

Musterlösungen der Aufgaben unter LINFUNKT.WT

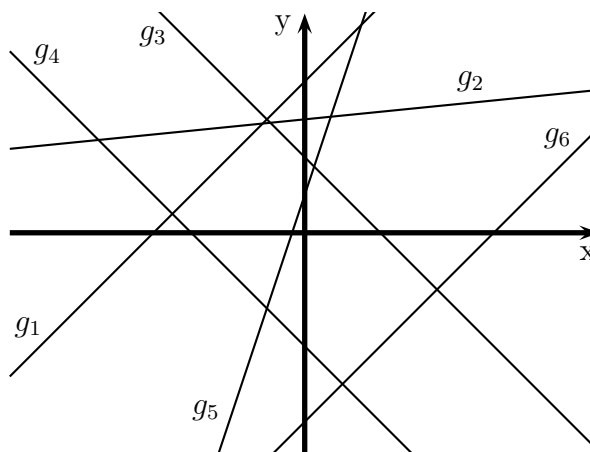
Inhaltsverzeichnis

0.1	LINFUNKT-01a	3
0.2	LINFUNKT-01b	5
0.3	LINFUNKT-01c	6
0.4	LINFUNKT-01d	7
0.5	LINFUNKT-01e	8
0.6	LINFUNKT-02a	9
0.7	LINFUNKT-02b	11
0.8	LINFUNKT-02c	13
0.9	LINFUNKT-03a	14
0.10	LINFUNKT-03b	16
0.11	LINFUNKT-03c	18
0.12	LINFUNKT-03d	20
0.13	LINFUNKT-03e	22
0.14	LINFUNKT-03f	24
0.15	LINFUNKT-03g	26
0.16	LINFUNKT-03h	28
0.17	LINFUNKT-03i	30
0.18	LINFUNKT-04a	32
0.19	LINFUNKT-04b	33
0.20	LINFUNKT-04c	34
0.21	LINFUNKT-04d	35
0.22	LINFUNKT-04e	36
0.23	LINFUNKT-04f	37
0.24	LINFUNKT-05a	38
0.25	LINFUNKT-05b	40
0.26	LINFUNKT-06a	42
0.27	LINFUNKT-06b	44
0.28	LINFUNKT-06c	46
0.29	LINFUNKT-06d	48
0.30	LINFUNKT-07a	50
0.31	LINFUNKT-07b	51
0.32	LINFUNKT-08a	52
0.33	LINFUNKT-08b	53
0.34	LINFUNKT-09a	54
0.35	LINFUNKT-09b	55
0.36	LINFUNKT-09c	56
0.37	LINFUNKT-09d	57
0.38	LINFUNKT-09e	58
0.39	LINFUNKT-09f	59

0.40	LINFUNKT-10a	60
0.41	LINFUNKT-10b	62
0.42	LINFUNKT-11	64
0.43	LINFUNKT-12a	65
0.44	LINFUNKT-12b	66
0.45	LINFUNKT-12c	67
0.46	LINFUNKT-13a	68
0.47	LINFUNKT-13b	69
0.48	LINFUNKT-13c	70
0.49	LINFUNKT-13d	71
0.50	LINFUNKT-13e	72
0.51	LINFUNKT-14a	73
0.52	LINFUNKT-14b	74
0.53	LINFUNKT-15a	75
0.54	LINFUNKT-15b	76
0.55	LINFUNKT-16a	77
0.56	LINFUNKT-16b	78
0.57	LINFUNKT-16c	79
0.58	LINFUNKT-16d	80
0.59	LINFUNKT-17a	81
0.60	LINFUNKT-17b	83
0.61	LINFUNKT-18	85
0.62	LINFUNKT-19	86
0.63	LINFUNKT-20	87
0.64	LINFUNKT-21	89
0.65	LINFUNKT-22	91
0.66	LINFUNKT-23	93
0.67	LINFUNKT-24	95
0.68	LINFUNKT-25	97
0.69	LINFUNKT-26a	98
0.70	LINFUNKT-26b	100
0.71	LINFUNKT-26c	102
0.72	LINFUNKT-27a	104
0.73	LINFUNKT-27b	106
0.74	LINFUNKT-28	108
0.75	LINFUNKT-29	110
0.76	LINFUNKT-30a	112
0.77	LINFUNKT-30b	114
0.78	LINFUNKT-31a	116
0.79	LINFUNKT-31b	118

0.1 LINFUNKT-01a

Nebenstehend sind einige Geraden dargestellt. Geben Sie an, welche Gerade zu welcher Funktionsgleichung passt, auch wenn im Diagramm keine Skalierung bekannt ist. Schreiben Sie dazu die Geradenbezeichnung (z.B. g_2) hinter die jeweilige Funktionsgleichung. (Möglich: 0 bis 2 Funktionen) (je 4 P.)



$$f(x) = x - 5$$

$$f(x) = 3x + 1$$

$$f(x) = x + 4$$

$$f(x) = -x + 2$$

$$f(x) = -x - 3$$

Lösung:

$$f(x) = x - 5 \quad g_6$$

$$f(x) = 3x + 1 \quad g_5$$

$$f(x) = x + 4 \quad g_1$$

$$f(x) = -x + 2 \quad g_3$$

$$f(x) = -x - 3 \quad g_4$$

Begründungen:

$f(x) = x - 5$: Die Steigung m ist positiv, der y -Achsenabschnitt b ist negativ. Eine positive Steigung haben g_1 , g_2 , g_5 und g_6 . Einen negativen y -Achsenabschnitt haben nur g_4 und g_6 . Die einzige Übereinstimmung hat g_6 .

$f(x) = 3x + 1$: Die Steigung m ist stark positiv, der y -Achsenabschnitt b ist ebenfalls positiv. Eine positive Steigung haben g_1 , g_2 , g_5 und g_6 , wobei die Steigung von g_5 recht groß ist. Einen positiven y -Achsenabschnitt haben g_1 , g_2 , g_3 und g_5 . Aufgrund der Vorzeichen von m und b kämen demnach g_1 , g_2 und g_5 in Frage. Eine besonders große

Steigung hat nur g_5 .

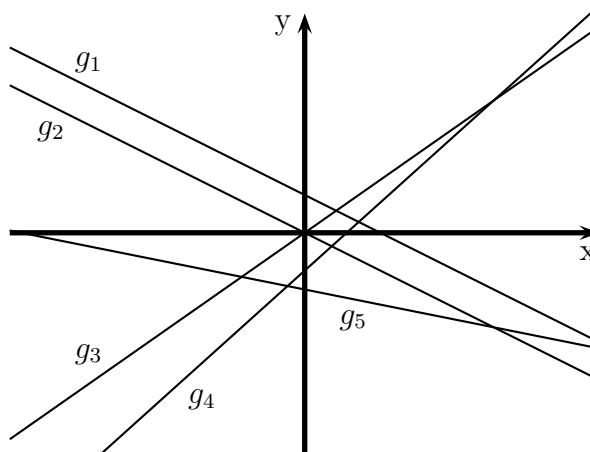
$f(x) = x + 4$: Wie zuvor sind Steigung m und y -Achsenabschnitt b beide positiv, es kämen demnach g_1 , g_2 und g_5 in Frage. Eine mittelmäßige Steigung hat g_1 .

$f(x) = -x + 2$: Die Steigung m ist negativ, der y -Achsenabschnitt b ist positiv. Nur g_3 und g_4 haben eine negative Steigung, wobei nur g_1 einen positiven y -Achsenabschnitt hat.

$f(x) = -x - 3$: Die Steigung m und der y -Achsenabschnitt b sind beide negativ. Beide Kriterien gleichzeitig passen nur zu g_4 .

0.2 LINFUNKT-01b

Nebstehend sind die Funktionsgraphen von fünf Linearen Funktion dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Welche der nachfolgenden Funktionen können jeweils zu diesen Graphen passen? Tragen Sie bitte nur die möglichen Funktionsnamen **aller** möglichen Funktionen ein, z.B. so: f_2 , f_3 . (Möglich: 0 bis 2 Funktionen) (je 4 P.)



$$f_1(x) = 2x - 2 \quad f_2(x) = -2x - 2$$

$$f_3(x) = 3x \quad f_4(x) = -2x$$

$$f_5(x) = -x + 1 \quad f_6(x) = 3x - 5$$

$$f_7(x) = 2x + 1$$

Zu g_1 könnte passen: _____

Zu g_2 könnte passen: _____

Zu g_3 könnte passen: _____

Zu g_4 könnte passen: _____

Zu g_5 könnte passen: _____

Lösung:

Zu g_1 könnte passen: f_5

Zu g_2 könnte passen: f_4

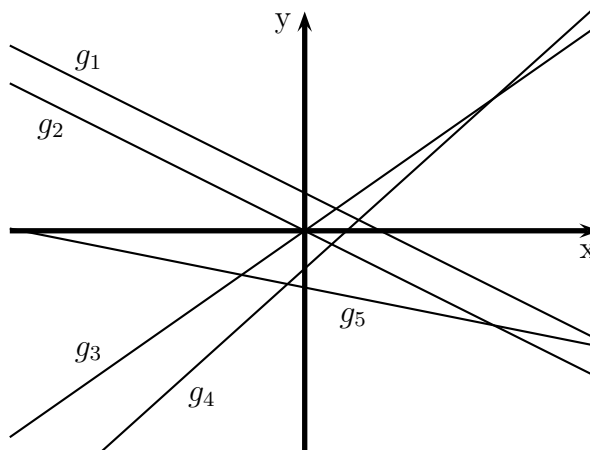
Zu g_3 könnte passen: f_3

Zu g_4 könnte passen: f_1 oder f_6

Zu g_5 könnte passen: f_2

0.3 LINFUNKT-01c

Nebestehend sind die Funktionsgraphen von fünf Linearen Funktion dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Welche der nachfolgenden Funktionen können jeweils zu diesen Graphen passen? Tragen Sie bitte nur die möglichen Funktionsnamen **aller** möglichen Funktionen ein, z.B. so: f_2 , f_3 . (Möglich: 0 bis 2 Funktionen) (je 4 P.)



$$\begin{array}{ll} f_1(x) = 2x + 1 & f_2(x) = 3x - 5 \\ f_3(x) = 2x - 2 & f_4(x) = -2x - 2 \\ f_5(x) = -2x & f_6(x) = 3x \\ f_7(x) = -x + 1 \end{array}$$

Zu g_1 könnte passen: _____

Zu g_2 könnte passen: _____

Zu g_3 könnte passen: _____

Zu g_4 könnte passen: _____

Zu g_5 könnte passen: _____

Lösung:

Zu g_1 könnte passen: f_7

Zu g_2 könnte passen: f_5

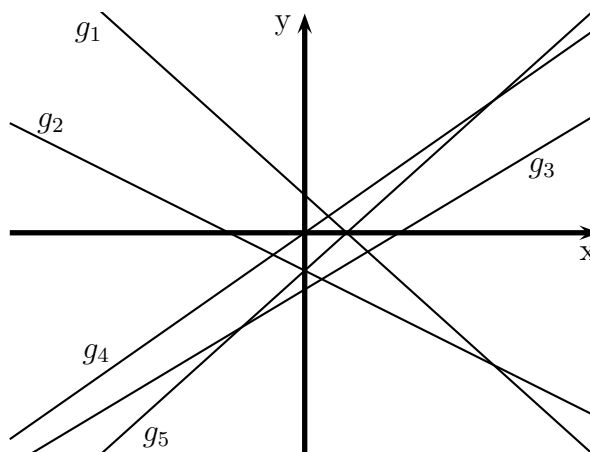
Zu g_3 könnte passen: f_6

Zu g_4 könnte passen: f_2 oder f_3

Zu g_5 könnte passen: f_4

0.4 LINFUNKT-01d

Nebstehend sind die Funktionsgraphen von fünf Linearen Funktion dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Welche der nachfolgenden Funktionen können jeweils zu diesen Graphen passen? Tragen Sie bitte nur die möglichen Funktionsnamen **aller** möglichen Funktionen ein, z.B. so: f_2 , f_3 . (Möglich: 0 bis 2 Funktionen) (je 4 P.)



$$\begin{array}{ll} f_1(x) = x - 1 & f_2(x) = -x - 1 \\ f_3(x) = 1,5x & f_4(x) = -2x \\ f_5(x) = -x + 1 & f_6(x) = 2x - 3 \\ f_7(x) = 2x + 1 \end{array}$$

Zu g_1 könnte passen: _____

Zu g_2 könnte passen: _____

Zu g_3 könnte passen: _____

Zu g_4 könnte passen: _____

Zu g_5 könnte passen: _____

Lösung:

Zu g_1 könnte passen: f_5

Zu g_2 könnte passen: f_2

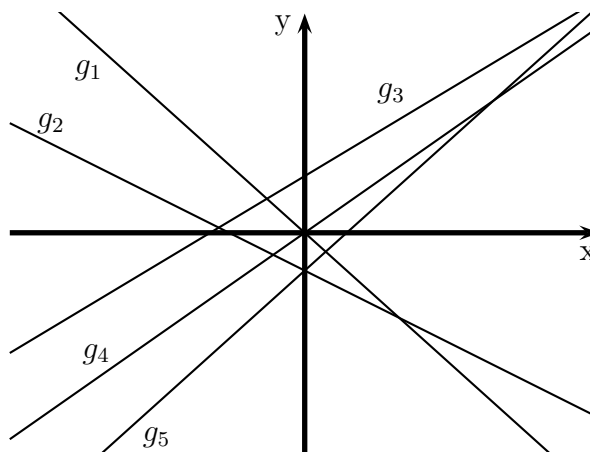
Zu g_3 könnte passen: f_1 oder f_6

Zu g_4 könnte passen: f_3

Zu g_5 könnte passen: f_1 oder f_6

0.5 LINFUNKT-01e

Nebestehend sind die Funktionsgraphen von fünf Linearen Funktionen dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Welche der nachfolgenden Funktionen können jeweils zu diesen Graphen passen? Tragen Sie bitte nur die Funktionsnamen **aller** möglichen Funktionen (wie z.B.: f_2 und f_5) ein. (Möglich: 0 bis 2 Funktionen) (je 4 P.)



$$\begin{array}{ll} f_1(x) = 0,5x + 1 & f_2(x) = -x + 1 \\ f_3(x) = -2x & f_4(x) = -2x + 2 \\ f_5(x) = -x - 2 & f_6(x) = 2x - 3 \\ f_7(x) = 2x + 1 \end{array}$$

Zu g_1 könnte passen: _____

Zu g_2 könnte passen: _____

Zu g_3 könnte passen: _____

Zu g_4 könnte passen: _____

Zu g_5 könnte passen: _____

Lösung:

Zu g_1 könnte passen: f_3

Zu g_2 könnte passen: f_5

Zu g_3 könnte passen: f_1 oder f_7

Zu g_4 könnte passen: keine

Zu g_5 könnte passen: f_6

0.6 LINFUNKT-02a

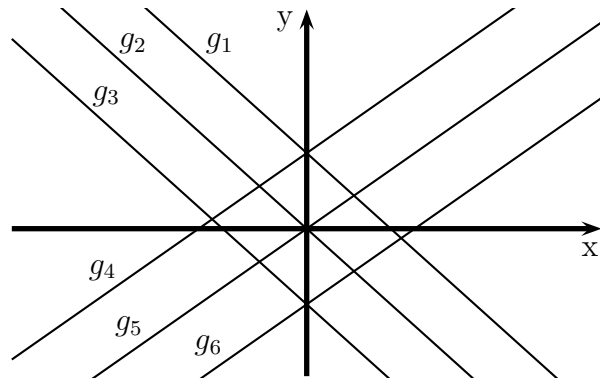
Nebenstehend sind die Funktionsgraphen von sechs Linearen Funktionen dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Geben Sie zu jeder der angegebenen Funktionsgleichungen an, welche Gerade dazu passen könnte und begründen Sie Ihre Antwort!

(je 5 P.)

$$f_1(x) = 1,5x + 2$$

$$f_2(x) = -1,5x + 2$$

$$f_3(x) = 1,5x$$



Zu f_1 passt die Gerade _____. Begründung:

Zu f_2 passt die Gerade _____. Begründung:

Zu f_3 passt die Gerade _____. Begründung:

Lösung:

Zu f_1 passt die Gerade g_4 . Begründung:

Sowohl die Steigung m , als auch der y -Achsenabschnitt b sind positiv.

Zu f_2 passt die Gerade g_1 . Begründung:

Die Steigung m ist negativ, der y -Achsenabschnitt b ist positiv.

Zu f_3 passt die Gerade g_5 . Begründung:

Die Steigung m ist positiv, der y -Achsenabschnitt beträgt $b = 0$.

0.7 LINFUNKT-02b

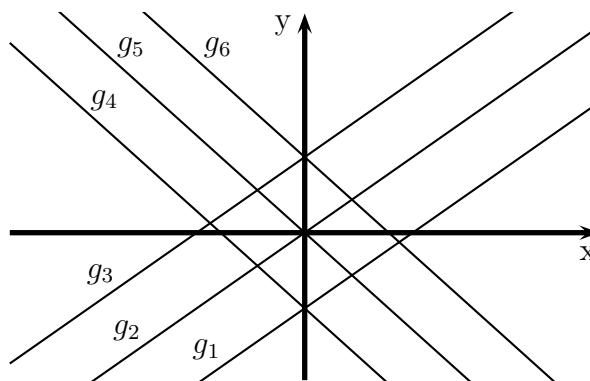
Nebenstehend sind die Funktionsgraphen von sechs Linearen Funktionen dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Geben Sie zu jeder der angegebenen Funktionsgleichungen an, welche Gerade dazu passen könnte und begründen Sie Ihre Antwort!

(je 5 P.)

$$f_1(x) = 1,5x + 2$$

$$f_2(x) = -1,5x + 2$$

$$f_3(x) = 1,5x$$



Zu f_1 passt die Gerade _____. Begründung:

Zu f_2 passt die Gerade _____. Begründung:

Zu f_3 passt die Gerade _____. Begründung:

Lösung:

Zu f_1 passt die Gerade g_3 . Begründung:

Sowohl die Steigung m , als auch der y -Achsenabschnitt b sind positiv.

Zu f_2 passt die Gerade g_6 . Begründung:

Die Steigung m ist negativ, der y -Achsenabschnitt b ist positiv.

Zu f_3 passt die Gerade g_2 . Begründung:

Die Steigung m ist positiv, der y -Achsenabschnitt b ist Null.

0.8 LINFUNKT-02c

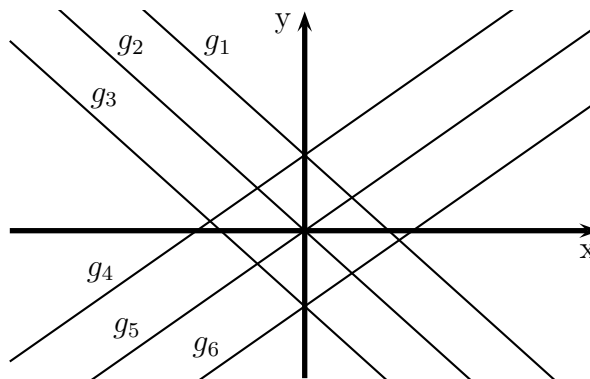
Nebenstehend sind die Funktionsgraphen von sechs Linearen Funktionen dargestellt. Eine Skalierung an den Achsen ist **nicht** bekannt. Geben Sie zu jeder der angegebenen Funktionsgleichungen an, welche Gerade dazu passen könnte und begründen Sie Ihre Antwort!

(je 5 P.)

$$f_1(x) = -1,5x$$

$$f_2(x) = 1,5x - 2$$

$$f_3(x) = -1,5x + 2$$



Zu f_1 passt die Gerade _____. Begründung:

Zu f_2 passt die Gerade _____. Begründung:

Zu f_3 passt die Gerade _____. Begründung:

Lösung:

Zu f_1 passt die Gerade g_2 . Begründung:

Die Steigung m ist negativ, der y -Achsenabschnitt b ist Null.

Zu f_2 passt die Gerade g_6 . Begründung:

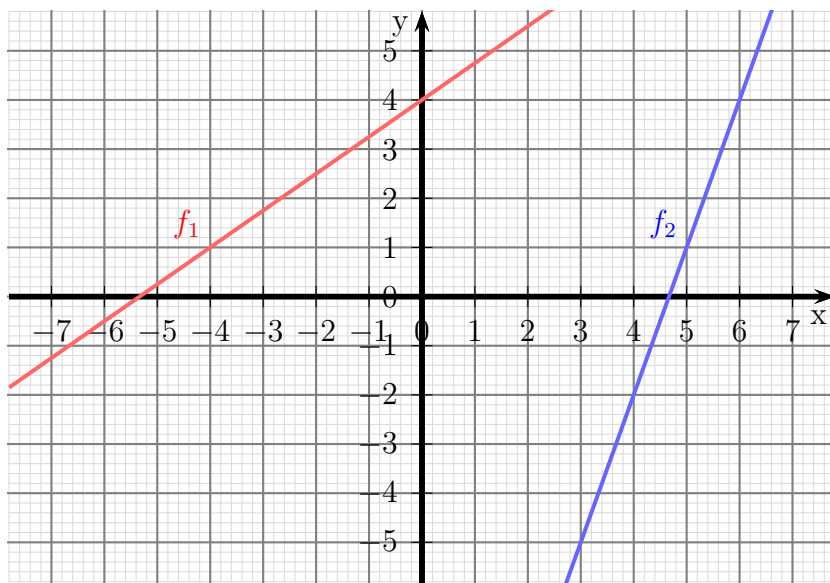
Die Steigung m ist positiv, der y -Achsenabschnitt b ist negativ.

