 2 - 2 \cdot \ln 3} && (2) \\ x &= 5 && (2) \\ L &= \{5\} && (1) \end{aligned}$$

## 0.13 EXPOGL-13

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$27 \cdot 2^{x-3} = 4 \cdot 3^{2x-7}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 27 \cdot 2^{x-3} &= 4 \cdot 3^{2x-7} && | \ln \dots \\ \ln(27 \cdot 2^{x-3}) &= \ln(4 \cdot 3^{2x-7}) && (3) \\ \ln 27 + \ln 2^{x-3} &= \ln 4 + \ln 3^{2x-7} && (3) \\ \ln 27 + (x-3) \cdot \ln 2 &= \ln 4 + (2x-7) \cdot \ln 3 && (3) \\ \ln 27 + x \cdot \ln 2 - 3 \cdot \ln 2 &= \ln 4 + 2x \cdot \ln 3 - 7 \cdot \ln 3 && | - \ln 27 + 3 \cdot \ln 2 - 2x \cdot \ln 3 \quad (2) \\ x \cdot \ln 2 - 2x \cdot \ln 3 &= \ln 4 - 7 \cdot \ln 3 - \ln 27 + 3 \cdot \ln 2 && (2) \\ x \cdot (\ln 2 - 2 \cdot \ln 3) &= \ln 4 - 7 \cdot \ln 3 - \ln 27 + 3 \cdot \ln 2 && | : (\ln 2 - 2 \cdot \ln 3) \quad (2) \\ x &= \frac{\ln 4 - 7 \cdot \ln 3 - \ln 27 + 3 \cdot \ln 2}{\ln 2 - 2 \cdot \ln 3} && (2) \\ x &= 5 && (2) \\ L &= \{5\} && (1) \end{aligned}$$

## 0.14 EXPOGL-14

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$2 \cdot 5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{2x+1} = 25^{2x}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{2x+1} &= 25^{2x} \\ (2+3) \cdot 5^{2x+1} &= (5^2)^{2x} \\ 5 \cdot 5^{2x+1} &= 5^{2 \cdot 2x} & (7) \\ 5^{1+2x+1} &= 5^{4x} \\ 5^{2x+2} &= 5^{4x} & | \log_5 \dots & (6) \\ 2x+2 &= 4x & | - 2x \\ 2 &= 2x & | : 2 \\ 1 &= x & (6) \\ L &= \{1\} & (1) \end{aligned}$$

## 0.15 EXPOGL-15

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$4 \cdot 7^{2x+1} + 3 \cdot 7^{2x+1} = 49^{2x}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} 4 \cdot 7^{2x+1} + 3 \cdot 7^{2x+1} &= 49^{2x} \\ (4 + 3) \cdot 7^{2x+1} &= (7^2)^{2x} \\ 7 \cdot 7^{2x+1} &= 7^{2 \cdot 2x} & (7) \\ 7^{1+2x+1} &= 7^{4x} \\ 7^{2x+2} &= 7^{4x} & | \log_7 \dots & (6) \\ 2x + 2 &= 4x & | - 2x \\ 2 &= 2x & | : 2 \\ 1 &= x & (6) \\ L &= \{1\} & (1) \end{aligned}$$



## 0.16 EXPOGL-16

Ein Kondensator mit  $C = 100 \mu\text{F}$  ist auf eine Spannung von  $U = 300 \text{ V}$  aufgeladen. Zum Kondensator ist ein Entladewiderstand von  $R = 15 \text{ k}\Omega$  parallel geschaltet. Wie lange dauert es, bis die Spannung am Kondensator bis auf eine Restspannung von  $U_C = 50 \text{ V}$  abgesunken ist?

Bekannt ist die Formel:  $u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  mit  $\tau = R \cdot C$ .

**Lösung:**

$$\tau = R \cdot C = 15 \text{ k}\Omega \cdot 100 \mu\text{F} = 1,5 \text{ s} \quad (4)$$

$$u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad | : U_0$$

$$\frac{u_C}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad | \ln \dots \quad (4)$$

$$\ln \frac{u_C}{U_0} = -\frac{t}{\tau} \quad | \cdot (-\tau) \quad (4)$$

$$-\tau \cdot \ln \frac{u_C}{U_0} = t \quad (4)$$

$$t = -1,5 \text{ s} \cdot \ln \frac{50 \text{ V}}{300 \text{ V}}$$

$$t \approx 2,688 \text{ s} \quad (4)$$

## 0.17 EXPOGL-17

Ein Kondensator mit  $C = 500 \mu\text{F}$  ist auf eine Spannung von  $U = 250 \text{ V}$  aufgeladen. Zum Kondensator ist ein Entladewiderstand von  $R = 10 \text{ k}\Omega$  parallel geschaltet. Wie lange dauert es, bis die Spannung am Kondensator bis auf eine Restspannung von  $U_C = 50 \text{ V}$  abgesunken ist?