Zu f_3 passt die Gerade g_1 . Begründung:

Die Steigung m ist negativ, der y -Achsenabschnitt b ist positiv.

0.9 LINFUNKT-03a

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt!



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = 4 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-4|1)$ und $P_2(0|4)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{4 - 1}{0 - (-4)} \\ m &= \frac{3}{4} \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{3}{4}x + 4 \quad (1)$

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(5|1)$ und $P_2(6|4)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{4 - 1}{6 - 5} \\
&= \frac{3}{1} \\
m &= 3 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(5|1)$.

$$\begin{aligned}
f(5) &= 1 \\
m \cdot 5 + b &= 1 \\
3 \cdot 5 + b &= 1 \\
15 + b &= 1 \quad | -15 \\
b &= -14 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = 3x - 14$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
\frac{3}{4}x_s + 4 &= 3x_s - 14 \quad | \cdot 4 \\
3x_s + 16 &= 12x_s - 56 \quad | -16 - 12x_s \\
-9x_s &= -72 \quad | : (-9) \\
x_s &= 8 \quad (3)
\end{aligned}$$

Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= \frac{3}{4}x_s + 4 \\
&= \frac{3}{4} \cdot 8 + 4 \\
&= 6 + 4 \\
y_s &= 10 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(8|10)$ (1)

0.10 LINFUNKT-03b

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebenstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt!

Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

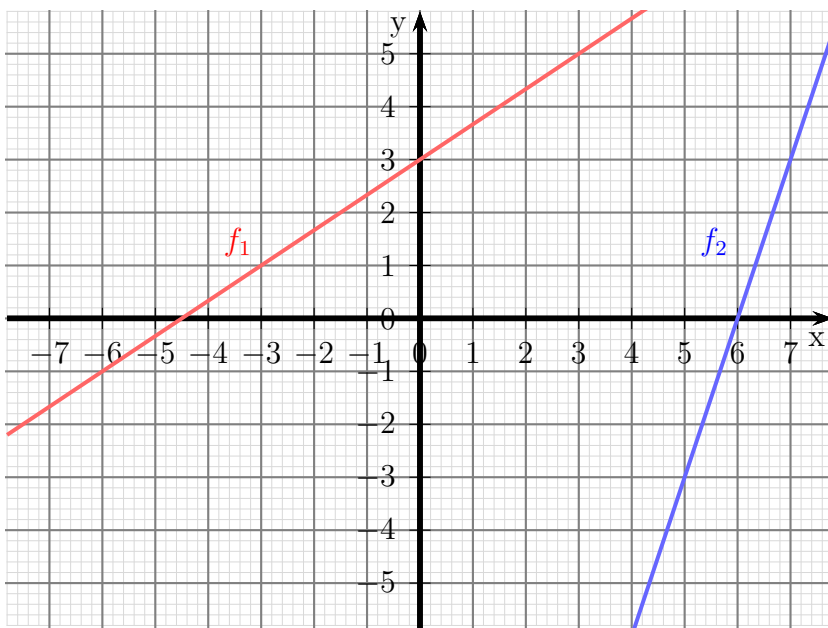
$$b = 3 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen: $P_1(-3|1)$ und $P_2(0|3)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{3 - 1}{0 - (-3)} \\ m &= \frac{2}{3} \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{2}{3}x + 3 \quad (1)$

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(5|-3)$ und $P_2(6|0)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:



$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{0 - (-3)}{6 - 5} \\
&= \frac{3}{1} \\
m &= 3 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(5|-3)$.

$$\begin{aligned}
f_2(5) &= -3 \\
m \cdot 5 + b &= -3 \\
3 \cdot 5 + b &= -3 \\
15 + b &= -3 \quad | -15 \\
b &= -18 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = 3x - 18$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
\frac{2}{3}x_s + 3 &= 3x_s - 18 \quad | \cdot 3 \\
2x_s + 9 &= 9x_s - 54 \quad | -9 - 9x_s \\
-7x_s &= -63 \quad | : (-7) \\
x_s &= 9 \quad (3)
\end{aligned}$$

Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= \frac{2}{3}x_s + 3 \\
&= \frac{2}{3} \cdot 9 + 3 \\
&= 6 + 3 \\
y_s &= 9 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(9|9)$ (1)

0.11 LINFUNKT-03c

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt!

Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

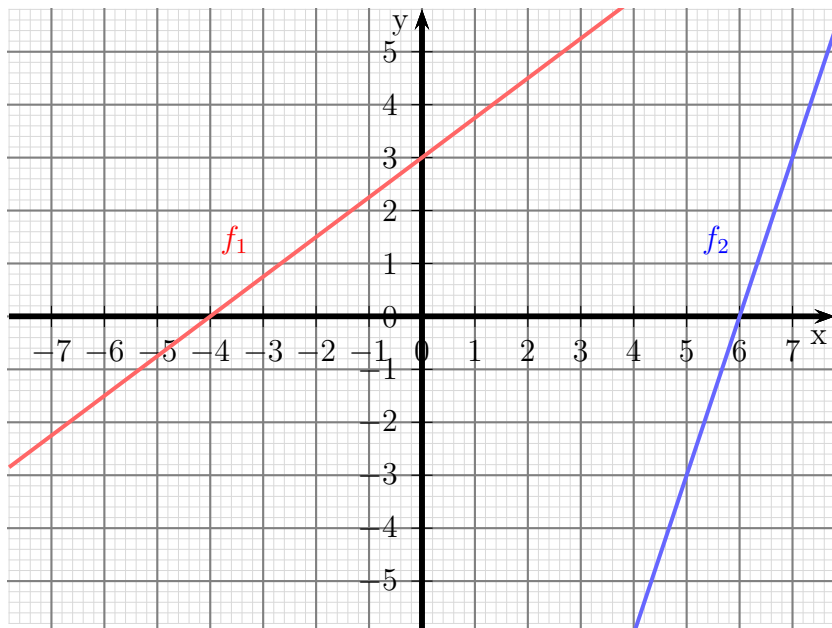
$$b = 3 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:
 $P_1(-4|0)$ und $P_2(0|3)$.
Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{3 - 0}{0 - (-4)} \\ m &= \frac{3}{4} \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{3}{4}x + 3$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(6|0)$ und $P_2(7|3)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:



$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{3 - 0}{7 - 6} \\
&= \frac{3}{1} \\
m &= 3 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(6|0)$.

$$\begin{aligned}
f_2(6) &= 0 \\
m \cdot 6 + b &= 0 \\
3 \cdot 6 + b &= 0 \\
18 + b &= 0 \quad | -18 \\
b &= -18 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = 3x - 18$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
\frac{3}{4}x_s + 3 &= 3x_s - 18 \quad | \cdot 4 \\
3x_s + 12 &= 12x_s - 72 \quad | -12 - 12x_s \\
-9x_s &= -84 \quad | : (-9) \\
x_s &= \frac{28}{3} \quad (3)
\end{aligned}$$

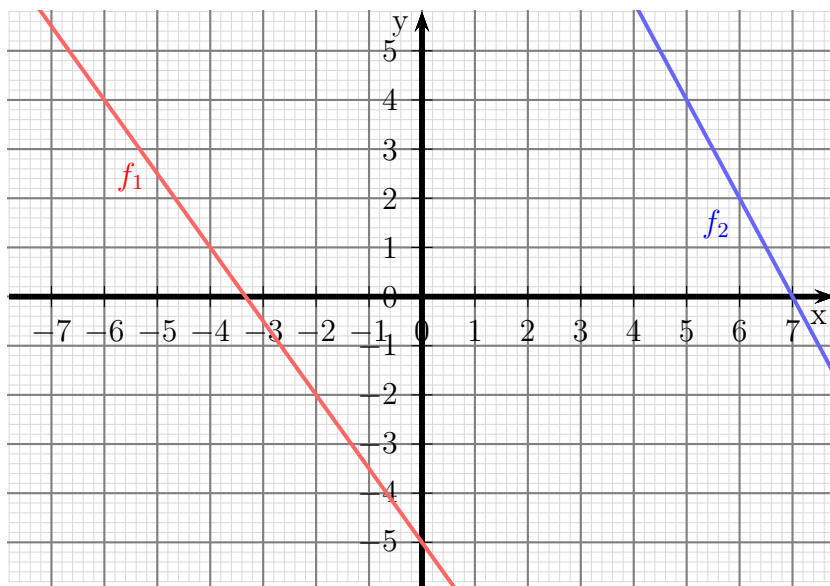
Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= \frac{3}{4}x_s + 3 \\
&= \frac{3}{4} \cdot \frac{28}{3} + 3 \\
&= 7 + 3 \\
y_s &= 10 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S\left(\frac{28}{3} \middle| 10\right)$ (1)

0.12 LINFUNKT-03d

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt!



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = -5 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-4|1)$ und $P_2(-2|-2)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-2 - 1}{-2 - (-4)} \\ m &= -\frac{3}{2} \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - 5$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(6|2)$ und $P_2(7|0)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{0 - 2}{7 - 6} \\
&= \frac{-2}{1} \\
m &= -2 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(6|2)$.

$$\begin{aligned}
f(6) &= 2 \\
m \cdot 6 + b &= 2 \\
-2 \cdot 6 + b &= 2 \\
-12 + b &= 2 \quad | + 12 \\
b &= 14 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = -2x + 14$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
-\frac{3}{2}x_s - 5 &= -2x_s + 14 \quad | \cdot 2 \\
-3x_s - 10 &= -4x_s + 28 \quad | + 10 + 4x_s \\
x_s &= 38 \quad (3)
\end{aligned}$$

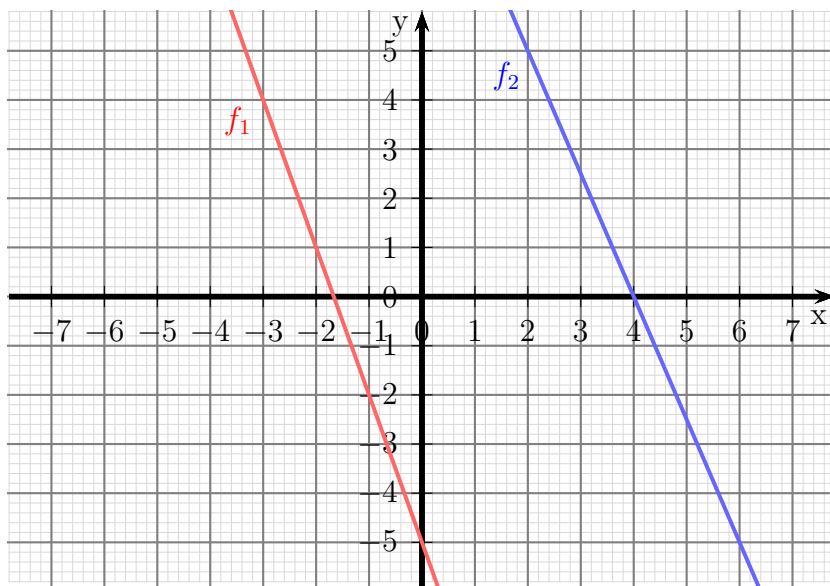
Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= -\frac{3}{2}x_s - 5 \\
&= -\frac{3}{2} \cdot 38 - 5 \\
y_s &= -62 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(38|-62)$ (1)

0.13 LINFUNKT-03e

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebenstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt!



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = -5 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-3|4)$ und $P_2(-2|1)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{1 - 4}{-2 - (-3)} \\ &= \frac{-3}{-1} \\ m &= 3 \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = 3x - 5$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(2|5)$ und $P_2(4|0)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{0 - 5}{4 - 2} \\
&= \frac{-5}{2} \\
m &= -2,5 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(2|5)$.

$$\begin{aligned}
f(2) &= 5 \\
m \cdot 6 + b &= 2 \\
-2,5 \cdot 2 + b &= 5 \\
-5 + b &= 5 \quad | + 5 \\
b &= 10 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = -2,5x + 10$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
-3x_s - 5 &= -2,5x_s + 10 \quad | + 2,5x_s + 5 \\
-0,5x_s &= 15 \quad | : (-0,5) \\
x_s &= -30 \quad (3)
\end{aligned}$$

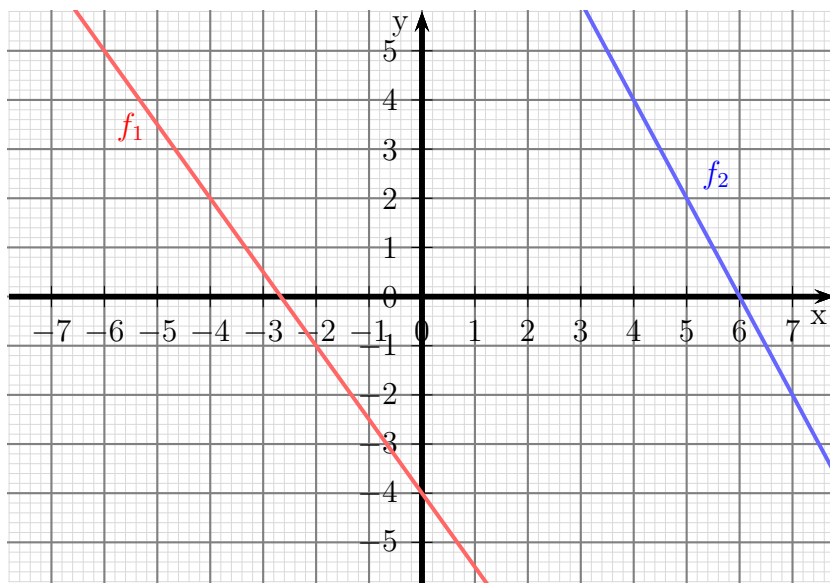
Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= -3x_s - 5 \\
&= -3 \cdot (-30) - 5 \\
y_s &= 85 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(-30|85)$ (1)

0.14 LINFUNKT-03f

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt S !



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = -4 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-4|2)$ und $P_2(-2|-1)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-1 - 2}{-2 - (-4)} \\ m &= -\frac{3}{2} \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - 4$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(5|2)$ und $P_2(6|0)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{0 - 2}{6 - 5} \\
&= \frac{-2}{1} \\
m &= -2 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(5|2)$.

$$\begin{aligned}
f(5) &= 2 \\
m \cdot 5 + b &= 2 \\
-2 \cdot 5 + b &= 2 \\
-10 + b &= 2 \quad | +10 \\
b &= 12 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = -2x + 12$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
-\frac{3}{2}x_s - 4 &= -2x_s + 12 \quad | \cdot 2 \\
-3x_s - 8 &= -4x_s + 24 \quad | +8 + 4x_s \\
x_s &= 32 \quad (3)
\end{aligned}$$

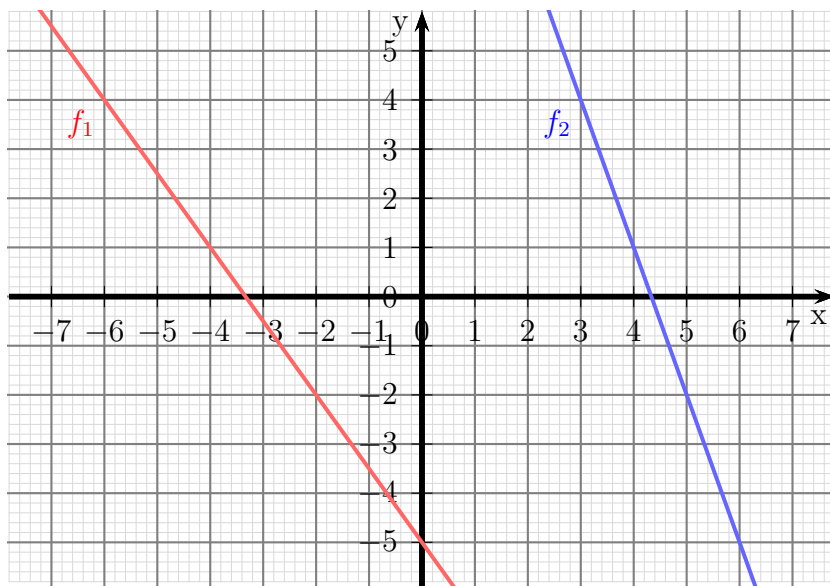
Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= -\frac{3}{2}x_s - 4 \\
&= -\frac{3}{2} \cdot 32 - 4 \\
y_s &= -52 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(32|-52)$ (1)

0.15 LINFUNKT-03g

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt S !



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = -5 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-6|4)$ und $P_2(-4|1)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{1 - 4}{-4 - (-6)} \\ m &= -\frac{3}{2} \quad (3) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - 5$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(3|4)$ und $P_2(4|1)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{1 - 4}{4 - 3} \\
&= \frac{-3}{1} \\
m &= -3 \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(3|4)$.

$$\begin{aligned}
f_2(3) &= 4 \\
m \cdot 3 + b &= 4 \\
-3 \cdot 3 + b &= 4 \\
-9 + b &= 4 \quad | +9 \\
b &= 13 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = -3x + 13$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
-\frac{3}{2}x_s - 5 &= -3x_s + 13 \quad | \cdot 2 \\
-3x_s - 10 &= -6x_s + 26 \quad | +10 + 6x_s \\
3x_s &= 36 \quad | : 3 \\
x_s &= 12 \quad (3)
\end{aligned}$$

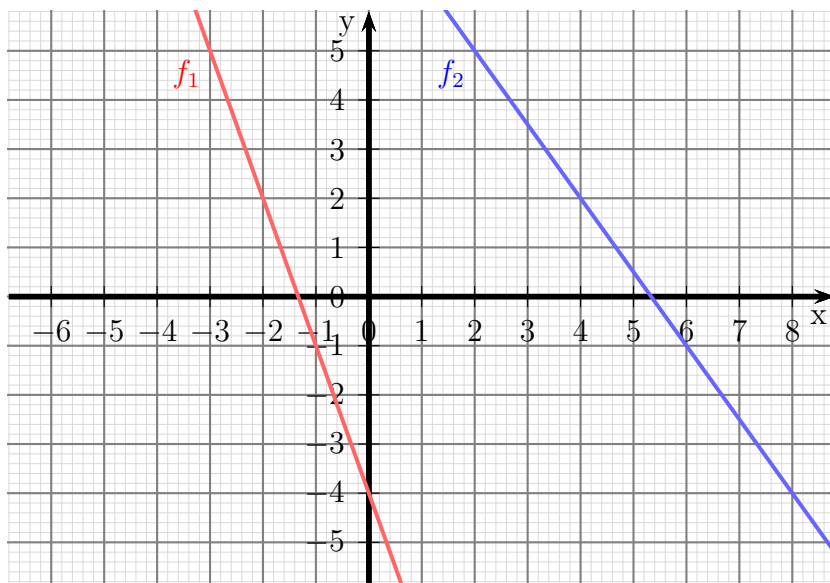
Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= -\frac{3}{2}x_s - 5 \\
&= -\frac{3}{2} \cdot 12 - 5 \\
y_s &= -23 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(12|-23)$ (1)

0.16 LINFUNKT-03h

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt S !



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = -4 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-2|2)$ und $P_2(-3|5)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5 - 2}{-3 - (-2)} \\ &= \frac{3}{-1} \\ m &= -3 \end{aligned} \quad (3)$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = -3x - 4$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(2|5)$ und $P_2(4|2)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{2 - 5}{4 - 2} \\
&= \frac{-3}{2} \\
m &= -\frac{3}{2} \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(2|5)$.

$$\begin{aligned}
f_2(2) &= 5 \\
m \cdot 2 + b &= 5 \\
-\frac{3}{2} \cdot 2 + b &= 5 \\
-3 + b &= 5 \quad | +3 \\
b &= 8 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = -\frac{3}{2}x + 8$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionssterme gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
-3x_s - 4 &= -\frac{3}{2}x_s + 8 \quad | \cdot 2 \\
-6x_s - 8 &= -3x_s + 16 \quad | +8 + 3x_s \\
-3x_s &= 24 \quad | : (-3) \\
x_s &= -8 \quad (3)
\end{aligned}$$

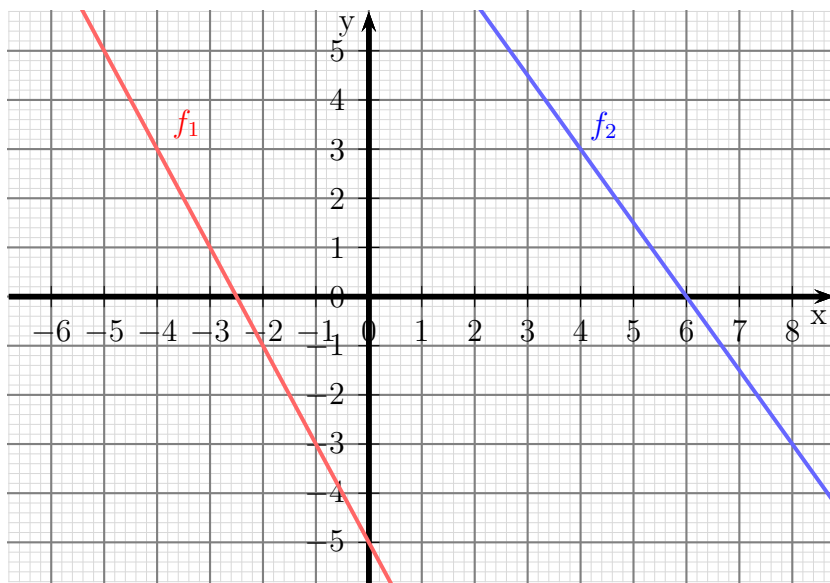
Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= -3x_s - 4 \\
&= -3 \cdot (-8) - 4 \\
y_s &= 20 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(-8|20)$ (1)

0.17 LINFUNKT-03i

Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zu nebeneinanderstehenden Geraden und **berechnen** Sie ihren Schnittpunkt S !



Lösung:

Erste Funktion: Direkt ablesen kann man den y -Achsenabschnitt, der ja den Parameter b darstellt:

$$b = -4 \quad (2)$$

Aus dem Graphen wird beispielsweise abgelesen:

$P_1(-2|2)$ und $P_2(-3|5)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{5 - 2}{-3 - (-2)} \\ &= \frac{3}{-1} \\ m &= -3 \end{aligned} \quad (3)$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = -3x - 4$ (1)

Zweite Funktion: Direkt abgelesen werden kann kein y -Achsenabschnitt, er liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Aber zwei Punkte können aus dem Graphen abgelesen werden, beispielsweise: $P_1(2|5)$ und $P_2(4|2)$. Damit kann die Steigung m bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\
&= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
&= \frac{2 - 5}{4 - 2} \\
&= \frac{-3}{2} \\
m &= -\frac{3}{2} \quad (3)
\end{aligned}$$

Ein beliebiger Punkt wird in die Funktionsgleichung eingesetzt, beispielsweise $P_1(2|5)$.

$$\begin{aligned}
f_2(2) &= 5 \\
m \cdot 2 + b &= 5 \\
-\frac{3}{2} \cdot 2 + b &= 5 \\
-3 + b &= 5 \quad | +3 \\
b &= 8 \quad (3)
\end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f_2(x) = -\frac{3}{2}x + 8$ (1)

Schnittpunktbestimmung: Zur Berechnung des Schnittpunktes werden die Funktionssterme gleichgesetzt.

$$\begin{aligned}
f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\
-3x_s - 4 &= -\frac{3}{2}x_s + 8 \quad | \cdot 2 \\
-6x_s - 8 &= -3x_s + 16 \quad | +8 + 3x_s \\
-3x_s &= 24 \quad | : (-3) \\
x_s &= -8 \quad (3)
\end{aligned}$$

Den y -Wert des Schnittpunktes erhält man, indem man den gefundenen Wert für x_s in eine der Funktionen einsetzt. Ich wähle dafür f_1 aus.

$$\begin{aligned}
y_s &= f_1(x_s) \\
&= -3x_s - 4 \\
&= -3 \cdot (-8) - 4 \\
y_s &= 20 \quad (3)
\end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(-8|20)$ (1)

0.18 LINFUNKT-04a

Der Funktionsgraph der Funktion $f(x)$ stellt eine Gerade durch die beiden Punkte $P_1(2|-3)$ und $P_2(5|6)$ dar. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung und berechnen Sie die Nullstelle x_0 der Funktion! (20 P.)

Lösung: Zuerst wird die Steigung m bestimmt.

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} & (2) \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{6 - (-3)}{5 - 2} & (2) \\ &= \frac{9}{3} \\ m &= 3 & (2) \end{aligned}$$

Damit lautet die vorläufige Funktionsgleichung:

$$f(x) = 3x + b \quad (1)$$

Um b zu berechnen setzt man die Koordinaten von P_1 oder P_2 für x und y in die Funktionsgleichung ein. Willkürlich wähle ich hier P_1 .

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 & (2) \\ 3x_1 + b &= y_1 \\ 3 \cdot 2 + b &= -3 & (2) \\ 6 + b &= -3 \quad | -6 \\ b &= -9 & (2) \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet also: $f(x) = 3x - 9$ (1)

Zur Nullstellenbestimmung wird der Funktionsterm gleich Null gesetzt.

$$\begin{aligned} f(x_0) &= 0 & (1) \\ 3x_0 - 9 &= 0 \quad | +9 & (1) \\ 3x_0 &= 9 \quad | :3 & (2) \\ x_0 &= 3 & (2) \end{aligned}$$

Ergebnis: $x_0 = 3$

0.19 LINFUNKT-04b

Gegeben sind die Punkte $P_1(5|6)$ und $P_2(9|-10)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f , deren Funktionsgraph durch diese beiden Punkte verläuft. Berechnen Sie auch die Nullstelle x_0 dieser Funktion! (20 P.)

Lösung:

Bestimmung der Funktionsgleichung:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1) \\ &= \frac{-10 - 6}{9 - 5} \quad (2) \\ &= \frac{-16}{4} \\ m &= -4 \quad (2) \end{aligned}$$

Vorläufige Funktionsgleichung:

$$f(x) = -4x + b \quad (2)$$

Koordinaten von $P_1(5|6)$ einsetzen:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 \quad (2) \\ -4x_1 + b &= y_1 \\ -4 \cdot 5 + b &= 6 \quad (2) \\ -20 + b &= 6 \quad | + 20 \\ b &= 26 \quad (2) \end{aligned}$$

Funktionsgleichung: $f(x) = -4x + 26$ (1)

Nullstellenberechnung:

$$\begin{aligned} f(x_0) &= 0 \\ -4x_0 + 26 &= 0 \quad | - 26 \quad (2) \\ -4x_0 &= -26 \quad | : (-4) \quad (2) \\ x_0 &= 6,5 \quad (2) \end{aligned}$$

Nullstelle: $x_0 = 6,5$

0.20 LINFUNKT-04c

Gegeben sind die Punkte $P_1(3|12)$ und $P_2(8|-13)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f , deren Funktionsgraph durch diese beiden Punkte verläuft. Berechnen Sie auch die Nullstelle x_0 dieser Funktion! (20 P.)

Lösung:

Bestimmung der Funktionsgleichung:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & (1) \\ &= \frac{-13 - 12}{8 - 3} & (2) \\ &= \frac{-25}{5} \\ m &= -5 & (2) \end{aligned}$$

Vorläufige Funktionsgleichung:

$$f(x) = -5x + b \quad (2)$$

Koordinaten von $P_1(3|12)$ einsetzen:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 & (2) \\ -5x_1 + b &= y_1 \\ -5 \cdot 3 + b &= 12 & (2) \\ -15 + b &= 12 \quad | +15 \\ b &= 27 & (2) \end{aligned}$$

Funktionsgleichung: $f(x) = -5x + 27$ (1)

Nullstellenberechnung:

$$\begin{aligned} f(x_0) &= 0 \\ -5x_0 + 27 &= 0 \quad | -27 & (2) \\ -5x_0 &= -27 \quad | :(-5) & (2) \\ x_0 &= 5,4 & (2) \end{aligned}$$

Nullstelle: $x_0 = 5,4$

0.21 LINFUNKT-04d

Gegeben sind die Punkte $P_1(-1|18)$ und $P_2(4|-22)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f , deren Funktionsgraph durch diese beiden Punkte verläuft. Berechnen Sie auch die Nullstelle x_0 dieser Funktion! (20 P.)

Lösung:

Bestimmung der Funktionsgleichung:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & (1) \\ &= \frac{-22 - 18}{4 - (-1)} & (2) \\ &= \frac{-40}{5} \\ m &= -8 & (2) \end{aligned}$$

Vorläufige Funktionsgleichung:

$$f(x) = -8x + b \quad (2)$$

Koordinaten von $P_1(-1|17)$ einsetzen:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 & (2) \\ -8x_1 + b &= y_1 \\ -8 \cdot (-1) + b &= 18 & (2) \\ 8 + b &= 18 \quad | -8 \\ b &= 10 & (2) \end{aligned}$$

Funktionsgleichung: $f(x) = -8x + 10$ (1)

Nullstellenberechnung:

$$\begin{aligned} f(x_0) &= 0 \\ -8x_0 + 10 &= 0 \quad | -10 & (2) \\ -8x_0 &= -10 \quad | :(-8) & (2) \\ x_0 &= 1,25 & (2) \end{aligned}$$

Nullstelle: $x_0 = 1,25$

0.22 LINFUNKT-04e

Gegeben sind die Punkte $P_1(-3|12)$ und $P_2(1|-20)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f , deren Funktionsgraph durch diese beiden Punkte verläuft. Berechnen Sie auch die Nullstelle x_0 dieser Funktion! (20 P.)

Lösung:

Bestimmung der Funktionsgleichung:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & (1) \\ &= \frac{-20 - 12}{3 - (-1)} & (2) \\ &= \frac{-32}{4} \\ m &= -8 & (2) \end{aligned}$$

Vorläufige Funktionsgleichung:

$$f(x) = -8x + b \quad (2)$$

Koordinaten von $P_1(-3|12)$ einsetzen:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 & (2) \\ -8x_1 + b &= y_1 \\ -8 \cdot (-3) + b &= 12 & (2) \\ 24 + b &= 12 & | -24 \\ b &= -12 & (2) \end{aligned}$$

Funktionsgleichung: $f(x) = -8x - 12$ (1)

Nullstellenberechnung:

$$\begin{aligned} f(x_0) &= 0 \\ -8x_0 - 12 &= 0 & | +12 & (2) \\ -8x_0 &= 12 & | :(-8) & (2) \\ x_0 &= -1,5 & (2) \end{aligned}$$

Nullstelle: $x_0 = -1,5$

0.23 LINFUNKT-04f

Gegeben sind die Punkte $P_1(-6|-2)$ und $P_2(3|4)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f , deren Funktionsgraph durch diese beiden Punkte verläuft. Berechnen Sie auch die Nullstelle x_0 dieser Funktion! (20 P.)

Lösung:

Bestimmung der Funktionsgleichung:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (1) \\ &= \frac{4 - (-2)}{3 - (-6)} \quad (2) \\ &= \frac{6}{9} \\ m &= \frac{2}{3} \quad (2) \end{aligned}$$

Vorläufige Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x + b \quad (2)$$

Koordinaten von $P_1(-6|-2)$ einsetzen:

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 \quad (2) \\ \frac{2}{3}x_1 + b &= y_1 \\ \frac{2}{3} \cdot (-6) + b &= -2 \quad (2) \\ -4 + b &= -2 \quad | +4 \\ b &= 2 \quad (2) \end{aligned}$$

Funktionsgleichung: $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ (1)

Nullstellenberechnung:

$$\begin{aligned} f(x_0) &= 0 \\ \frac{2}{3}x_0 + 2 &= 0 \quad | \cdot 3 \quad (2) \\ 2x_0 + 6 &= 0 \quad | -6 \quad (1) \\ 2x_0 &= -6 \quad | : 2 \quad (1) \\ x_0 &= -3 \quad (2) \end{aligned}$$

Nullstelle: $x_0 = -3$

0.24 LINFUNKT-05a

Bestimmen Sie die Lineare Funktion $f(x)$, die eine Gerade durch die Punkte $P_1(-5|4)$ und $P_2(3|-8)$ darstellt! Berechnen Sie auch die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$!

Lösung:

Funktionsgleichung: Normalform der Funktionsgleichung:

$$f(x) = mx + b \quad (1)$$

Ich bestimme m über die Steigungsformel.

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-8 - 4}{3 - (-5)} \\ &= \frac{-12}{8} \\ m &= -\frac{3}{2} \quad (5) \end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + b \quad (2)$$

Die Koordinaten des Punktes P_1 werden in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f(-5) &= 4 \\ -\frac{3}{2} \cdot (-5) + b &= 4 \\ \frac{15}{2} + b &= 4 \quad | -\frac{15}{2} \\ b &= 4 - \frac{15}{2} \\ &= \frac{8}{2} - \frac{15}{2} \\ b &= -\frac{7}{2} \quad (5) \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet:

$$f(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \quad (1)$$

Umkehrfunktion: Zur Bestimmung der Umkehrfunktion tauschen x und y ihre „Rollen“:

$$\begin{aligned}x &= -\frac{3}{2}y - \frac{7}{2} \quad | \cdot 2 \\2x &= -3y - 7 \quad | -2x + 3y \\3y &= -2x - 7 \quad | : 3 \\y &= -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3} \quad (5)\end{aligned}$$

Die Umkehrfunktion lautet also: $f^{-1}(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$ (1)

0.25 LINFUNKT-05b

Bestimmen Sie die Lineare Funktion $f(x)$, die eine Gerade durch die Punkte $P_1(-3|5)$ und $P_2(5|-7)$ darstellt! Berechnen Sie auch die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$!

Lösung:

Funktionsgleichung: Normalform der Funktionsgleichung:

$$f(x) = mx + b \quad (1)$$

Ich bestimme m über die Steigungsformel.

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-7 - 5}{5 - (-3)} \\ &= \frac{-12}{8} \\ m &= -\frac{3}{2} \quad (5) \end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + b \quad (2)$$

Die Koordinaten des Punktes P_1 werden in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f(-3) &= 5 \\ -\frac{3}{2} \cdot (-3) + b &= 5 \\ \frac{9}{2} + b &= 5 \quad | -\frac{9}{2} \\ b &= 5 - \frac{9}{2} \\ &= \frac{10}{2} - \frac{9}{2} \\ b &= \frac{1}{2} \quad (5) \end{aligned}$$

Die Funktionsgleichung lautet: $f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \quad (1)$

Umkehrfunktion: Zur Bestimmung der Umkehrfunktion tauschen x und y ihre „Rollen“:

$$\begin{aligned}x &= -\frac{3}{2}y + \frac{1}{2} & | \cdot 2 \\2x &= -3y + 1 & | -2x + 3y \\3y &= -2x + 1 & | : 3 \\y &= -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} & (5)\end{aligned}$$

Die Umkehrfunktion lautet also: $f^{-1}(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ (1)

0.26 LINFUNKT-06a

Die Gerade der Linearen Funktion f_1 schneidet die x -Achse bei $x_0 = 6$ und die y -Achse bei $y_0 = -3$. Die Gerade der Funktion f_2 verläuft durch die Punkte $P_1(-2|2)$ und $P_2(3|1)$. Stellen Sie die Geradengleichungen auf und berechnen Sie den Schnittpunkt S der beiden Geraden!

Lösung: Die Funktion f_1 hat die allgemeine Form:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$$

$y_0 = -3$ bedeutet sofort $b_1 = -3$, denn b stellt immer den y -Achsenabschnitt dar. Damit lautet die Funktion:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x - 3 \quad (1)$$

Setze ich für x den Wert x_0 ein, dann erhalte ich 0, weil bei $x = x_0$ eine **Nullstelle** liegt.

$$f_1(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot x_0 - 3 = 0$$

Daraus kann m_1 berechnet werden:

$$\begin{array}{rclcl} m_1 \cdot x_0 - 3 & = & 0 & & \\ m_1 \cdot 6 - 3 & = & 0 & | + 3 & \\ 6m_1 & = & 3 & | : 6 & \\ m_1 & = & \frac{1}{2} & & (2) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3 \quad (1)$

Die Funktion f_2 hat die allgemeine Form:

$$f_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$$

Die Steigung m_2 kann mit Hilfe der Steigungsformel sofort aus den Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 berechnet werden.

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 2}{3 - (-2)} = \frac{-1}{5} = -\frac{1}{5} \quad (2)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f_2(x) = -\frac{1}{5}x + b_2 \quad (1)$$

Zur Bestimmung von b_2 werden die Koordinaten des Punktes P_1 oder P_2 in diese Funktionsgleichung eingesetzt. Ich verwende den Punkt P_1 .

$$\begin{aligned} f_2(x_1) &= y_1 \\ -\frac{1}{5} \cdot (-2) + b_2 &= 2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + b_2 &= 2 & | \cdot 5 \\ 2 + 5b_2 &= 10 & | - 2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 5b_2 &= 8 & | : 5 \\ b_2 &= \frac{8}{5} \end{aligned} \quad (2)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_2(x) = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ (1)

Zur Bestimmung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ \frac{1}{2}x_s - 3 &= -\frac{1}{5}x_s + \frac{8}{5} & | \cdot 10 & (1) \\ 5x_s - 30 &= -2x_s + 16 & | + 30 + 2x_s & (2) \\ 7x_s &= 46 & | : 7 \\ x_s &= \frac{46}{7} \approx 6,5714 & (2) \end{aligned}$$

Der zugehörige y -Wert wird durch Einsetzen in eine der beiden Funktionsgleichungen ermittelt. Ich suche mir dafür f_1 aus.

$$y_s = f_1(x_s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{46}{7} - 3 = \frac{46}{14} - \frac{42}{14} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} \approx 0,2857 \quad (2)$$

Der Schnittpunkt lautet also: $S\left(\frac{46}{7} \middle| \frac{2}{7}\right)$ (1)

0.27 LINFUNKT-06b

Die Gerade der Linearen Funktion f_1 schneidet die x -Achse bei $x_0 = 6$ und die y -Achse bei $y_0 = -3$. Die Gerade der Funktion f_2 verläuft durch die Punkte $P_1(-1|4)$ und $P_2(3|-4)$. Stellen Sie die beiden Geradengleichungen auf und berechnen Sie den Schnittpunkt S der beiden Geraden!

Lösung: Die Funktion f_1 hat die allgemeine Form:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$$

$y_0 = -3$ bedeutet sofort $b_1 = -3$, denn b stellt immer den y -Achsenabschnitt dar. Damit lautet die Funktion:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x - 3 \quad (1)$$

Setze ich für x den Wert x_0 ein, dann erhalte ich 0, weil bei $x = x_0$ eine **Nullstelle** liegt.

$$f_1(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot x_0 - 3 = 0$$

Daraus kann m_1 berechnet werden:

$$\begin{array}{rclcl} m_1 \cdot x_0 - 3 & = & 0 & & \\ m_1 \cdot 6 - 3 & = & 0 & | + 3 & \\ 6m_1 & = & 3 & | : 6 & \\ m_1 & = & \frac{1}{2} & & (2) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3 \quad (1)$

Die Funktion f_2 hat die allgemeine Form:

$$f_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$$

Die Steigung m_2 kann mit Hilfe der Steigungsformel sofort aus den Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 berechnet werden.

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 4}{3 - (-1)} = \frac{-8}{4} = -2 \quad (2)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f_2(x) = -2x + b_2 \quad (1)$$

Zur Bestimmung von b_2 werden die Koordinaten des Punktes P_1 oder P_2 in diese Funktionsgleichung eingesetzt. Ich verwende den Punkt P_1 .

$$\begin{array}{rclcl} f_2(x_1) & = & y_1 & & \\ -2 \cdot (-1) + b_2 & = & 4 & & (2) \\ 2 + b_2 & = & 4 & | - 2 & \\ b_2 & = & 2 & & (2) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_2(x) = -2x + 2$ (1)

Zur Bestimmung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ \frac{1}{2}x_s - 3 &= -2x_s + 2 \quad | \cdot 2 & (1) \\ x_s - 6 &= -4x_s + 4 \quad | + 6 + 4x_s & (2) \\ 5x_s &= 10 \quad | : 5 \\ x_s &= 2 & (2) \end{aligned}$$

Der zugehörige y -Wert wird durch Einsetzen in eine der beiden Funktionsgleichungen ermittelt. Ich suche mir dafür f_1 aus.

$$y_s = f_1(x_s) = \frac{1}{2} \cdot 2 - 3 = 1 - 3 = -2 \quad (2)$$

Der Schnittpunkt lautet also: $S(2|-2)$ (1)

0.28 LINFUNKT-06c

Die Gerade der Linearen Funktion f_1 schneidet die x -Achse bei $x_0 = -8$ und die y -Achse bei $y_0 = 4$. Die Gerade der Funktion f_2 verläuft durch die Punkte $P_1(-8|5)$ und $P_2(1|-13)$. Stellen Sie die beiden Geradengleichungen auf und berechnen Sie den Schnittpunkt S der beiden Geraden!

Lösung: Die Funktion f_1 hat die allgemeine Form:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$$

$y_0 = 4$ bedeutet sofort $b_1 = 4$, denn b stellt immer den y -Achsenabschnitt dar. Damit lautet die Funktion:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + 4 \quad (1)$$

Setze ich für x den Wert x_0 ein, dann erhalte ich 0, weil bei $x = x_0$ eine **Nullstelle** liegt.

$$f_1(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot x_0 + 4 = 0$$

Daraus kann m_1 berechnet werden:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot x_0 + 4 &= 0 \\ m_1 \cdot (-8) + 4 &= 0 & | -4 \\ -8m_1 &= -4 & | : (-8) \\ m_1 &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{1}{2}x + 4$ (1)

Die Funktion f_2 hat die allgemeine Form:

$$f_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$$

Die Steigung m_2 kann mit Hilfe der Steigungsformel sofort aus den Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 berechnet werden.