Bekannt ist die Formel:  $u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  mit  $\tau = R \cdot C$ .

**Lösung:**

$$\tau = R \cdot C = 10 \text{ k}\Omega \cdot 500 \mu\text{F} = 5 \text{ s} \quad (4)$$

$$u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad | : U_0$$

$$\frac{u_C}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad | \ln \dots \quad (4)$$

$$\ln \frac{u_C}{U_0} = -\frac{t}{\tau} \quad | \cdot (-\tau) \quad (4)$$

$$-\tau \cdot \ln \frac{u_C}{U_0} = t \quad (4)$$

$$t = -5 \text{ s} \cdot \ln \frac{50 \text{ V}}{250 \text{ V}}$$

$$t \approx 8,047 \text{ s} \quad (4)$$

## 0.18 EXPOGL-18

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$\frac{2^{3x-7}}{7^{x-2}} \cdot \frac{7^{3x-8}}{5^{2x-7}} = \frac{5^{x-2}}{2^{2x-8}}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{2^{3x-7}}{7^{x-2}} \cdot \frac{7^{3x-8}}{5^{2x-7}} &= \frac{5^{x-2}}{2^{2x-8}} \quad | \ln \dots \\ \ln \left( \frac{2^{3x-7}}{7^{x-2}} \cdot \frac{7^{3x-8}}{5^{2x-7}} \right) &= \ln \frac{5^{x-2}}{2^{2x-8}} \\ \ln 2^{3x-7} - \ln 7^{x-2} + \ln 7^{3x-8} - \ln 5^{2x-7} &= \ln 5^{x-2} - \ln 2^{2x-8} \\ (3x-7) \ln 2 - (x-2) \ln 7 + (3x-8) \ln 7 - (2x-7) \ln 5 &= (x-2) \ln 5 - (2x-8) \ln 2 \\ 3x \ln 2 - 7 \ln 2 - x \ln 7 + 2 \ln 7 + 3x \ln 7 - 8 \ln 7 - 2x \ln 5 + 7 \ln 5 &= x \ln 5 - 2 \ln 5 - 2x \ln 2 + 8 \ln 2 \\ 3x \ln 2 - 7 \ln 2 + 2x \ln 7 - 6 \ln 7 - 2x \ln 5 + 7 \ln 5 &= x \ln 5 - 2 \ln 5 - 2x \ln 2 + 8 \ln 2 \\ 5x \ln 2 + 2x \ln 7 - 3x \ln 5 &= -9 \ln 5 + 15 \ln 2 + 6 \ln 7 \\ x \cdot (5 \ln 2 - 3 \ln 5 + 2 \ln 7) &= 15 \ln 2 - 9 \ln 5 + 6 \ln 7 \\ x &= \frac{15 \ln 2 - 9 \ln 5 + 6 \ln 7}{5 \ln 2 - 3 \ln 5 + 2 \ln 7} \\ x &= \frac{3 \cdot (5 \ln 2 - 3 \ln 5 + 2 \ln 7)}{5 \ln 2 - 3 \ln 5 + 2 \ln 7} \\ x &= 3 \\ L &= \{3\} \end{aligned}$$

## 0.19 EXPOGL-19

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$\frac{2^{x-6}}{5^{x+2}} \cdot \frac{5^{2x-2}}{7^{3x-4}} = \frac{7^{x-12}}{2^{x-2}}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}\frac{2^{x-6}}{5^{x+2}} \cdot \frac{5^{2x-2}}{7^{3x-4}} &= \frac{7^{x-12}}{2^{x-2}} \quad | \ln \dots \\ \ln \left( \frac{2^{x-6}}{5^{x+2}} \cdot \frac{5^{2x-2}}{7^{3x-4}} \right) &= \ln \frac{7^{x-12}}{2^{x-2}} \\ \ln 2^{x-6} - \ln 5^{x+2} + \ln 5^{2x-2} - \ln 7^{3x-4} &= \ln 7^{x-12} - \ln 2^{x-2} \\ (x-6) \ln 2 - (x+2) \ln 5 + (2x-2) \ln 5 - (3x-4) \ln 7 &= (x-12) \ln 7 - (x-2) \ln 2 \\ x \ln 2 - 6 \ln 2 - x \ln 5 - 2 \ln 5 + 2x \ln 5 - 2 \ln 5 - 3x \ln 7 + 4 \ln 7 &= x \ln 7 - 12 \ln 7 - x \ln 2 + 2 \ln 2 \\ 2x \ln 2 + x \ln 5 - 4x \ln 7 &= -16 \ln 7 + 8 \ln 2 + 4 \ln 5 \\ x \cdot (2 \ln 2 + \ln 5 - 4 \ln 7) &= 8 \ln 2 + 4 \ln 5 - 16 \ln 7 \\ x &= \frac{8 \ln 2 + 4 \ln 5 - 16 \ln 7}{2 \ln 2 + \ln 5 - 4 \ln 7} \\ x &= \frac{4 \cdot (2 \ln 2 + \ln 5 - 4 \ln 7)}{2 \ln 2 + \ln 5 - 4 \ln 7} \\ x &= 4 \\ L &= \{4\}\end{aligned}$$