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-13 - 5}{1 - (-8)} = \frac{-18}{9} = -2 \quad (2)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f_2(x) = -2x + b_2 \quad (1)$$

Zur Bestimmung von b_2 werden die Koordinaten des Punktes P_1 oder P_2 in diese Funktionsgleichung eingesetzt. Ich verwende den Punkt P_1 .

$$\begin{aligned} f_2(x_1) &= y_1 \\ -2 \cdot (-8) + b_2 &= 5 & (2) \\ 16 + b_2 &= 5 & | -16 \\ b_2 &= -11 & (2) \end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_2(x) = -2x - 11$ (1)

Zur Bestimmung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ \frac{1}{2}x_s + 4 &= -2x_s - 11 \quad | \cdot 2 & (1) \\ x_s + 8 &= -4x_s - 22 \quad | -8 + 4x_s & (2) \\ 5x_s &= -30 \quad | : 5 \\ x_s &= -6 & (2) \end{aligned}$$

Der zugehörige y -Wert wird durch Einsetzen in eine der beiden Funktionsgleichungen ermittelt. Ich suche mir dafür f_1 aus.

$$y_s = f_1(x_s) = \frac{1}{2} \cdot (-6) + 4 = -3 + 4 = 1 \quad (2)$$

Der Schnittpunkt lautet also: $S(-6|1)$ (1)

0.29 LINFUNKT-06d

Die Gerade der Linearen Funktion f_1 schneidet die x -Achse bei $x_0 = -2$ und die y -Achse bei $y_0 = 3$. Die Gerade der Funktion f_2 verläuft durch die Punkte $P_1(1|-3)$ und $P_2(4|6)$. Stellen Sie die beiden Geradengleichungen auf und berechnen Sie den Schnittpunkt S der beiden Geraden!

Lösung: Die Funktion f_1 hat die allgemeine Form:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$$

$y_0 = 3$ bedeutet sofort $b_1 = 3$, denn b stellt immer den y -Achsenabschnitt dar. Damit lautet die Funktion:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + 3 \quad (1)$$

Setze ich für x den Wert x_0 ein, dann erhalte ich 0, weil bei $x = x_0$ eine **Nullstelle** liegt.

$$f_1(x_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad m_1 \cdot x_0 + 3 = 0$$

Daraus kann m_1 berechnet werden:

$$\begin{array}{rcll} m_1 \cdot x_0 + 3 & = & 0 & \\ m_1 \cdot (-2) + 3 & = & 0 & | -3 \\ -2m_1 & = & -3 & | : (-2) \\ m_1 & = & \frac{3}{2} & (2) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_1(x) = \frac{3}{2}x + 3$ (1)

Die Funktion f_2 hat die allgemeine Form:

$$f_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$$

Die Steigung m_2 kann mit Hilfe der Steigungsformel sofort aus den Koordinaten der Punkte P_1 und P_2 berechnet werden.

$$m_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-3)}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3 \quad (2)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f_2(x) = 3x + b_2 \quad (1)$$

Zur Bestimmung von b_2 werden die Koordinaten des Punktes P_1 oder P_2 in diese Funktionsgleichung eingesetzt. Ich verwende den Punkt P_1 .

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_1) & = & y_1 & \\ f_2(1) & = & -3 & \\ 3 \cdot 1 + b_2 & = & -3 & (2) \\ 3 + b_2 & = & -3 & | -3 \\ b_2 & = & -6 & (2) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_2(x) = 3x - 6$ (1)

Zur Bestimmung des Schnittpunktes werden die Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ \frac{3}{2}x_s + 3 &= 3x_s - 6 \quad | \cdot 2 & (1) \\ 3x_s + 6 &= 6x_s - 12 \quad | -6 - 6x_s & (2) \\ -3x_s &= -18 \quad | : (-3) \\ x_s &= 6 & (2) \end{aligned}$$

Der zugehörige y -Wert wird durch Einsetzen in eine der beiden Funktionsgleichungen ermittelt. Ich suche mir dafür f_2 aus.

$$y_s = f_2(6) = 3 \cdot 6 - 6 = 18 - 6 = 12 \quad (2)$$

Der Schnittpunkt lautet also: $S(6|12)$ (1)

0.30 LINFUNKT-07a

Gegeben sind zwei Geraden mit den Funktionsgleichungen $f_1(x) = -3x - 7$ und $f_2(x) = 4x + 28$. Die Gerade mit der unbekannten Linearen Funktion f_3 schneidet die y -Achse bei $y_0 = 23$ und verläuft durch den Schnittpunkt der Geraden der Funktionen f_1 und f_2 . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Linearen Funktion f_3 !

Lösung:

Schnittpunktbestimmung: Zur Schnittpunktbestimmung werden die beiden Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ -3x_s - 7 & = & 4x_s + 28 & | + 7 - 4x_s \\ -7x_s & = & 35 & | : (-7) \\ x_s & = & -5 & (5) \end{array}$$

Den y -Wert y_s des Schnittpunktes erhalten wir durch Einsetzen von x_s in eine der beiden Funktionsgleichungen. Ich setze x_s in f_1 ein.

$$\begin{array}{rcll} y_s & = & f_1(x_s) & \\ & = & -3x_s - 7 & \\ & = & -3 \cdot (-5) - 7 & \\ & = & 15 - 7 & \\ y_s & = & 8 & (4) \end{array}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(-5|8)$ (1)

Bestimmung der gesuchten Funktionsgleichung: Der y -Achsenabschnitt ist zugleich der Parameter b in der Normalform der Funktionsgleichung.

$$b = y_0 = 23 \quad (3)$$

Ich setze zur Bestimmung von m die Koordinaten des Schnittpunktes und des y -Achsenabschnitts in die Steigungsformel ein.

$$\begin{array}{rcll} m & = & \frac{\Delta y}{\Delta x} & \\ & = & \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & \\ & = & \frac{y_s - y_0}{x_s - 0} & \\ & = & \frac{8 - 23}{-5 - 0} & \\ & = & \frac{-15}{-5} & \\ m & = & 3 & (6) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_3(x) = 3x + 23$ (1)

0.31 LINFUNKT-07b

Gegeben sind zwei Geraden mit den Funktionsgleichungen $f_1(x) = -3x - 8$ und $f_2(x) = 3x + 22$. Die Gerade mit der unbekannten Linearen Funktion f_3 schneidet die y -Achse bei $y_0 = 27$ und verläuft durch den Schnittpunkt der Geraden der Funktionen f_1 und f_2 . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Linearen Funktion f_3 !

Lösung:

Schnittpunktbestimmung: Zur Schnittpunktbestimmung werden die beiden Funktionsgleichungen gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ -3x_s - 8 & = & 3x_s + 22 & | + 8 - 3x_s \\ -6x_s & = & 30 & | : (-6) \\ x_s & = & -5 & (5) \end{array}$$

Den y -Wert y_s des Schnittpunktes erhalten wir durch Einsetzen von x_s in eine der beiden Funktionsgleichungen. Ich setze x_s in f_1 ein.

$$\begin{array}{rcll} y_s & = & f_1(x_s) & \\ & = & -3x_s - 8 & \\ & = & -3 \cdot (-5) - 8 & \\ & = & 15 - 8 & \\ y_s & = & 7 & (4) \end{array}$$

Der Schnittpunkt lautet: $S(-5|7)$ (1)

Bestimmung der gesuchten Funktionsgleichung: Der y -Achsenabschnitt ist zugleich der Parameter b in der Normalform der Funktionsgleichung.

$$b = y_0 = 27 \quad (3)$$

Ich setze zur Bestimmung von m die Koordinaten des Schnittpunktes und des y -Achsenabschnitts in die Steigungsformel ein.

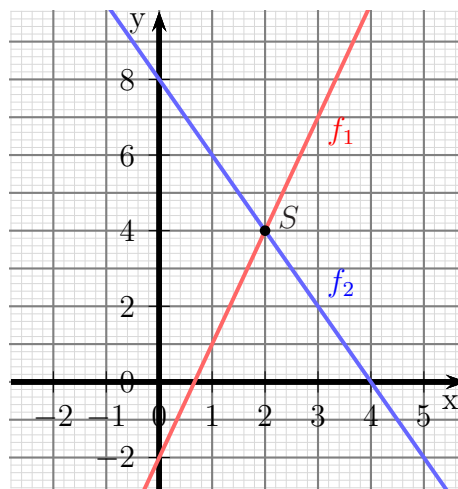
$$\begin{array}{rcll} m & = & \frac{\Delta y}{\Delta x} & \\ & = & \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & \\ & = & \frac{y_s - y_0}{x_s - 0} & \\ & = & \frac{7 - 27}{-5 - 0} & \\ & = & \frac{-20}{-5} & \\ m & = & 4 & (6) \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_3(x) = 4x + 27$ (1)

0.32 LINFUNKT-08a

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 3x - 2$ und $f_2(x) = -2x + 8$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Anmerkung: Die nebenstehend dargestellte Skizze dient nur der Verdeutlichung, Sie können daraus **keine** relevanten Werte entnehmen!



Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{aligned} f_1(x_{01}) &= 0 \\ 3x_{01} - 2 &= 0 & | +2 \\ 3x_{01} &= 2 & | :3 \\ x_{01} &= \frac{2}{3} & (5) \end{aligned}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = \frac{2}{3}$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{aligned} f_2(x_{02}) &= 0 \\ -2x_{02} + 8 &= 0 & | -8 \\ -2x_{02} &= -8 & | :(-2) \\ x_{02} &= 4 & (5) \end{aligned}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 4$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ 3x_s - 2 &= -2x_s + 8 & | +2x_s + 2 \\ 5x_s &= 10 & | :5 \\ x_s &= 2 & (5) \end{aligned}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

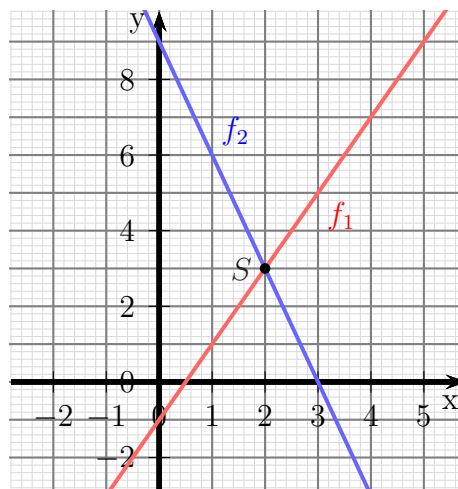
$$y_s = f_1(x_s) = 3x_s - 2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(2|4)$ (1)

0.33 LINFUNKT-08b

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 2x - 1$ und $f_2(x) = -3x + 9$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Anmerkung: Die nebenstehend dargestellte Skizze dient nur der Verdeutlichung, Sie können daraus **keine** relevanten Werte entnehmen!



Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{aligned} f_1(x_{01}) &= 0 \\ 2x_{01} - 1 &= 0 & | +1 \\ 2x_{01} &= 1 & | :2 \\ x_{01} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = \frac{1}{2}$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{aligned} f_2(x_{02}) &= 0 \\ -3x_{02} + 9 &= 0 & | -9 \\ -3x_{02} &= -9 & | :(-3) \\ x_{02} &= 3 \end{aligned} \quad (5)$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 3$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ 2x_s - 1 &= -3x_s + 9 & | +3x_s + 1 \\ 5x_s &= 10 & | :5 \\ x_s &= 2 \end{aligned} \quad (5)$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = 2x_s - 1 = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(2|3)$ (1)

0.34 LINFUNKT-09a

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 3x - 3$ und $f_2(x) = -2x + 12$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{01}) & = & 0 & \\ 3x_{01} - 3 & = & 0 & | + 3 \\ 3x_{01} & = & 3 & | : 3 \\ x_{01} & = & 1 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = 1$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_{02}) & = & 0 & \\ -2x_{02} + 12 & = & 0 & | - 12 \\ -2x_{02} & = & -12 & | : (-2) \\ x_{02} & = & 6 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 6$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 3x_s - 3 & = & -2x_s + 12 & | + 2x_s + 3 \\ 5x_s & = & 15 & | : 5 \\ x_s & = & 3 & (5) \end{array}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = 3x_s - 3 = 3 \cdot 3 - 3 = 6 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(3|6)$ (1)

0.35 LINFUNKT-09b

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 2x - 3$ und $f_2(x) = -3x + 12$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{01}) & = & 0 & \\ 2x_{01} - 3 & = & 0 & | + 3 \\ 2x_{01} & = & 3 & | : 2 \\ x_{01} & = & 1,5 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = 1,5$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_{02}) & = & 0 & \\ -3x_{02} + 12 & = & 0 & | - 12 \\ -3x_{02} & = & -12 & | : (-3) \\ x_{02} & = & 4 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 4$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 2x_s - 3 & = & -3x_s + 12 & | + 3x_s + 3 \\ 5x_s & = & 15 & | : 5 \\ x_s & = & 3 & (5) \end{array}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = 2x_s - 3 = 2 \cdot 3 - 3 = 3 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(3|3)$ (1)

0.36 LINFUNKT-09c

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 3x - 6$ und $f_2(x) = -2x + 9$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{01}) & = & 0 & \\ 3x_{01} - 6 & = & 0 & | + 6 \\ 3x_{01} & = & 6 & | : 3 \\ x_{01} & = & 2 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = 2$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_{02}) & = & 0 & \\ -2x_{02} + 9 & = & 0 & | - 9 \\ -2x_{02} & = & -9 & | : (-2) \\ x_{02} & = & 4,5 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 4,5$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 3x_s - 6 & = & -2x_s + 9 & | + 2x_s + 6 \\ 5x_s & = & 15 & | : 5 \\ x_s & = & 3 & (5) \end{array}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = 3x_s - 6 = 3 \cdot 3 - 6 = 3 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(3|3)$ (1)

0.37 LINFUNKT-09d

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 4x - 2$ und $f_2(x) = -3x + 12$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{01}) & = & 0 & \\ 4x_{01} - 2 & = & 0 & | + 2 \\ 4x_{01} & = & 2 & | : 4 \\ x_{01} & = & \frac{1}{2} & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = \frac{1}{2}$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_{02}) & = & 0 & \\ -3x_{02} + 12 & = & 0 & | - 12 \\ -3x_{02} & = & -12 & | : (-3) \\ x_{02} & = & 4 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 4$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 4x_s - 2 & = & -3x_s + 12 & | + 3x_s + 2 \\ 7x_s & = & 14 & | : 7 \\ x_s & = & 2 & (5) \end{array}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = 4x_s - 2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(2|6)$ (1)

0.38 LINFUNKT-09e

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = 3x - 9$ und $f_2(x) = 5x + 11$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen!

Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{01}) & = & 0 & \\ 3x_{01} - 9 & = & 0 & | + 9 \\ 3x_{01} & = & 9 & | : 3 \\ x_{01} & = & 3 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = 3$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_{02}) & = & 0 & \\ 5x_{02} + 11 & = & 0 & | - 11 \\ 5x_{02} & = & -11 & | : 5 \\ x_{02} & = & -2,2 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 2,2$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 3x_s - 9 & = & 5x_s + 11 & | - 5x_s + 9 \\ -2x_s & = & 20 & | : (-2) \\ x_s & = & -10 & (5) \end{array}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = 3x_s - 9 = 3 \cdot (-10) - 9 = -39 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(-10|-39)$ (1)

0.39 LINFUNKT-09f

Gegeben sind zwei Funktionen mit $f_1(x) = -2x + 4$ und $f_2(x) = 3x - 15$. Berechnen Sie die Nullstellen x_{01} und x_{02} beider Funktionen sowie den Schnittpunkt S der beiden Funktionsgraphen! (20 P.)

Lösung:

Nullstelle von f_1 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{01}) & = & 0 & \\ -2x_{01} + 4 & = & 0 & | -4 \\ -2x_{01} & = & -4 & | : (-2) \\ x_{01} & = & 2 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_1 : $x_{01} = 2$

Nullstelle von f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_{02}) & = & 0 & \\ 3x_{02} - 15 & = & 0 & | +15 \\ 3x_{02} & = & 15 & | : 3 \\ x_{02} & = & 5 & (5) \end{array}$$

Nullstelle von f_2 : $x_{02} = 5$

Schnittpunktbestimmung:

Der x-Wert des Schnittpunktes:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ -2x_s + 4 & = & 3x_s - 15 & | -3x_s - 4 \\ -5x_s & = & -19 & | : (-5) \\ x_s & = & 3,8 & (5) \end{array}$$

Der y-Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1(x_s) = -2x_s + 4 = -2 \cdot 3,8 + 4 = -3,6 \quad (4)$$

Ergebnis Schnittpunkt: $S(3,8|-3,6)$ (1)

0.40 LINFUNKT-10a

Die Geraden mit den Funktionsgleichungen $f_1(x) = x + 1$ und $f_2(x) = 3x - 1$ schneiden sich im Punkt P und die Geraden mit den Funktionsgleichungen $f_3(x) = x + 3$ und $f_4(x) = -2x + 12$ schneiden sich im Punkt Q .

Wie lautet die Funktionsgleichung der Geraden durch die Punkte P und Q ? (20 P.)

Lösung:

Zunächst wird der x -Wert des Schnittpunktes P von f_1 mit f_2 bestimmt.

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_p) & = & f_2(x_p) & \\ x_p + 1 & = & 3x_p - 1 & | -1 - 3x_p \\ -2x_p & = & -2 & | : (-2) \\ x_p & = & 1 & (4) \end{array}$$

Den zugehörigen y -Wert y_p erhalten wir durch Einsetzen des Wertes x_p in f_1 oder f_2 . Ich wähle hierfür f_1 aus.

$$y_p = f_1(x_p) = x_p + 1 = 1 + 1 = 2 \quad (2)$$

Damit erhalten wir den Punkt P : $P(1|2)$

Nach dem gleichen Muster wird nun der Punkt Q bestimmt.

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_q) & = & f_4(x_q) & \\ x_q + 3 & = & -2x_q + 12 & | -3 + 2x_q \\ 3x_q & = & 9 & | : 3 \\ x_q & = & 3 & (4) \end{array}$$

Den zugehörigen y -Wert y_q erhalten wir durch Einsetzen des Wertes x_q in f_3 oder f_4 . Ich wähle hierfür f_3 aus.

$$y_q = f_3(x_q) = x_q + 3 = 3 + 3 = 6 \quad (2)$$

Damit erhalten wir den Punkt Q : $Q(3|6)$

Mit diesen Punkten kann die gesuchte Funktion f_5 bestimmt werden. Sie hat die Normalform:

$$f_5(x) = m \cdot x + b$$

Beginnen wir mit der Steigung m .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_q - y_p}{x_q - x_p} = \frac{6 - 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2 \quad (3)$$

In die Normalform eingesetzt erhalten wir hiermit:

$$f_5(x) = 2 \cdot x + b \quad (1)$$

In diese Gleichung können die Koordinaten von P oder Q eingesetzt werden, um b zu bestimmen. Ich wähle dazu P aus.

$$\begin{array}{rcl} f_5(x_p) & = & y_p \\ 2 \cdot x_p + b & = & y_p \\ 2 \cdot 1 + b & = & 2 \quad | \quad -2 \\ b & = & 0 \end{array} \quad (3)$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet: $f_5(x) = 2 \cdot x$ (1)

0.41 LINFUNKT-10b

Gegeben sind die Funktionen:

$$f_1(x) = 3x - 2 \quad f_2(x) = 5x - 6 \quad f_3(x) = -2x + 12 \quad f_4(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

Gesucht ist die Funktion f_5 , deren Funktionsgraph durch den Schnittpunkt von f_1 mit f_2 und f_3 mit f_4 verläuft. (20 P.)

Lösung: Schnittpunkt f_1 mit f_2 :

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_{S1}) & = & f_2(x_{S1}) & \\ 3x_{S1} - 2 & = & 5x_{S1} - 6 & | + 2 - 5x_{S1} \\ -2x_{S1} & = & -4 & | : (-2) \\ x_{S1} & = & 2 & \end{array}$$

Der zugehörige y -Wert kann mit f_1 oder f_2 bestimmt werden.

$$y_{S1} = f_1(x_{S1}) = 3x_{S1} - 2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4$$

Damit lautet der Schnittpunkt f_1 mit f_2 : $S_1(2|4)$

Schnittpunkt f_3 mit f_4 :

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_{S2}) & = & f_4(x_{S2}) & \\ -2x_{S2} + 12 & = & \frac{1}{2}x_{S2} + 2 & | - 12 - \frac{1}{2}x_{S2} \\ -\frac{5}{2}x_{S2} & = & -10 & | \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \\ x_{S2} & = & 4 & \end{array}$$

Der zugehörige y -Wert kann mit f_3 oder f_4 bestimmt werden.

$$y_{S2} = f_3(x_{S2}) = -2x_{S2} + 12 = -2 \cdot 4 + 12 = 4$$

Damit lautet der Schnittpunkt f_3 mit f_4 : $S_2(4|4)$

Damit kann die Steigung der gesuchten Funktion f_5 bestimmt werden:

$$m_5 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 4}{4 - 2} = 0$$

Die gesuchte Funktion lautet damit:

$$f_5(x) = 0x + b \text{ oder einfacher: } f_5(x) = b$$

Um den Parameter b zu bestimmen werden die Koordinaten eines beliebigen Punktes in die Funktionsgleichung eingesetzt. Ich verwende die Koordinaten des Punktes S_1 .

$$\begin{aligned} f_5(2) &= 4 \\ 0 \cdot 2 + b &= 4 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

Damit lautet die gesuchte Funktion: $f_5(x) = 4$

0.42 LINFUNKT-11

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Linearen Funktion $f(x)$, deren Graph durch den Punkt $P(-5|2)$ und parallel zu der Geraden mit der Funktionsgleichung $f_1(x) = 3x - 4$ verläuft.

Lösung: Parallel bedeutet **gleiche Steigung**. Aus $f_1(x)$ kann also die Steigung für $f(x)$ entnommen werden. Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = 3x + b \quad (8)$$

Zur Bestimmung von b werden die Koordinaten des Punktes P in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f(x_p) &= y_p \\ 3x_p + b &= y_p \\ 3 \cdot (-5) + b &= 2 \\ -15 + b &= 2 \quad | + 15 \\ b &= 17 \quad (10) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f(x) = 3x + 17$ (2)

0.43 LINFUNKT-12a

Die Funktionsgraphen der Funktionen $f_1(x) = 0,5x + 13$ und $f_2(x) = 3,5x - 5$ schneiden sich im Punkt S . Bestimmen Sie die Lineare Funktion f_3 , deren Funktionsgraph ebenfalls durch S und **parallel** zum Funktionsgraph der Funktion $f_4(x) = 2x - 4$ verläuft.

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 0,5x_s + 13 & = & 3,5x_s - 5 & | - 3,5x_s - 13 \\ -3x_s & = & -18 & | : (-3) \\ x_s & = & 6 & (4) \end{array}$$

$$y_s = f_1(x_s) = 0,5x_s + 13 = 0,5 \cdot 6 + 13 = 16 \quad (4)$$

Schnittpunkt: $S(6|16)$ (1)

$$f_3(x) = m_3 \cdot x + b \quad (2)$$

$$m_3 = m_4 = 2 \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_s) & = & y_s & \\ m_3 \cdot x_s + b & = & y_s & \\ 2 \cdot 6 + b & = & 16 & \\ 12 + b & = & 16 & | - 12 \\ b & = & 4 & (4) \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_3(x) = 2x + 4$ (2)

0.44 LINFUNKT-12b

Die Funktionsgraphen der Funktionen $f_1(x) = 1,5x + 7$ und $f_2(x) = 5,5x - 9$ schneiden sich im Punkt S . Bestimmen Sie die Lineare Funktion f_3 , deren Funktionsgraph ebenfalls durch S und **parallel** zum Funktionsgraph der Funktion $f_4(x) = 3x - 8$ verläuft.

Lösung:

$$\begin{array}{rcl} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) \\ 1,5x_s + 7 & = & 5,5x_s - 9 \quad | - 5,5x_s - 7 \\ -4x_s & = & -16 \quad | : (-4) \\ x_s & = & 4 \quad (4) \end{array}$$

$$y_s = f_1(x_s) = 1,5x_s + 7 = 1,5 \cdot 4 + 7 = 13 \quad (4)$$

Schnittpunkt: $S(4|13)$

$$f_3(x) = m_3 \cdot x + b \quad (2)$$

$$m_3 = m_4 = 3 \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcl} f_3(x_s) & = & y_s \\ m_3 \cdot x_s + b & = & y_s \\ 3 \cdot 4 + b & = & 13 \\ 12 + b & = & 13 \quad | - 12 \\ b & = & 1 \quad (5) \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_3(x) = 3x + 1 \quad (2)$

0.45 LINFUNKT-12c

Die beiden Geraden mit den Funktionsgleichungen

$$f_1(x) = 2x - 5 \quad \text{und} \quad f_2(x) = -3x + 10$$

schneiden sich im Punkt P . Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden $f_3(x)$, die eine Parallele zu der Geraden mit der Funktionsgleichung

$$f_4(x) = \frac{1}{7}x + \frac{1}{5}$$

darstellt und durch P verläuft. (20 P.)

Lösung:

1. Schnittpunktbestimmung

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_P) & = & f_2(x_P) & \\ 2x_P - 5 & = & -3x_P + 10 & | +5 + 3x_P \\ 5x_P & = & 15 & | : 5 \\ x_P & = & 3 & (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} y_P & = & f_1(x_P) & \\ & = & 2x_P - 5 & \\ & = & 2 \cdot 3 - 5 & \\ y_P & = & 1 & (5) \end{array}$$

Schnittpunkt: $P(3|1)$

2. Funktionsgleichung ermitteln

$$f_3(x) = mx + b \quad (1)$$

Aus f_4 übernommen: $m = \frac{1}{7}$ (3)

$$f_3(x) = \frac{1}{7}x + b \quad (1)$$

Koordinaten von P einsetzen:

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_P) & = & y_P & \\ f_3(3) & = & 1 & \\ \frac{1}{7} \cdot 3 + b & = & 1 & \\ \frac{3}{7} + b & = & \frac{7}{7} & | - \frac{3}{7} \\ b & = & \frac{4}{7} & (4) \end{array}$$

Ergebnis: $f_3(x) = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$ (1)

0.46 LINFUNKT-13a

Gegeben sind die beiden Funktionen f_1 und f_2 mit den Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = 5x + 7 \quad \text{und} \quad f_2(x) = 4x - 5$$

Gesucht ist die Funktion f_3 , deren Funktionsgraph den Funktionsgraph von f_1 bei $x_S = -4$ **schneidet** und **parallel** zum Funktionsgraph von f_2 verläuft! (20 P.)

Lösung: **Parallel** bedeutet **gleiche Steigung**. Die gesuchte Funktion f_3 hat also die gleiche Steigung wie f_2 . Aus der Funktionsgleichung von f_2 kann man ablesen:

$$m = 4 \quad (4)$$

Damit lautet die vorläufige Funktionsgleichung:

$$f_3(x) = 4x + b \quad (4)$$

Als nächstes muss der y -Wert des Schnittpunktes y_S bestimmt werden.

$$y_S = f_1(x_S) \quad (2)$$

$$= 5x_S + 7$$

$$= 5 \cdot (-4) + 7$$

$$y_S = -13 \quad (3)$$

Der Schnittpunkt lautet somit: $S(-4|-13)$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Schnittpunktes in die vorläufige Funktionsgleichung eingesetzt.

$$f_3(x_S) = y_S \quad (2)$$

$$4x_S + b = y_S$$

$$4 \cdot (-4) + b = -13 \quad (2)$$

$$-16 + b = -13 \quad | +16$$

$$b = 3 \quad (2)$$

Ergebnis: $f_3(x) = 4x + 3$ (1)

0.47 LINFUNKT-13b

Gegeben sind die beiden Funktionen f_1 und f_2 mit den Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = 6x - 4 \quad \text{und} \quad f_2(x) = 3x + 8$$

Gesucht ist die Funktion f_3 , deren Funktionsgraph den Funktionsgraph von f_2 bei $x_S = -3$ **schneidet** und **parallel** zum Funktionsgraph von f_1 verläuft! (20 P.)

Lösung: **Parallel** bedeutet **gleiche Steigung**. Die gesuchte Funktion f_3 hat also die gleiche Steigung wie f_1 . Aus der Funktionsgleichung von f_1 kann man ablesen:

$$m = 6 \quad (4)$$

Damit lautet die vorläufige Funktionsgleichung:

$$f_3(x) = 6x + b \quad (4)$$

Als nächstes muss der y -Wert des Schnittpunktes y_S bestimmt werden.

$$y_S = f_2(x_S) \quad (2)$$

$$= 3x_S + 8$$

$$= 3 \cdot (-3) + 8$$

$$y_S = -1 \quad (3)$$

Der Schnittpunkt lautet somit: $S(-3|-1)$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Schnittpunktes in die vorläufige Funktionsgleichung eingesetzt.

$$f_3(x_S) = y_S \quad (2)$$

$$6x_S + b = y_S$$

$$6 \cdot (-3) + b = -1 \quad (2)$$

$$-18 + b = -1 \quad | +18$$

$$b = 17 \quad (2)$$

Ergebnis: $f_3(x) = 3x + 17$ (1)

0.48 LINFUNKT-13c

Gegeben sind die beiden Funktionen f_1 und f_2 mit den Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = -3x + 4 \quad \text{und} \quad f_2(x) = 2x - 6$$

Gesucht ist die Funktion f_3 , deren Funktionsgraph den Funktionsgraph von f_2 bei $x_S = 2$ **schneidet** und **parallel** zum Funktionsgraph von f_1 verläuft! (20 P.)

Lösung: Parallel bedeutet **gleiche Steigung**. Die gesuchte Funktion f_3 hat also die gleiche Steigung wie f_1 . Aus der Funktionsgleichung von f_1 kann man ablesen:

$$m = -3 \quad (4)$$

Damit lautet die vorläufige Funktionsgleichung:

$$f_3(x) = -3x + b \quad (4)$$

Als nächstes muss der y -Wert des Schnittpunktes y_S bestimmt werden.

$$y_S = f_2(x_S) \quad (2)$$

$$= 2x_S - 6$$

$$= 2 \cdot 2 - 6$$

$$y_S = -2 \quad (3)$$

Der Schnittpunkt lautet somit: $S(2|-2)$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Schnittpunktes in die vorläufige Funktionsgleichung eingesetzt.

$$f_3(x_S) = y_S \quad (2)$$

$$-3x_S + b = y_S$$

$$-3 \cdot 2 + b = -2 \quad (2)$$

$$-6 + b = -2 \quad | +6$$

$$b = 4 \quad (2)$$

Ergebnis: $f_3(x) = -3x + 4$ (1)

0.49 LINFUNKT-13d

Gegeben sind die beiden Funktionen f_1 und f_2 mit den Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = 3x - 8 \quad \text{und} \quad f_2(x) = -2x + 5$$

Gesucht ist die Funktion f_3 , deren Funktionsgraph den Funktionsgraph von f_1 bei $x_S = 3$ **schneidet** und **parallel** zum Funktionsgraph von f_2 verläuft! (20 P.)

Lösung: **Parallel** bedeutet **gleiche Steigung**. Die gesuchte Funktion f_3 hat also die gleiche Steigung wie f_2 . Aus der Funktionsgleichung von f_2 kann man ablesen:

$$m = -2 \quad (4)$$

Damit lautet die vorläufige Funktionsgleichung:

$$f_3(x) = -2x + b \quad (4)$$

Als nächstes muss der y -Wert des Schnittpunktes y_S bestimmt werden.

$$y_S = f_1(x_S) \quad (2)$$

$$= 3x_S - 8$$

$$= 3 \cdot 3 - 8$$

$$y_S = 1 \quad (3)$$

Der Schnittpunkt lautet somit: $S(3|1)$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Schnittpunktes in die vorläufige Funktionsgleichung eingesetzt.

$$f_3(x_S) = y_S \quad (2)$$

$$-2x_S + b = y_S$$

$$-2 \cdot 3 + b = 1 \quad (2)$$

$$-6 + b = 1 \quad | +6$$

$$b = 7 \quad (2)$$

Ergebnis: $f_3(x) = -2x + 7$ (1)

0.50 LINFUNKT-13e

Gegeben sind die beiden Funktionen f_1 und f_2 mit den Funktionsgleichungen:

$$f_1(x) = 2x - 5 \quad \text{und} \quad f_2(x) = -3x + 7$$

Gesucht ist die Funktion f_3 , deren Funktionsgraph den Funktionsgraph von f_1 bei $x_S = 3$ **schneidet** und **parallel** zum Funktionsgraph von f_2 verläuft! (20 P.)

Lösung: **Parallel** bedeutet **gleiche Steigung**. Die gesuchte Funktion f_3 hat also die gleiche Steigung wie f_2 . Aus der Funktionsgleichung von f_2 kann man ablesen:

$$m = -3 \quad (4)$$

Damit lautet die vorläufige Funktionsgleichung:

$$f_3(x) = -3x + b \quad (4)$$

Als nächstes muss der y -Wert des Schnittpunktes y_S bestimmt werden.

$$y_S = f_1(x_S) \quad (2)$$

$$= 2x_S - 5$$

$$= 2 \cdot 3 - 5$$

$$y_S = 1 \quad (3)$$

Der Schnittpunkt lautet somit: $S(3|1)$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Schnittpunktes in die vorläufige Funktionsgleichung eingesetzt.

$$f_3(x_S) = y_S \quad (2)$$

$$-3x_S + b = y_S$$

$$-3 \cdot 3 + b = 1 \quad (2)$$

$$-9 + b = 1 \quad | +9$$

$$b = 10 \quad (2)$$

Ergebnis: $f_3(x) = -3x + 10$ (1)

0.51 LINFUNKT-14a

Gesucht ist die Funktionsgleichung $f(x)$ der Geraden, die parallel zur Geraden durch die beiden Punkte $P_1(-1|3)$ und $P_2(-4|-3)$ verläuft und die x -Achse bei $x_0 = 5$ schneidet. Berechnen Sie auch die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ zu $f(x)$! (20 P.)

Lösung: Parallel bedeutet gleiche Steigung. Die Steigung durch die beiden Punkte wird berechnet:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 3}{-4 - (-1)} = \frac{-6}{-3} = 2 \quad (6)$$

Bis hierher lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = 2x + b \quad (1)$$

Schnittpunkt mit der x -Achse bei $x_0 = 5$ bedeutet:

$$\begin{aligned} f(5) &= 0 \\ 2 \cdot 5 + b &= 0 \\ 10 + b &= 0 & | -10 \\ b &= -10 \end{aligned} \quad (6)$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f(x) = 2x - 10$ (1)

Bestimmung der Umkehrfunktion:

$$\begin{aligned} x &= 2y - 10 & | -2y - x \\ -2y &= -x - 10 & | : (-2) \\ y &= 0,5x + 5 \end{aligned} \quad (5)$$

Also lautet die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion: $f^{-1}(x) = 0,5x + 5$ (1)

0.52 LINFUNKT-14b

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Linearen Funktion $f(x)$, deren Graph durch den Punkt $P(-2|3)$ und parallel zu der Geraden mit der Funktionsgleichung $f_1(x) = 4x - 2$ verläuft. Berechnen Sie auch deren Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$!

Lösung: Parallel bedeutet **gleiche Steigung**. Aus $f_1(x)$ kann also die Steigung für $f(x)$ entnommen werden. Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = 4x + b \quad (6)$$

Zur Bestimmung von b werden die Koordinaten des Punktes P in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f(x_p) &= y_p \\ 4x_p + b &= y_p \\ 4 \cdot (-2) + b &= 3 \\ -8 + b &= 3 \quad | + 8 \\ b &= 11 \quad (6) \end{aligned}$$

Also lautet die Funktionsgleichung: $f(x) = 4x + 11$ (1)

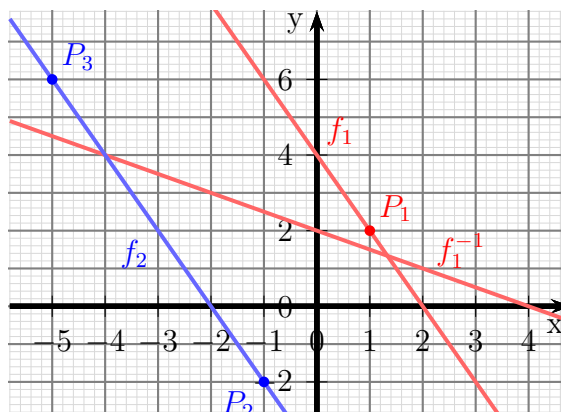
Zur Bestimmung der Umkehrfunktion tauschen y und x ihre „Rollen“.

$$\begin{aligned} x &= 4y + 11 \quad | - 11 \\ x - 11 &= 4y \quad | : 4 \\ \frac{x}{4} - \frac{11}{4} &= y \quad (6) \end{aligned}$$

Also lautet die Umkehrfunktion: $f^{-1}(x) = \frac{x}{4} - \frac{11}{4}$ (1)

0.53 LINFUNKT-15a

Gesucht ist die Funktionsgleichung der Linearen Funktion f_1 , deren Graph parallel zur Geraden der Funktion f_2 und durch den Punkt $P_1(1|2)$ verläuft. Die Gerade der Funktion f_2 verläuft durch die beiden Punkte $P_2(-1|-2)$ und $P_3(-5|6)$. Berechnen Sie auch die Umkehrfunktion f_1^{-1} zu f_1 !



Anmerkung: Die nebenstehend dargestellte Skizze dient nur der Verdeutlichung, Sie können daraus **keine** relevanten Werte entnehmen!

Lösung: Parallel bedeutet **gleiche Steigung**. Die Steigung von f_2 ist somit auch die Steigung von f_1 .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{6 - (-2)}{-5 - (-1)} = \frac{8}{-4} = -2 \quad (5)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f_1(x) = -2x + b \quad (1)$$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Punktes P_1 in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(1) &= 2 \\ -2 \cdot 1 + b &= 2 \\ -2 + b &= 2 & | +2 \\ b &= 4 \quad (5) \end{aligned}$$

Damit lautet die gesuchte Funktionsgleichung:

$$f_1(x) = -2x + 4 \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Umkehrfunktion tauschen x und y ihre „Rollen“.

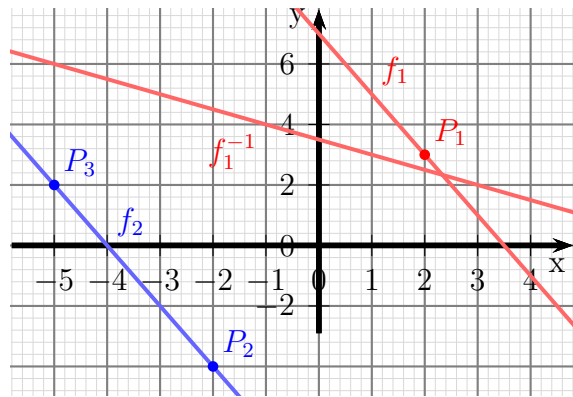
$$\begin{aligned} x &= -2y + 4 & | -4 \\ x - 4 &= -2y & | : (-2) \\ -\frac{1}{2}x + 2 &= y \quad (7) \end{aligned}$$

Die Umkehrfunktion lautet also:

$$f_1^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad (1)$$

0.54 LINFUNKT-15b

Gesucht ist die Funktionsgleichung der Linearen Funktion f_1 , deren Graph parallel zur Geraden der Funktion f_2 und durch den Punkt $P_1(2|3)$ verläuft. Die Gerade der Funktion f_2 verläuft durch die beiden Punkte $P_2(-2|-4)$ und $P_3(-5|2)$. Berechnen Sie auch die Umkehrfunktion f_1^{-1} zu f_1 !



Anmerkung: Die nebenstehend dargestellte Skizze dient nur der Verdeutlichung, Sie können daraus **keine** relevanten Werte entnehmen!

Lösung: Parallel bedeutet **gleiche Steigung**. Die Steigung von f_2 ist somit auch die Steigung von f_1 .

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{2 - (-4)}{-5 - (-2)} = \frac{6}{-3} = -2 \quad (5)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f_1(x) = -2x + b \quad (1)$$

Zur Bestimmung des Parameters b werden die Koordinaten des Punktes P_1 in die Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(2) &= 3 \\ -2 \cdot 2 + b &= 3 \\ -4 + b &= 3 & | +4 \\ b &= 7 \quad (5) \end{aligned}$$

Damit lautet die gesuchte Funktionsgleichung:

$$f_1(x) = -2x + 7 \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Umkehrfunktion tauschen x und y ihre „Rollen“.

$$\begin{aligned} x &= -2y + 7 & | -7 \\ x - 7 &= -2y & | :(-2) \\ -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} & \quad (7) \end{aligned}$$

Die Umkehrfunktion lautet also:

$$f_1^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \quad (1)$$

0.55 LINFUNKT-16a

Die Funktionsgraphen der Funktionen $f_1(x) = 1,5x + 3$ und $f_2(x) = 3,5x - 5$ schneiden sich im Punkt S . Bestimmen Sie die Lineare Funktion f_3 , deren Funktionsgraph ebenfalls durch S verläuft und die doppelte Steigung wie die Funktion f_1 hat!

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 1,5x_s + 3 & = & 3,5x_s - 5 & | - 3,5x_s - 3 \\ -2x_s & = & -8 & | : (-2) \\ x_s & = & 4 & (5) \end{array}$$

$$y_s = f_1(x_s) = 1,5x_s + 3 = 1,5 \cdot 4 + 3 = 9 \quad (4)$$

Schnittpunkt: $S(4|9)$

$$f_3(x) = m_3 \cdot x + b \quad (2)$$

$$m_3 = 2 \cdot m_1 = 2 \cdot 1,5 = 3 \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_s) & = & y_s & \\ m_3 \cdot x_s + b & = & y_s & \\ 3 \cdot 4 + b & = & 9 & \\ 12 + b & = & 9 & | - 12 \\ b & = & -3 & (4) \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_3(x) = 3x - 3$ (2)

0.56 LINFUNKT-16b

Die Funktionsgraphen der Funktionen $f_1(x) = 2,5x + 4$ und $f_2(x) = 4,5x - 8$ schneiden sich im Punkt S . Bestimmen Sie die Lineare Funktion f_3 , deren Funktionsgraph ebenfalls durch S verläuft und die **doppelte** Steigung wie die Funktion f_1 hat!