## 0.20 EXPOGL-20

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$\frac{3^{x+2}}{7^{2x-8}} \cdot \frac{5^{x-6}}{3^{2x-3}} = \frac{7^{x-7}}{5^{2x-9}}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}\frac{3^{x+2}}{7^{2x-8}} \cdot \frac{5^{x-6}}{3^{2x-3}} &= \frac{7^{x-7}}{5^{2x-9}} \quad | \ln \dots \\ \ln \left( \frac{3^{x+2}}{7^{2x-8}} \cdot \frac{5^{x-6}}{3^{2x-3}} \right) &= \ln \frac{7^{x-7}}{5^{2x-9}} \\ \ln 3^{x+2} - \ln 7^{2x-8} + \ln 5^{x-6} - \ln 3^{2x-3} &= \ln 7^{x-7} - \ln 5^{2x-9} \\ (x+2) \ln 3 - (2x-8) \ln 7 + (x-6) \ln 5 - (2x-3) \ln 3 &= (x-7) \ln 7 - (2x-9) \ln 5 \\ x \ln 3 + 2 \ln 3 - 2x \ln 7 + 8 \ln 7 + x \ln 5 - 6 \ln 5 - 2x \ln 3 + 3 \ln 3 &= x \ln 7 - 7 \ln 7 - 2x \ln 5 + 9 \ln 5 \\ -x \ln 3 - 3x \ln 7 + 3x \ln 5 &= -5 \ln 3 - 15 \ln 7 + 15 \ln 5 \\ x \cdot (-\ln 3 - 3 \ln 7 + 3 \ln 5) &= -5 \ln 3 - 15 \ln 7 + 15 \ln 5 \\ x &= \frac{-5 \ln 3 - 15 \ln 7 + 15 \ln 5}{-\ln 3 - 3 \ln 7 + 3 \ln 5} \\ x &= \frac{5 \cdot (-\ln 3 - 3 \ln 7 + 3 \ln 5)}{-\ln 3 - 3 \ln 7 + 3 \ln 5} \\ x &= 5 \\ L &= \{5\}\end{aligned}$$

## 0.21 EXPOGL-21

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$27^{x+4} \cdot 3^x \cdot 9^{x-2} = 81^{x+1}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}27^{x+4} \cdot 3^x \cdot 9^{x-2} &= 81^{x+1} \\ (3^3)^{x+4} \cdot 3^x \cdot (3^2)^{x-2} &= (3^4)^{x+1} \\ 3^{3 \cdot (x+4)} \cdot 3^x \cdot 3^{2 \cdot (x-2)} &= 3^{4 \cdot (x+1)} \quad | \log_3 \dots \\ 3 \cdot (x+4) + x + 2 \cdot (x-2) &= 4 \cdot (x+1) \\ 3x + 12 + x + 2x - 4 &= 4x + 4 \\ 6x + 8 &= 4x + 4 \quad | -4x - 8 \\ 2x &= -4 \quad | : 2 \\ x &= -2 \\ \mathbb{L} &= \{-2\}\end{aligned}$$

## 0.22 EXPOGL-22

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Exponentialgleichung:

$$\sqrt[x+1]{625} = 5^{x-2}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}\sqrt[x+1]{625} &= 5^{x-2} \\ \sqrt[x+1]{5^4} &= 5^{x-2} \\ 5^{\frac{4}{x+1}} &= 5^{x-2} && | \log_5 \dots \\ \frac{4}{x+1} &= x-2 && | \cdot (x+1) \\ 4 &= x^2 - x - 2 && | - 4 \\ 0 &= x^2 - x - 6 \\ x_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6} \\ &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} \\ &= \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \\ x_1 &= 3 & x_2 &= -2 \\ \mathbb{L} &= \{-2; 3\}\end{aligned}$$

## 0.23 EXPOGL-23

Ein Wassertank hat ein Leck. Nach 2 Tagen fehlen 10 % des ursprünglichen Inhaltes aus dem Tank. Das Ausflussverhalten kann durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden. Wie lange dauert es, bis der Tank nur noch halbvoll ist?

**Lösung:**

## 0.24 EXPOGL-24

Ein Flummi springt bei seinem 3. Sprung 67 cm hoch und bei seinem 4. Sprung 62 cm. Aus welcher Höhe ist er fallengelassen worden? Welche Höhe hat der 10. Sprung?

**Lösung:**

## 0.25 EXPOGL-25