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 2,5x_s + 4 & = & 4,5x_s - 8 & | - 4,5x_s - 4 \\ -2x_s & = & -12 & | : (-2) \\ x_s & = & 6 & (4) \end{array}$$

$$y_s = f_1(x_s) = 2,5x_s + 4 = 2,5 \cdot 6 + 4 = 19 \quad (4)$$

Schnittpunkt: $S(6|19)$

$$f_3(x) = m_3 \cdot x + b \quad (2)$$

$$m_3 = 2 \cdot m_1 = 2 \cdot 2,5 = 5 \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_s) & = & y_s & \\ m_3 \cdot x_s + b & = & y_s & \\ 5 \cdot 6 + b & = & 19 & \\ 30 + b & = & 19 & | - 30 \\ b & = & -11 & (5) \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_3(x) = 5x - 11$ (2)

0.57 LINFUNKT-16c

Die Funktionsgraphen der Funktionen $f_1(x) = 1,5x + 5$ und $f_2(x) = 4,5x - 7$ schneiden sich im Punkt S . Bestimmen Sie die Lineare Funktion f_3 , deren Funktionsgraph ebenfalls durch S verläuft und die **doppelte** Steigung wie die Funktion f_1 hat!

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 1,5x_s + 5 & = & 4,5x_s - 7 & | - 4,5x_s - 5 \\ -3x_s & = & -12 & | : (-3) \\ x_s & = & 4 & (4) \end{array}$$

$$y_s = f_1(x_s) = 1,5x_s + 5 = 1,5 \cdot 4 + 5 = 11 \quad (4)$$

Schnittpunkt: $S(4|11)$

$$f_3(x) = m_3 \cdot x + b \quad (2)$$

$$m_3 = 2 \cdot m_1 = 2 \cdot 1,5 = 3 \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_s) & = & y_s & \\ m_3 \cdot x_s + b & = & y_s & \\ 3 \cdot 4 + b & = & 11 & \\ 12 + b & = & 11 & | - 12 \\ b & = & -1 & (4) \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_3(x) = 3x - 1 \quad (2)$

0.58 LINFUNKT-16d

Die Funktionsgraphen der Funktionen $f_1(x) = 1,5x + 10$ und $f_2(x) = 3,5x - 6$ schneiden sich im Punkt S . Bestimmen Sie die Lineare Funktion f_3 , deren Funktionsgraph ebenfalls durch S verläuft und die **doppelte** Steigung wie die Funktion f_2 hat!

Lösung:

$$\begin{array}{rcll} f_1(x_s) & = & f_2(x_s) & \\ 1,5x_s + 10 & = & 3,5x_s - 6 & | - 3,5x_s - 10 \\ -2x_s & = & -16 & | : (-2) \\ x_s & = & 8 & (4) \end{array}$$

$$y_s = f_1(x_s) = 1,5x_s + 10 = 1,5 \cdot 8 + 10 = 22 \quad (4)$$

Schnittpunkt: $S(8|22)$

$$f_3(x) = m_3 \cdot x + b \quad (2)$$

$$m_3 = 2 \cdot m_2 = 2 \cdot 3,5 = 7 \quad (3)$$

$$\begin{array}{rcll} f_3(x_s) & = & y_s & \\ m_3 \cdot x_s + b & = & y_s & \\ 7 \cdot 8 + b & = & 22 & \\ 56 + b & = & 22 & | - 56 \\ b & = & -34 & (4) \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_3(x) = 7x - 34$ (2)

0.59 LINFUNKT-17a

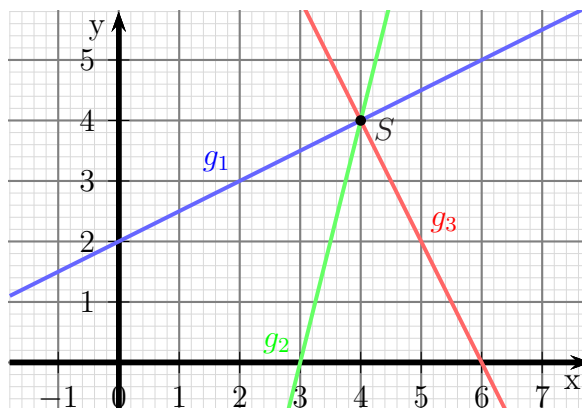
Gegeben sind zwei Geraden g_1 und g_2 mit den Funktionsgleichungen

$$f_1(x) = 0,5x + 2$$

und

$$f_2(x) = 4x - 12$$

berechnen Sie die Funktionsgleichung der Linearen Funktion $f_3(x)$ mit der Geraden g_3 , die durch den Schnittpunkt der Geraden g_1 mit der Geraden g_2 verläuft und die Gerade g_1 rechtwinklig schneidet.



Anmerkung: Die Skizze dient nur zur Erläuterung der Zusammenhänge, Sie können zur Lösung keine relevanten Werte daraus ablesen.

Lösung: Zunächst wird der Schnittpunkt S von g_1 mit g_2 bestimmt. Dazu werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ 0,5x_s + 2 &= 4x_s - 12 \quad | -4x_s - 2 \\ -3,5x_s &= -14 \quad | : (-3,5) \\ x_s &= 4 \quad (5) \end{aligned}$$

Den zugehörigen y -Wert bekommt man durch Einsetzen von x_s in f_1 oder f_2 . Ich nehme willkürlich f_1 .

$$y_s = f_1(x_s) = 0,5 \cdot 4 + 2 = 4 \quad (4)$$

Damit lautet der Schnittpunkt: $S(4|4)$ (1)

Die Gerade g_3 soll die Gerade g_1 rechtwinklig schneiden. Damit können wir mit Hilfe der zugehörigen Bedingung die Steigung m_3 bestimmen.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_3 &= -1 \quad | : m_1 \\ m_3 &= -\frac{1}{m_1} \\ m_3 &= -\frac{1}{0,5} \\ m_3 &= -2 \quad (4) \end{aligned}$$

Damit lautet die bisherige Funktionsgleichung: $f_3(x) = -2x + b$ (1)

Es muss nur noch der Parameter b bestimmt werden. Dies kann durch Einsetzen der

Koordinaten des Scheitelpunktes für x und y gemacht werden.

$$\begin{aligned}y_s &= -2x_s + b \\4 &= -2 \cdot 4 + b \quad | + 8 \\12 &= b \quad (4)\end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_3(x) = -2x + 12$ (1)

0.60 LINFUNKT-17b

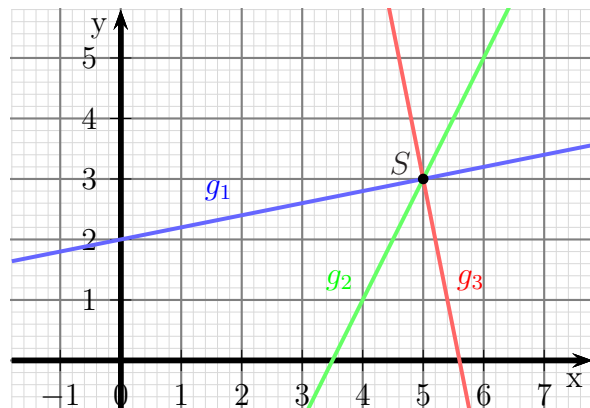
Gegeben sind zwei Geraden g_1 und g_2 mit den Funktionsgleichungen

$$f_1(x) = 0,2x + 2$$

und

$$f_2(x) = 2x - 7$$

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Linearen Funktion $f_3(x)$ mit der Geraden g_3 , die durch den Schnittpunkt der Geraden g_1 mit der Geraden g_2 verläuft und die Gerade g_1 rechtwinklig schneidet. (20 P.)



Anmerkung: Die nebenstehend dargestellte Skizze dient nur der Verdeutlichung, Sie können daraus **keine** relevanten Werte entnehmen!

Lösung: Zunächst wird der Schnittpunkt S von g_1 mit g_2 bestimmt. Dazu werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} f_1(x_s) &= f_2(x_s) \\ 0,2x_s + 2 &= 2x_s - 7 \quad | -2x_s - 2 \\ -1,8x_s &= -9 \quad | : (-1,8) \\ x_s &= 5 \quad (5) \end{aligned}$$

Den zugehörigen y -Wert bekommt man durch Einsetzen von x_s in f_1 oder f_2 . Ich nehme willkürlich f_1 .

$$y_s = f_1(x_s) = 0,2 \cdot 5 + 2 = 3 \quad (4)$$

Damit lautet der Schnittpunkt: **$S(5|3)$** (1)

Die Gerade g_3 soll die Gerade g_1 rechtwinklig schneiden. Damit können wir mit Hilfe der zugehörigen Bedingung die Steigung m_3 bestimmen.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_3 &= -1 \quad | : m_1 \\ m_3 &= -\frac{1}{m_1} \\ m_3 &= -\frac{1}{0,2} \\ m_3 &= -5 \quad (4) \end{aligned}$$

Damit lautet die bisherige Funktionsgleichung: **$f_3(x) = -5x + b$** (1)

Es muss nur noch der Parameter b bestimmt werden. Dies kann durch Einsetzen der Koordinaten des Scheitelpunktes für x und y gemacht werden.

$$\begin{aligned}y_s &= -5x_s + b \\3 &= -5 \cdot 5 + b \quad | +25 \\28 &= b \quad (4)\end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f_3(x) = -5x + 28$ (1)

0.61 LINFUNKT-18

Gegeben ist die Funktion mit der Funktionsgleichung $f_1(x) = 2,5x - 15$. Gesucht ist die Lineare Funktion f_2 , deren Funktionsgraph die Gerade der **Umkehrfunktion** f_1^{-1} von f_1 bei $x_s = 5$ rechtwinklig schneidet.

Lösung:

Zunächst wird die Umkehrfunktion f_1^{-1} bestimmt.

$$\begin{array}{rcll} y & = & 2,5x - 15 & | x \leftrightarrow y \\ x & = & 2,5y - 15 & | + 15 \\ x + 15 & = & 2,5y & | : 2,5 \\ 0,4x + 6 & = & y & \\ f_1^{-1}(x) & = & 0,4x + 6 & \textcolor{red}{(5)} \end{array}$$

Es folgt der y -Wert des Schnittpunktes:

$$y_s = f_1^{-1}(y_s) = 0,4x_s + 6 = 0,4 \cdot 5 + 6 = 8 \quad \textcolor{red}{(3)}$$

Damit lautet der Schnittpunkt:

$$S(5|8)$$

Die allgemeine Gleichung der gesuchten Funktion lautet:

$$f_2(x) = m_2 \cdot x + b_2 \quad \textcolor{red}{(1)}$$

Aus der Bedingung für rechtwinkliges Schneiden kann die Steigung m_2 der gesuchten Funktion f_2 bestimmt werden.

$$\begin{array}{rcll} m_1 \cdot m_2 & = & -1 & \\ 0,4 \cdot m_2 & = & -1 & | : 0,4 \\ m_2 & = & -2,5 & \textcolor{red}{(4)} \end{array}$$

Hiermit lautet die gesuchte Funktion:

$$f_2(x) = -2,5 \cdot x + b_2 \quad \textcolor{red}{(1)}$$

Zur Bestimmung von b_2 werden die Koordinaten des Schnittpunktes eingesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_2(x_s) & = & y_s & \\ -2,5 \cdot x_s + b_2 & = & y_s & \\ -2,5 \cdot 5 + b_2 & = & 8 & \\ -12,5 + b_2 & = & 8 & | + 12,5 \\ b_2 & = & 20,5 & \textcolor{red}{(5)} \end{array}$$

Die gesuchte Funktion lautet: $f_2(x) = -2,5x + 20,5$ (1)

0.62 LINFUNKT-19

Der Graph der Funktion f_1 schneidet die x -Achse bei $x_0 = 3$ und die y -Achse bei $y_0 = -9$. Gesucht ist die Funktion f_2 , deren Graph durch den Punkt $P(10|1)$ verläuft und den Graph von f_1 rechtwinklig schneidet.

Lösung: Die Achsenabschnitte führen zu den Punkten:

$$P_1(3|0) \text{ und } P_2(0|-9)$$

Damit kann die Steigung von f_1 bestimmt werden.

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-9 - 0}{0 - 3} = 3 \quad (6)$$

Mit der Bedingung für rechtwinkliges Schneiden wird die Steigung von f_2 bestimmt:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot m_2 &= -1 & | : m_1 \\ m_2 &= -\frac{1}{m_1} & | m_1 = 3 \text{ einsetzen} \\ m_2 &= -\frac{1}{3} & (6) \end{aligned}$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{3}x + b \quad (1)$$

Der Parameter b wird mit den Koordinaten von $P(10|1)$ bestimmt.

$$\begin{aligned} f_2(x) &= -\frac{1}{3}x + b \\ f_2(10) &= 1 \\ -\frac{1}{3} \cdot 10 + b &= 1 & | + \frac{10}{3} \\ b &= 1 + \frac{10}{3} \\ b &= \frac{13}{3} & (6) \end{aligned}$$

Damit erhalten wir: $f_2(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3} \quad (1)$

0.63 LINFUNKT-20

Liegen diese drei Punkte auf einer Geraden?

$$P_1(-2|5) \quad P_2(1|-1) \quad P_3(2|-4)$$

Begründen Sie Ihre Antwort durch eine Rechnung! (20 P.)

Lösung: Es gibt (mindestens) zwei mögliche Lösungskonzepte.

- Man bestimmt die Steigung $P_1 - P_2$ und $P_2 - P_3$ und prüft, ob sie gleich sind.
- Man bestimmt mit zwei Punkten die zugehörige Geradengleichung und prüft, ob der dritte Punkt dazu passt.

Variante 1:

$$\begin{aligned} m_{12} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-1 - 5}{1 - (-2)} \\ m_{12} &= -2 \quad (9) \\ m_{23} &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\ &= \frac{-4 - (-1)}{2 - 1} \\ m_{23} &= -3 \quad (9) \end{aligned}$$

Wegen $m_{12} \neq m_{23}$ liegen die Punkte **nicht** auf einer Geraden. (2)

Variante 2: Die Gerade durch P_1 und P_2 wird bestimmt.¹

Die Normalform lautet:

$$f(x) = mx + b$$

In die Normalform werden die Koordinaten von P_1 und P_2 eingesetzt.

$$\begin{aligned} P_1 : f(-2) &= 5 \Rightarrow m \cdot (-2) + b = 5 \quad (2) \\ P_2 : f(1) &= -1 \Rightarrow m \cdot 1 + b = -1 \quad (2) \end{aligned}$$

Wir haben ein Lineargleichungssystem 2. Ordnung erhalten. Zur Lösung kann jedes bekannte Lösungsverfahren verwendet werden. Es bietet sich an, die Gleichungen voneinander zu subtrahieren, dann fällt b sofort weg.

$$\begin{array}{rcll} (1) & -2m & +b & = 5 & | \\ (2) & m & +b & = -1 & | - \\ \hline & -3m & & = 6 & | : (-3) \\ & m & & = -2 & (6) \end{array}$$

¹Natürlich geht der Ansatz mit den anderen beiden möglichen Punkt-Kombinationen mit P_3 auch.

Man setzt diesen Wert in eine der beiden Gleichungen ein, um b zu erhalten. Am einfachsten ist es mit Gleichung (2).

$$\begin{array}{rcl} m + b & = & -1 \\ -2 + b & = & -1 \quad | +2 \\ b & = & 1 \end{array} \quad (4)$$

Mit diesen Werten erhalten wir diese Funktionsgleichung:

$$f(x) = -2x + 1 \quad (2)$$

Jetzt setzt man den x -Wert von P_3 ein und prüft, ob der y -Wert von P_3 als Ergebnis herauskommt.

$$f(x_3) = -2x_3 + 1 = -2 \cdot 2 + 1 = -3 \quad (2)$$

Das Ergebnis stimmt nicht mit $y_3 = -4$ überein. Das bedeutet:

Wegen $f(x_3) \neq y_3$ liegen die drei Punkte **nicht** auf einer Geraden. (2)

0.64 LINFUNKT-21

Gegeben sind die drei Punkte: $P_1(4|-1)$ $P_2(6|3)$ und $P_3(k|-7)$. Berechnen Sie den Parameter k so, dass alle drei Punkte auf einer Geraden liegen. (20 P.)

Lösung: Zwei grundsätzlich verschiedene Lösungsansätze sind möglich.

1. Man berechnet die Steigung der Geraden durch P_1 und P_2 und bestimmt dann k so, dass die Gerade durch P_1 und P_3 oder die Gerade durch P_2 und P_3 die gleiche Steigung erhält.
2. Man berechnet die Gleichung der Geraden durch P_1 und P_2 . Dann bestimmt man den Parameter k so, dass der Punkt P_3 mit seinen Koordinaten die Geradengleichung erfüllt.

Lösungsansatz 1:

$$\begin{aligned} m_{12} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{3 - (-1)}{6 - 4} \quad (4) \\ &= \frac{4}{2} \\ m_{12} &= 2 \quad (4) \\ m_{13} &= \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \\ 2 &= \frac{-7 - (-1)}{k - 4} \quad (4) \\ 2 &= \frac{-6}{6 - k} \quad | \cdot (k - 4) \\ 2 \cdot (k - 4) &= -6 \quad (4) \\ 2k - 8 &= -6 \quad | + 8 \\ 2k &= 2 \quad | : 2 \\ k &= 1 \quad (4) \end{aligned}$$

Lösungsansatz 2:

$$f(x) = mx + b$$

$$\begin{aligned} (1) \quad P_1(4|-1) &\Rightarrow f(4) = -1 \Rightarrow m \cdot 4 + b = -1 \\ (2) \quad P_2(6|3) &\Rightarrow f(6) = 3 \Rightarrow m \cdot 6 + b = 3 \quad (4) \end{aligned}$$

Zur Lösung des Lineargleichungssystems bietet sich das Additions-/Subtraktionsverfahren an.² Die Gleichung (1) wird von Gleichung (2) subtrahiert.

$$\begin{array}{rclcl} (1) & 4m & +b & = & -1 & | - \\ (2) & 6m & +b & = & 3 & | \\ \hline & 2m & & = & 4 & | : 2 \\ & m & & = & 2 & \textcolor{red}{(6)} \end{array}$$

Der Parameter b wird durch Einsetzen von m in eine Gleichung, z. B. in (1).

$$\begin{array}{rclcl} 4m + b & = & -1 & & | - 4m \\ b & = & -1 - 4m & & \\ & = & -1 - 4 \cdot 2 & & \\ b & = & -9 & & \textcolor{red}{(4)} \end{array}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = 2x - 9 \quad \textcolor{red}{(2)}$$

Hier werden jetzt die Koordinaten von P_3 eingesetzt.

$$\begin{array}{rclcl} f(k) & = & -7 & & \\ 2k - 9 & = & -7 & | + 9 & \\ 2k & = & 2 & | : 2 & \\ k & = & 1 & & \textcolor{red}{(4)} \end{array}$$

Ergebnis: Mit $k = 1$ liegen die Punkte auf einer Geraden.

²Auch sinnvoll wäre das Einsetzungsverfahren nutzbar, indem eine der beiden Gleichungen nach b aufgelöst würde.

0.65 LINFUNKT-22

Durch die beiden Punkte $P_1(2|1)$ und $P_2(4|-3)$ verläuft eine Gerade. Prüfen Sie durch eine Rechnung, welcher der beiden Punkte $P_3(5|-8)$ und $P_4(6|-7)$ ebenfalls auf dieser Geraden liegt. (20 P.)

Lösung: Zwei grundsätzlich verschiedene Lösungsansätze sind möglich.

1. Man berechnet die Steigung der Geraden durch P_1 und P_2 . Dann berechnet man die Steigungen der Geraden durch P_1 und P_3 bzw. durch P_1 und P_4 und vergleicht die Steigungen mit der Steigung der ersten Geraden.
2. Man berechnet die Gleichung der Geraden durch P_1 und P_2 . Dann prüft man, ob die Koordinaten von P_3 bzw. P_4 die Geradengleichung erfüllen.

Lösungsansatz 1:

$$\begin{aligned} m_{12} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-3 - 1}{4 - 2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ m_{12} &= -2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m_{13} &= \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \\ &= \frac{-8 - 1}{5 - 2} \\ &= \frac{-9}{3} \\ m_{13} &= -3 \end{aligned} \quad (4)$$

Wegen $m_{12} \neq m_{13}$ liegt P_3 **nicht** auf der Geraden. (4)

$$\begin{aligned} m_{14} &= \frac{y_4 - y_1}{x_4 - x_1} \\ &= \frac{-7 - 1}{6 - 2} \\ &= \frac{-8}{4} \\ m_{14} &= -2 \end{aligned} \quad (4)$$

Wegen $m_{12} = m_{14}$ liegt P_4 auf der Geraden. (4)

Lösungsansatz 2:

$$f(x) = mx + b$$

$$\begin{array}{llll} (1) & P_1(2|1) & \Rightarrow & f(2) = 1 \Rightarrow m \cdot 2 + b = 1 \\ (2) & P_2(4|-3) & \Rightarrow & f(4) = -3 \Rightarrow m \cdot 4 + b = -3 \end{array} \quad (4)$$

Zur Lösung des Lineargleichungssystems bietet sich das Additions-/Subtraktionsverfahren an.³ Die Gleichung (1) wird von Gleichung (2) subtrahiert.

$$\begin{array}{rcll} (1) & 2m & +b & = 1 & | - \\ (2) & 4m & +b & = -3 & | \\ \hline & 2m & & = -4 & | : 2 \\ & m & & = -2 & \end{array} \quad (4)$$

Der Parameter b wird durch Einsetzen von m in eine Gleichung, z. B. in (1).

$$\begin{array}{rcll} & 2m + b & = & 1 \\ & 2 \cdot (-2) + b & = & 1 & | + 4 \\ & b & = & 1 + 4 \\ & b & = & 5 \end{array} \quad (3)$$

Damit lautet die Funktionsgleichung:

$$f(x) = -2x + 5 \quad (1)$$

Liegt $P_3(5|-8)$ auf der Geraden? Dazu setzt man den x -Wert von P_3 ein und prüft, ob der y -Wert von P_3 als Ergebnis herauskommt.

$$f(x_3) = -2x_3 + 5 = -2 \cdot 5 + 5 = -5 \neq y_3 \quad (2)$$

Das Ergebnis stimmt nicht mit $y_3 = -8$ überein. Das bedeutet:

Wegen $f(x_3) \neq y_3$ liegt P_3 **nicht** auf der Geraden.

 (2)

Liegt $P_4(6|-7)$ auf der Geraden? Dazu setzt man den x -Wert von P_4 ein und prüft, ob der y -Wert von P_4 als Ergebnis herauskommt.

$$f(x_4) = -2x_4 + 5 = -2 \cdot 6 + 5 = -7 = y_4 \quad (2)$$

Das Ergebnis stimmt mit $y_4 = -7$ überein. Das bedeutet:

Wegen $f(x_4) = y_4$ liegt P_4 auf der Geraden.

 (2)

³Auch sinnvoll wäre das Einsetzungsverfahren nutzbar, indem eine der beiden Gleichungen nach b aufgelöst würde. Einzelheiten siehe hier: <http://www.dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/ling1.pdf>

0.66 LINFUNKT-23

Die Punkte $P_1(-1|1)$ und $P_2(2|10)$ legen eine Gerade fest. Berechnen Sie den Parameter w so, dass der Punkt $P_3(w|w)$ ebenfalls auf dieser Geraden liegt. (20 P.)

Lösung: Zunächst wird die Geradengleichung der Geraden durch P_1 und P_2 bestimmt. Dazu sind zwei Lösungswege möglich.

1. Man bestimmt zunächst mit der Steigungsformel die Steigung m . Dann berechnet man den Parameter b , indem man m und die Koordinaten von P_1 oder P_2 in die Normalform der Linearen Gleichung einsetzt.
2. Man setzt die Koordinaten von P_1 und P_2 in die Normalform der Linearen Gleichung ein. Man erhält ein Lineargleichungssystem 2. Ordnung, das man mit einem beliebigen Verfahren lösen kann.

In die so ermittelte Geradengleichung setzt man die Koordinaten von P_3 ein. Damit erhält man w .

Lösungsansatz 1:

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{10 - 1}{2 - (-1)} \\ &= \frac{9}{3} \\ m &= 3 \end{aligned} \quad (5)$$

Damit ist diese Form der Funktionsgleichung bekannt:

$$f(x) = 3x + b \quad (2)$$

Die Koordinaten von P_1 werden in diese Funktionsgleichung eingesetzt.

$$\begin{aligned} f(x_1) &= y_1 & (2) \\ 3 \cdot x_1 + b &= y_1 \\ 3 \cdot (-1) + b &= 1 & | +3 \\ b &= 4 & (4) \end{aligned}$$

Die Geradengleichung lautet also:

$$f(x) = 3x + 4 \quad (2)$$

Lösungsansatz 2:

$$f(x) = mx + b$$

$$(1) \quad P_1(-1|1) \Rightarrow f(-1) = 1 \Rightarrow m \cdot (-1) + b = 1$$

$$(2) \quad P_2(2|10) \Rightarrow f(2) = 10 \Rightarrow m \cdot 2 + b = 10 \quad (4)$$

Zur Lösung des Lineargleichungssystems bietet sich das Additions-/Subtraktionsverfahren an.⁴ Die Gleichung (1) wird von Gleichung (2) subtrahiert.

$$\begin{array}{rclcl} (1) & -m & +b & = & 1 & | - \\ (2) & 2m & +b & = & 10 & | \\ \hline & 3m & & = & 9 & | : 3 \\ & m & & = & 3 & (3) \end{array}$$

Die Koordinaten von P_1 und der gerade berechnete Wert für m werden in die Normalform der Linearen Gleichung eingesetzt.

$$f(x_1) = y_1 \quad (2)$$

$$3 \cdot x_1 + b = y_1$$

$$3 \cdot (-1) + b = 1 \quad | + 3$$

$$b = 4 \quad (4)$$

Die Geradengleichung lautet also:

$$f(x) = 3x + 4 \quad (2)$$

Ab hier treffen sich beide Lösungswege wieder.

Die Koordinaten von P_3 werden eingesetzt.

$$f(w) = w \quad (2)$$

$$3w + 4 = w \quad | - w - 4$$

$$2w = -4 \quad | : 2$$

$$w = -2 \quad (3)$$

Der gesuchte Parameter ist $w = -2$.

⁴Auch sinnvoll wäre das Einsetzungsverfahren nutzbar, indem eine der beiden Gleichungen nach b aufgelöst würde.

0.67 LINFUNKT-24

Gegeben sind die vier Punkte $P_1(-2|-6)$, $P_2(-1|-4)$, $P_3(2|2)$ und $P_4(0|0)$. Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Punkte P_1 , P_2 und P_3 alle auf einer Geraden liegen, Punkt P_4 aber **neben** dieser Geraden. (20 P.)

Lösung: Es gibt hier (mindestens) zwei grundsätzlich verschiedene Lösungsansätze.

1. Man bestimmt alle Steigungen von P_1 zu P_2 , P_3 und P_4 . Wenn die Steigungen m_{12} und m_{13} übereinstimmen, m_{14} aber einen anderen Steigungswert ergibt, ist die Behauptung nachgewiesen.
2. Man bestimmt die Geradengleichung der Geraden durch P_1 und P_2 . Dann prüft man, ob die Koordinaten der Punkte P_3 und P_4 die Geradengleichung erfüllen.

Lösungsvariante 1:

$$\begin{aligned} m_{12} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{-4 - (-6)}{-1 - (-2)} \\ &= \frac{2}{-1} \\ m_{12} &= -2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m_{13} &= \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \\ &= \frac{2 - (-6)}{2 - (-2)} \\ &= \frac{8}{4} \\ m_{13} &= 2 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m_{14} &= \frac{y_4 - y_1}{x_4 - x_1} \\ &= \frac{0 - (-6)}{0 - (-2)} \\ &= \frac{6}{-2} \\ m_{14} &= -3 \end{aligned} \quad (4)$$

Ergebnisse:

P_1 , P_2 und P_3 liegen auf einer Geraden wegen $m_{12} = m_{13}$. (4)

P_1 , P_2 und P_4 liegen **nicht** auf einer Geraden wegen $m_{12} \neq m_{14}$. (4)

Lösungsvariante 2:

$$f(x) = mx + b$$

$$\begin{array}{rclcl} (1) & f(-2) & = & -6 & \Rightarrow & m \cdot (-2) + b & = & -6 & | - \\ (2) & f(-1) & = & -4 & \Rightarrow & m \cdot (-1) + b & = & -4 & | \\ \hline (2) - (1) & & & & & & m & = & 2 & (5) \end{array}$$

Einsetzen des Ergebnisses in (2):

$$\begin{array}{rcl} -m + b & = & -4 \\ -2 + b & = & -4 \quad | + 2 \\ b & = & -2 \quad (4) \end{array}$$

Die Geradengleichung lautet:

$$f(x) = 2x - 2 \quad (1)$$

Prüfung mit P_3 :

$$f(x_3) = f(2) = 2 \cdot 2 - 2 = 2 = y_3 \quad (3)$$

Prüfung mit P_4 :

$$f(x_4) = f(0) = 2 \cdot 0 - 2 = -2 \neq y_4 \quad (3)$$

Ergebnisse:

$$P_1, P_2 \text{ und } P_3 \text{ liegen auf einer Geraden wegen } f(x_3) = y_3. \quad (2)$$

$$P_1, P_2 \text{ und } P_4 \text{ liegen **nicht** auf einer Geraden wegen } f(x_4) \neq y_4. \quad (2)$$

0.68 LINFUNKT-25

Die Geraden mit den Geradengleichungen

$$f_1(x) = 11x - 8 \quad f_2(x) = 3x + \frac{16}{13} \quad f_3(x) = m \cdot x + 7$$

verlaufen alle durch den selben Punkt P . Ermitteln Sie rechnerisch den Parameter m und geben Sie die Funktionsgleichung $f_3(x)$ an! (20 P.)

Lösung: Zunächst wird der Schnittpunkt bestimmt.

$$\begin{aligned} f_1(x_P) &= f_2(x_P) \\ 11x_P - 8 &= 3x_P + \frac{16}{13} \quad | +8 - 3x_P \\ 8x_P &= \frac{120}{13} \quad | :8 \\ x_P &= \frac{15}{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_P &= f_2(x_P) \\ y_P &= 3 \cdot \frac{15}{13} + \frac{16}{13} \\ &= \frac{45}{13} + \frac{16}{13} \\ y_P &= \frac{61}{13} \end{aligned}$$

Der Schnittpunkt lautet: $P\left(\frac{15}{13} \mid \frac{61}{13}\right)$

Die Koordinaten von P werden in f_3 eingesetzt.

$$\begin{aligned} f_3(x_P) &= y_P \\ m \cdot \frac{15}{13} + 7 &= \frac{61}{13} \quad | \cdot 13 \\ m \cdot 15 + 91 &= 61 \quad | -91 \\ 15m &= -30 \quad | :15 \\ m &= -2 \end{aligned}$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet: $f_3(x) = -2x + 7$

0.69 LINFUNKT-26a

Peter und Lisa haben eine Wette abgeschlossen. Sie wollen einen Wettlauf über 10 Kilometer machen. Peter behauptet: „Wenn ich dir einen Vorsprung von 5 Minuten lasse, bin ich trotzdem noch vor dir am Ziel.“ Lisa kann in 5 Minuten eine Strecke von genau einem Kilometer laufen. Peter schafft in 6 Minuten eine Strecke von 1,32 Kilometern. Lisa startet genau um 10:00 Uhr, Peter 5 Minuten später.

1. Bestimmen Sie sowohl für Lisa als auch für Peter eine Funktion, die die zurückgelegte Wegstrecke s als Funktion der Zeit t angibt. **Ein Tipp:** Verwenden Sie für die Zeitachse die Einheit *Minuten* und beginnen Sie die Zeitachse zum Startzeitpunkt von Lisa.
2. Berechnen Sie die Zeit von Lisas Start bis zum Überholvorgang. Um wieviel Uhr findet er statt?
3. Berechnen Sie, welchen Weg beide bis zum Überholvorgang zurückgelegt haben. Konnte Peter seine Wette gewinnen?

Lösung: Ich rechne in den Einheiten *Minuten* und *Kilometern*. Dann kann ich während der Rechnung die Einheiten weglassen.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Beginnen wir mit Lisa. Die zugehörige Funktion nenne ich f_L . Da Lisa zum Zeitpunkt $t = 0$ den Weg $s = 0$ zurückgelegt hat, ist der Parameter $b = 0$. Er stellt immer den y -Achsenabschnitt dar, hier entsprechend den s -Achsenabschnitt. Damit hat die Funktion diese Form:

$$s = f_L(t) = mt + 0 \quad \text{oder einfacher:} \quad s = f_L(t) = mt \quad (2)$$

Es fehlt noch der Parameter m . Allgemein gilt:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{oder hier speziell:} \quad m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Hier können die bekannten Werte von Lisas Geschwindigkeit hier einsetzen, 1 km in 5 min.

$$m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{5} = 0,2 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktionsgleichung für Lisa angegeben werden:

$$f_L(t) = 0,2t \quad (1)$$

Nun kommt Peters Funktion f_P an die Reihe. Auch hier haben wir Angaben zur Geschwindigkeit, die wir zur Bestimmung von m verwenden können.

$$m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1,32}{6} = 0,22 \quad (3)$$

Hiermit lautet die Funktion:

$$s = f_P(t) = 0,22t + b$$

Um den Parameter b zu bestimmen, kann man die Daten von Peters Startzeitpunkt verwenden: $t = 5$ und $s = 0$.

$$\begin{array}{rcl} f_P(5) & = & 0 \\ 0,22 \cdot 5 + b & = & 0 \\ 1,1 + b & = & 0 \quad | - 1,1 \\ b & = & -1,1 \end{array} \quad (3)$$

Hiermit kann Peters Funktionsgleichung nun angegeben werden:

$$f_P(t) = 0,22t - 1,1 \quad (1)$$

Zu 2:

Peter überholt Lisa zu dem Zeitpunkt und an dem Ort, der zum Schnittpunkt der zugehörigen Geraden gehört. Nennen wir den Punkt $S(t_s|s_s)$. Dann können wir diese Koordinaten in beide Gleichungen einsetzen und erhalten ein Gleichungssystem mit zwei Variablen.

$$\begin{array}{lcl} (1) & 0,2t_s & = s_s \\ (2) & 0,22t_s - 1,1 & = s_s \end{array}$$

Zweckmäßigerweise wird dieses Gleichungssystem durch **Gleichsetzen** der beiden Funktionsterme gelöst.

$$\begin{array}{rcl} 0,2t_s & = & 0,22t_s - 1,1 \quad | - 0,22t_s \\ -0,02t_s & = & -1,1 \quad | : (-0,02) \\ t_s & = & 55 \end{array} \quad (3)$$

Der Überholvorgang findet 55 Minuten nach Lisas Start, also um 10:55 Uhr statt.

(1)

Zu 3:

Zur Bestimmung des Ortes kann die gefundene Zeit in eine beliebige der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt werden. Da f_L etwas einfacher ist als f_P , verwende ich diese.

$$s_s = f_L(t_s) = 0,2 \cdot t_s = 0,2 \cdot 55 = 11 \quad (2)$$

Der Überholvorgang fände also erst nach 11 Kilometern statt.

Peter hat Lisa auf der 10-km-Strecke nicht überholen können. (1)

0.70 LINFUNKT-26b

Sabine und Felix wollen einen Schwimmwettbewerb über eine Strecke von zwei Kilometern durchführen. Da Felix wegen eines Unfalls nur noch ein Bein hat, soll er einen Vorsprung von 8 Minuten bekommen. Sabine ist davon überzeugt, dass sie Felix trotzdem noch überholen kann. 10 Minuten, nachdem Felix losgeschwommen ist, hat er eine Strecke von 270 Metern zurückgelegt. Sabine ist zu diesem Zeitpunkt 60 Meter weit gekommen.

1. Bestimmen Sie sowohl für Felix als auch für Sabine eine Funktion, die die zurückgelegte Wegstrecke s als Funktion der Zeit t angibt. **Ein Tipp:** Verwenden Sie für die Zeitachse die Einheit *Minuten* und beginnen Sie die Zeitachse zum Startzeitpunkt von Felix.
2. Berechnen Sie die Zeit von Felix Start bis zum Überholvorgang. Wieviele Minuten nach Felix Start findet er statt?
3. Berechnen Sie, welchen Weg beide bis zum Überholvorgang zurückgelegt haben. Konnte Sabine Felix überholen?

Lösung: Alle Zeiten werden in *Minuten* angegeben, alle Strecken in der Einheit *Meter*. Dann können die Einheiten in der Rechnung weggelassen werden.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Beginnen wir mit Felix. Sein Start zum Zeitpunkt $t = 0$ bedeutet:

$$b = 0 \quad (2)$$

In der Zeit Δt von 10 Minuten legt er die Strecke Δs von 270 Metern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{270}{10} = 27 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_F von Felix angegeben werden:

$$f_F(t) = 27t \quad (1)$$

Kommen wir nun zu Sabine. Wenn Felix bereits 10 Minuten geschwommen ist, ist sie erst eine Zeit von $\Delta t = 2$ min unterwegs. In dieser Zeit legt sie die Strecke $\Delta s = 60$ m zurück. Daraus kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{60}{2} = 30$$

Damit sieht die Funktionsgleichung für Sabine so aus:

$$f_S(t) = 30t + b \quad (3)$$

Zur Bestimmung des Parameters b können die Koordinaten eines bekannten Punktes (hier: Sabines Schwimmstart) in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

$$\begin{array}{rcl} f_S(8) & = & 0 \\ 30 \cdot 8 + b & = & 0 \\ 240 + b & = & 0 \quad | - 240 \\ b & = & -240 \end{array} \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_S von Sabine angegeben werden:

$$f_F(t) = 30t - 240 \quad (1)$$

Zu 2:

Die Zeit bis zum Überholen ist der t -Wert des Geradenschnittpunktes. Zur Berechnung werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcl} f_F(t_s) & = & f_S(t_s) \\ 27t_s & = & 30t_s - 240 \quad | - 30t_s \\ -3t_s & = & -240 \quad | : (-3) \\ t_s & = & 80 \end{array} \quad (3)$$

$$\boxed{80 \text{ Minuten nach Felix Start überholt ihn Sabine.}} \quad (1)$$

Zu 3:

Zur Bestimmung der Strecke wird der gefundene Wert $t_s = 80$ in eine der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt.

$$s_s = 27t_s = 27 \cdot 80 = 2160 \quad (2)$$

Sabine überholt Felix erst nach 2160 Metern. Da das Rennen nur über 2 Kilometer (oder 2000 Meter) läuft, kann Sabine ihn nicht vor dem Ziel überholen.

$$\boxed{\text{Sabine kann Felix nicht überholen. Das Rennen endet vorher.}} \quad (1)$$

0.71 LINFUNKT-26c

Anja und Mehmet wollen einen Schwimmwettbewerb über eine Strecke von zwei Kilometern durchführen. Da Mehmet wegen eines Unfalls nur noch ein Bein hat, soll er einen Vorsprung von 9 Minuten bekommen. Anja ist davon überzeugt, dass sie Mehmet trotzdem noch überholen kann. 12 Minuten, nachdem Mehmet losgeschwommen ist, hat er eine Strecke von 324 Metern zurückgelegt. Anja ist zu diesem Zeitpunkt 90 Meter weit gekommen.

1. Bestimmen Sie sowohl für Mehmet als auch für Anja eine Funktion, die die zurückgelegte Wegstrecke s als Funktion der Zeit t angibt. **Ein Tipp:** Verwenden Sie für die Zeitachse die Einheit *Minuten* und beginnen Sie die Zeitachse zum Startzeitpunkt von Mehmet.
2. Berechnen Sie die Zeit von Mehments Start bis zum Überholvorgang. Wieviele Minuten nach Mehments Start findet er statt?
3. Berechnen Sie, welchen Weg beide bis zum Überholvorgang zurückgelegt haben. Konnte Anja Mehmet überholen?

Lösung: Alle Zeiten werden in *Minuten* angegeben, alle Strecken in der Einheit *Meter*. Dann können die Einheiten in der Rechnung weggelassen werden.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Beginnen wir mit Mehmet. Sein Start zum Zeitpunkt $t = 0$ bedeutet:

$$b = 0 \quad (2)$$

In der Zeit Δt von 10 Minuten legt er die Strecke Δs von 270 Metern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{270}{10} = 27 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_M von Mehmet angegeben werden:

$$f_M(t) = 27t \quad (1)$$

Kommen wir nun zu Anja. Wenn Mehmet bereits 12 Minuten geschwommen ist, ist sie erst eine Zeit von $\Delta t = 3 \text{ min}$ unterwegs. In dieser Zeit legt sie die Strecke $\Delta s = 90 \text{ m}$ zurück. Daraus kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{90}{3} = 30$$

Damit sieht die Funktionsgleichung für Anja so aus:

$$f_A(t) = 30t + b \quad (3)$$

Zur Bestimmung des Parameters b können die Koordinaten eines bekannten Punktes (hier: Anjas Schwimmstart) in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

$$\begin{array}{rcll} f_A(9) & = & 0 & \\ 30 \cdot 9 + b & = & 0 & \\ 270 + b & = & 0 & | - 270 \\ b & = & -270 & (3) \end{array}$$

Hiermit kann die Funktion f_A von Anja angegeben werden:

$$f_A(t) = 30t - 270 \quad (1)$$

Zu 2:

Die Zeit bis zum Überholen ist der t -Wert des Geradenschnittpunktes. Zur Berechnung werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_M(t_s) & = & f_A(t_s) & \\ 27t_s & = & 30t_s - 270 & | - 30t_s \\ -3t_s & = & -270 & | : (-3) \\ t_s & = & 90 & (3) \end{array}$$

$$90 \text{ Minuten nach Mehmet's Start überholt ihn Anja.} \quad (1)$$

Zu 3:

Zur Bestimmung der Strecke wird der gefundene Wert $t_s = 90$ in eine der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt.

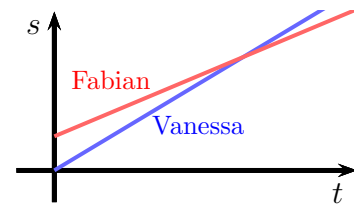
$$s_s = 27t_s = 27 \cdot 90 = 2\,430 \quad (2)$$

Anja überholt Mehmet erst nach 2 430 Metern. Da das Rennen nur über 2 Kilometer (oder 2 000 Meter) läuft, kann Anja ihn nicht vor dem Ziel überholen.

$$\text{Anja kann Mehmet nicht überholen. Das Rennen endet vorher.} \quad (1)$$

0.72 LINFUNKT-27a

Vanessa und Fabian wollen einen Schwimmwettbewerb über eine Strecke von 1,5 Kilometern durchführen. Da Fabian wegen eines Unfalls nur noch ein Bein hat, soll er einen Vorsprung von 300 Metern bekommen. Vanessa ist davon überzeugt, dass sie Fabian trotzdem noch überholen kann. Nach der ersten Minute hat Fabian 25 Meter zurückgelegt, Vanessa 30 Meter.



1. Bestimmen Sie sowohl für Fabian als auch für Vanessa eine Funktion, die die zurückgelegte Wegstrecke s als Funktion der Zeit t angibt. **Ein Tipp:** Verwenden Sie für die Zeit die Einheit *Minuten* und für den Weg *Meter*.
2. Berechnen Sie die Zeit vom Start bis zum Überholvorgang. Wieviele Minuten nach dem Start findet er statt?
3. Berechnen Sie, welchen Weg Vanessa bis zum Überholvorgang zurückgelegt hat. Konnte Vanessa Fabian überholen? (Falls Sie Frageteil 2 nicht beantworten konnten, gehen Sie von einem beliebigen Wert aus.)

Lösung: Alle Zeiten werden in *Minuten* angegeben, alle Strecken in der Einheit *Meter*. Dann können die Einheiten in der Rechnung weggelassen werden.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Beginnen wir mit Vanessa. Ihr Start zum Zeitpunkt $t = 0$ **ohne Vorsprung** bedeutet:

$$b = 0 \quad (3)$$

In der Zeit Δt von 1 Minute legt sie die Strecke Δs von 30 Metern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30}{1} = 30 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_V von Vanessa angegeben werden:

$$f_V(t) = 30t \quad (1)$$

Kommen wir nun zu Fabian. In der Zeit Δt von 1 Minute legt er die Strecke Δs von 25 Metern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{25}{1} = 25 \quad (3)$$

Er hat einen Vorsprung von 300 m. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der s -Wert also 300. Damit sieht die Funktionsgleichung für Fabian so aus:

$$f_F(t) = 25t + 300 \quad (1)$$

Zu 2:

Die Zeit bis zum Überholen ist der t -Wert des Geradenschnittpunktes. Zur Berechnung werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_F(t_s) & = & f_M(t_s) & \\ 30t_s & = & 25t_s + 300 & | - 25t_s \\ 5t_s & = & 300 & | : 5 \\ t_s & = & 60 & \end{array} \quad (4)$$

$$\boxed{60 \text{ Minuten nach dem Start überholt ihn Vanessa.}} \quad (1)$$

Zu 3:

Zur Bestimmung der Strecke wird der gefundene Wert $t_s = 60$ in eine der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt.

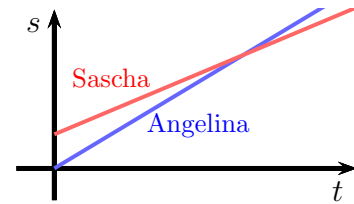
$$s_s = 30t_s = 30 \cdot 60 = 1\,800 \quad (3)$$

Vanessa überholt Fabian erst nach 1 800 Metern. Da das Rennen nur über 1,5 Kilometer (oder 1 500 Meter) läuft, kann Vanessa ihn nicht vor dem Ziel überholen.

$$\boxed{\text{Vanessa kann Fabian nicht überholen. Das Rennen endet vorher.}} \quad (1)$$

0.73 LINFUNKT-27b

Angelina und Sascha wollen einen Schwimmwettbewerb über eine Strecke von 1,5 Kilometern durchführen. Da Sascha wegen eines Unfalls nur noch ein Bein hat, soll er einen Vorsprung von 200 Metern bekommen. Angelina ist davon überzeugt, dass sie Sascha trotzdem noch überholen kann. Nach der ersten Minute hat Sascha 24 Meter zurückgelegt, Angelina 28 Meter.



1. Bestimmen Sie sowohl für Sascha als auch für Angelina eine Funktion, die die zurückgelegte Wegstrecke s als Funktion der Zeit t angibt. **Ein Tipp:** Verwenden Sie für die Zeit die Einheit *Minuten* und für den Weg *Meter*.
2. Berechnen Sie die Zeit vom Start bis zum Überholvorgang. Wieviele Minuten nach dem Start findet er statt?
3. Berechnen Sie, welchen Weg Angelina bis zum Überholvorgang zurückgelegt hat. Konnte Angelina Sascha überholen? (Falls Sie Frageteil 2 nicht beantworten konnten, gehen Sie von einem beliebigen Wert aus.)

Lösung: Alle Zeiten werden in *Minuten* angegeben, alle Strecken in der Einheit *Meter*. Dann können die Einheiten in der Rechnung weggelassen werden.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Beginnen wir mit Angelina. Ihr Start zum Zeitpunkt $t = 0$ **ohne Vorsprung** bedeutet:

$$b = 0 \quad (3)$$

In der Zeit Δt von 1 Minute legt sie die Strecke Δs von 28 Metern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{28}{1} = 28 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_A von Angelina angegeben werden:

$$f_A(t) = 28t \quad (1)$$

Kommen wir nun zu Sascha. In der Zeit Δt von 1 Minute legt er die Strecke Δs von 24 Metern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{24}{1} = 24 \quad (3)$$

Er hat einen Vorsprung von 200 m. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der s -Wert also 200. Damit sieht die Funktionsgleichung für Sascha so aus:

$$f_S(t) = 24t + 200 \quad (1)$$

Zu 2:

Die Zeit bis zum Überholen ist der t -Wert des Geradenschnittpunktes. Zur Berechnung werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_A(t_s) & = & f_S(t_s) & \\ 28t_s & = & 24t_s + 200 & | - 24t_s \\ 4t_s & = & 200 & | : 4 \\ t_s & = & 50 & \end{array} \quad (4)$$

$$\boxed{50 \text{ Minuten nach dem Start überholt ihn Angelina.}} \quad (1)$$

Zu 3:

Zur Bestimmung der Strecke wird der gefundene Wert $t_s = 50$ in eine der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt.

$$s_s = 28t_s = 28 \cdot 50 = 1\,400 \quad (3)$$

Angelina überholt Sascha nach 1 400 Metern. Da das Rennen über 1,5 Kilometer (oder 1 500 Meter) läuft, überholt Angelina ihn 100 Meter vor dem Ziel.

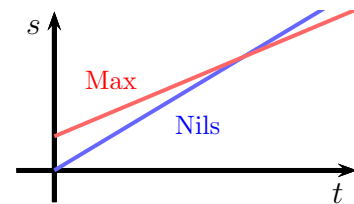
$$\boxed{\text{Angelina kann Sascha noch vor dem Ziel überholen.}} \quad (1)$$

0.74 LINFUNKT-28

Max hat ein Elektrofahrrad, Nils ein Rennrad. Mit seinem Elektrofahrrad kann Max eine Durchschnittsgeschwindigkeit von $24 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ fahren, Nils mit seinem Rennrad $27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zu Ihrer Information:

$$24 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 400 \frac{\text{m}}{\text{min}} \quad \text{und} \quad 27 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 450 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

Beide fahren gleichzeitig in die gleiche Richtung los, wobei Max einen Vorsprung von 1 200 m bekommt. Nils behauptet: „Spätestens, nachdem du 10 Kilometer weit gefahren bist, habe ich dich überholt.“



1. Geben Sie für Nils und für Max die Funktionen $s = f_N(t)$ und $s = f_M(t)$ an, die den Weg s vom Startpunkt von Nils in Abhängigkeit von der Zeit t angibt!
Ein Tipp: Verwenden Sie für die Zeit die Einheit *Minuten* und für den Weg *Meter*.
2. Berechnen Sie die Zeit vom Start bis zum Überholvorgang. Wieviele Minuten nach dem Start findet er statt?
3. Berechnen Sie, welchen Weg Nils bis zum Überholvorgang zurückgelegt hat. Konnte er seine Behauptung erfüllen? (Falls Sie Frageteil 2 nicht beantworten konnten, gehen Sie von einem beliebigen Wert aus.)

Lösung: Alle Zeiten werden in *Minuten* angegeben, alle Strecken in der Einheit *Meter*. Dann können die Einheiten in der Rechnung weggelassen werden.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Beginnen wir mit Nils. Sein Start zum Zeitpunkt $t = 0$ **ohne Vorsprung** bedeutet:

$$b = 0 \quad (3)$$

In der Zeit $\Delta t = 1 \text{ min}$ legt er die Strecke $\Delta s = 450 \text{ m}$ zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{450}{1} = 450 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_N von Nils angegeben werden:

$$f_N(t) = 450t \quad (1)$$

Kommen wir nun zu Max. In der Zeit $\Delta t = 1 \text{ min}$ legt er die Strecke $\Delta s = 400 \text{ m}$ zurück. Damit kann die Steigung m der Funktionsgleichung bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{400}{1} = 400 \quad (3)$$

Max hat einen Vorsprung von 1 200 Meter. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beträgt der s -Wert also 1 200. Damit sieht die Funktionsgleichung für Max so aus:

$$f_M(t) = 400t + 1\,200 \quad (1)$$

Zu 2:

Die Zeit bis zum Überholen ist der t -Wert des Geradenschnittpunktes. Zur Berechnung werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcll} f_N(t_s) & = & f_M(t_s) & \\ 450t_s & = & 400t_s + 1\,200 & | - 400t_s \\ 50t_s & = & 1\,200 & | : 50 \\ t_s & = & 24 & \end{array} \quad (4)$$

$$24 \text{ Minuten nach dem Start überholt Nils Max.} \quad (1)$$

Zu 3:

Zur Bestimmung der Strecke von Nils wird der gefundene Wert $t_s = 24$ in seine Funktionsgleichungen f_N eingesetzt.

$$s_s = 450t_s = 450 \cdot 24 = 10\,800 \quad (3)$$

Nils überholt Max nach 10 800 Metern. Dann ist Max erst 9,8 Kilometer gefahren.

$$\text{Nils kann Max überholen, noch bevor Max 10 Kilometer gefahren ist.} \quad (1)$$

0.75 LINFUNKT-29

Bei der Tour de France hat der Rennfahrer X eine Reifenpanne. Bis der Teamwagen bei ihm ankommt und ihm ein Ersatzrad geben kann, vergeht genau eine Minute. In dieser Zeit fährt das gesamte Fahrerfeld mit einer Geschwindigkeit von $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ weiter. In der Aufholjagd kann Rennfahrer X eine Geschwindigkeit von $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ schaffen.

1. Bestimmen Sie die Funktion $s = f_F(t)$ des Fahrerfeldes, die angibt, welcher Weg s nach welcher Zeit t vom Fahrerfeld zurückgelegt wird. Legen Sie dabei den Zeitpunkt $t = 0$ auf den Zeitpunkt der Panne.
2. Bestimmen Sie die Funktion $s = f_X(t)$ des Rennfahrers X, die die Bewegung des Rennfahrers X in der Aufholjagd beschreibt.
3. Wie lange muss Rennfahrer X mit $48 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ fahren, bis er das Fahrerfeld wieder eingeholt hat? Welche Wegstrecke legt er dabei zurück?

Lösung: Alle Zeiten werden in *Minuten* angegeben, alle Strecken in der Einheit *Kilometer*. Dann können die Einheiten in der Rechnung weggelassen werden.

Zu 1:

Die Normalform für eine Lineare Funktion lautet allgemein:

$$y = f(x) = mx + b$$

oder mit den verwendeten Variablen t und s hier speziell:

$$s = f(t) = mt + b$$

Der Start des Fahrerfeldes zum Zeitpunkt $t = 0$ bedeutet:

$$b = 0 \quad (2)$$

In einer Zeit Δt von $1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ legt es die Strecke Δs von 45 Kilometern zurück. Damit kann die Steigung m der Funktion bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{45}{60} = 0,75 \quad (3)$$

Hiermit kann die Funktion f_F des Fahrerfeldes angegeben werden:

$$f_F(t) = 0,75t \quad (1)$$

Zu 2:

Die Geschwindigkeitsangabe von Rennfahrer X bedeutet, dass er in einer Zeit von $\Delta t = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ eine Strecke $\Delta s = 48 \text{ km}$ zurücklegt. Daraus kann die Steigung m bestimmt werden.

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{48}{60} = 0,8 \quad (3)$$

Damit sieht die Funktionsgleichung für Rennfahrer X zunächst so aus:

$$f_X(t) = 0,8t + b \quad (1)$$

Der Rennfahrer X fährt erst los, wenn das Fahrerfeld bereits eine Minute unterwegs ist. Nach der Zeit $t = 1$ hat er die Strecke $s = 0$ zurückgelegt. Diese Daten können in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

$$\begin{array}{rcl} f_X(1) & = & 0 \\ 0,8 \cdot 1 + b & = & 0 \quad | -0,8 \\ b & = & -0,8 \end{array} \quad (3)$$

Damit kann die Funktionsgleichung für Rennfahrer X angegeben werden.

$$f_X(t) = 0,8t - 0,8 \quad (1)$$

Zu 3:

Zeitpunkt und Ort des Einholens ist geometrisch der Schnittpunkt der Funktionsgraphen. Dazu werden die Funktionsterme gleichgesetzt.

$$\begin{array}{rcl} f_F(t_s) & = & f_X(t_s) \\ 0,75t_s & = & 0,8t_s - 0,8 \quad | -8,8t_s \\ -0,05t_s & = & -0,8 \quad | : (-0,05) \\ t_s & = & 16 \end{array} \quad (3)$$

16 Minuten nach Beginn der Panne, also nach einer 15-minütigen Aufholjagd holt Rennfahrer X das Feld wieder ein.

Die zugehörige Wegstrecke wird durch Einsetzen des gefundenen Wertes in eine der beiden Funktionsgleichungen bestimmt.

$$s_s = f_F(t_s) = 0,75 \cdot 16 = 12 \quad (2)$$

Ergebnis:

Rennfahrer X muss in 15 Minuten 12 Kilometer weit fahren, um das Feld einzuholen.

(1)

0.76 LINFUNKT-30a

Silke hat die Wahl zwischen zwei verschiedenen Tarifen für ihr Handy.

Tarif A: Jede Minute kostet 0,35 €, eine monatliche Grundgebühr gibt es nicht.

Tarif B: Bei einer monatlichen Grundgebühr von 4,80 € kostet jede Minute 0,15 €.

1. Geben Sie für Tarif A eine Funktion an, die die monatlichen Kosten K als Funktion der vertelefonierten Zeit t angibt. $K = f_A(t)$
2. Geben Sie für Tarif B eine Funktion an, die die monatlichen Kosten K als Funktion der vertelefonierten Zeit t angibt. $K = f_B(t)$
3. Berechnen Sie, bei wievielen vertelefonierten Minuten im Monat beide Tarife gleich teuer sind. Wie hoch ist dabei die Monatsrechnung?

(20 P.)

Lösung: Als Zeit-Einheit wird grundsätzlich die Minute und als Kosteneinheit der Euro verwendet. Damit können in der Rechnung die Einheiten weggelassen werden.

zu 1:

Gesucht ist die Funktion $K = f_A(t) = m \cdot t + b$. Da es keine Grundgebühr gibt, kosten 0 Minuten 0 €. Der Funktionsgraph verläuft durch den Koordinatenursprung, daher ist:

$$b = 0 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta K}{\Delta t} \\ &= \frac{0,35}{1} \\ m &= 0,35 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_A(t) = 0,35t \quad (1)$$

zu 2:

Gesucht ist die Funktion $K = f_B(t) = m \cdot t + b$. Wegen der Grundgebühr kosten 0 Minuten 4,80 €. Daher ist:

$$b = 4,8 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta t}{0,15} \\ m &= 0,15 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_B(t) = 0,15t + 4,80 \quad (1)$$

zu 3:

Die Frage nach gleichen Kosten in beiden Tarifen ist die Frage nach dem Schnittpunkt der beiden Funktionsgeraden.

$$\begin{aligned} f_A(t_s) &= f_B(t_s) \\ 0,35t_s &= 0,15t_s + 4,8 & | - 0,15t_s \\ 0,2t_s &= 4,8 & | : 0,2 \\ t_s &= 24 \end{aligned} \quad (4)$$

Ergebnis: Bei 24 vertelefontierten Minuten im Monat sind beide Tarife gleich teuer. (1)

Zur Bestimmung der Kosten für diesen Fall wird die gefundene Zeit in eine (beliebige) der beiden Funktionen eingesetzt.

$$K_s = f_A(t_s) = 0,35 \cdot t_s = 0,35 \cdot 24 = 8,4 \quad (2)$$

Ergebnis: 24 vertelefontierten Minuten im Monat kosten in beiden Tarifen 8,40 €. (1)

0.77 LINFUNKT-30b

Sebastian hat die Wahl zwischen zwei verschiedenen Tarifen für sein Handy.

Tarif A: Jede Minute kostet 0,38 €, eine monatliche Grundgebühr gibt es nicht.

Tarif B: Bei einer monatlichen Grundgebühr von 5,40 € kostet jede Minute 0,20 €.

1. Geben Sie für Tarif A eine Funktion an, die die monatlichen Kosten K als Funktion der vertelefonierten Zeit t angibt. $K = f_A(t)$
2. Geben Sie für Tarif B eine Funktion an, die die monatlichen Kosten K als Funktion der vertelefonierten Zeit t angibt. $K = f_B(t)$
3. Berechnen Sie, bei wievielen vertelefonierten Minuten im Monat beide Tarife gleich teuer sind. Wie hoch ist dabei die Monatsrechnung?

Lösung: Als Zeit-Einheit wird grundsätzlich die Minute und als Kosteneinheit der Euro verwendet. Damit können in der Rechnung die Einheiten weggelassen werden.

zu 1:

Gesucht ist die Funktion $K = f_A(t) = m \cdot t + b$. Da es keine Grundgebühr gibt, kosten 0 Minuten 0 €. Der Funktionsgraph verläuft durch den Koordinatenursprung, daher ist:

$$b = 0 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta K}{\Delta t} \\ &= \frac{0,38}{1} \\ m &= 0,38 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_A(t) = 0,38 \cdot t \quad (1)$$

zu 2:

Gesucht ist die Funktion $K = f_B(t) = m \cdot t + b$. Wegen der Grundgebühr kosten 0 Minuten 5,40 €. Daher ist:

$$b = 5,4 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta K}{\Delta t} \\ &= \frac{0,2}{1} \\ m &= 0,2 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_B(t) = 0,2 \cdot t + 5,4 \quad (1)$$

zu 3:

Die Frage nach gleichen Kosten in beiden Tarifen ist die Frage nach dem Schnittpunkt der beiden Funktionsgeraden.

$$\begin{array}{rcll} f_A(t_s) & = & f_B(t_s) & \\ 0,38t_s & = & 0,2t_s + 5,4 & | - 0,2t_s \\ 0,18t_s & = & 5,40 & | : 0,18 \\ t_s & = & 30 & \end{array} \quad (4)$$

Ergebnis: Bei 30 vertelefonierten Minuten im Monat sind beide Tarife gleich teuer. (1)

Zur Bestimmung der Kosten für diesen Fall wird die gefundene Zeit in eine (beliebige) der beiden Funktionen eingesetzt.

$$K_s = f_A(t_s) = 0,38 \cdot t_s = 0,38 \cdot 30 = 11,4 \quad (2)$$

Ergebnis: 30 vertelefonierte Minuten im Monat kosten in beiden Tarifen 11,40 €. (1)

0.78 LINFUNKT-31a

Bruno hat die Wahl zwischen zwei Tarifen für seinen Stromanschluss seiner neuen Wohnung. (Die elektrische Energie hat das Formelzeichen E und die Einheit *Kilowattstunden* mit dem Einheitenzeichen kWh.)

Tarif A: Jede Kilowattstunde kostet 0,95 €, eine jährliche Grundgebühr gibt es nicht.

Tarif B: Bei einer jährlichen Grundgebühr von 36,00 € kostet jede Kilowattstunde 0,15 €.

1. Geben Sie für Tarif A eine Funktion an, die die jährlichen Kosten K als Funktion der verbrauchten elektrischen Energie E angibt. $K = f_A(E)$
2. Geben Sie für Tarif B eine Funktion an, die die jährlichen Kosten K als Funktion der verbrauchten elektrischen Energie E angibt. $K = f_B(E)$
3. Berechnen Sie, bei wievielen verbrauchten Kilowattstunden im Jahr beide Tarife gleich teuer sind. Wie hoch ist dabei die Jahressrechnung?

(20 P.)

Lösung: Als Energieeinheit wird grundsätzlich die Kilowattstunde kWh und als Kosteneinheit der Euro € verwendet. Damit können in der Rechnung die Einheiten weggelassen werden.

zu 1:

Gesucht ist die Funktion $K = f_A(E) = m \cdot E + b$. Da es keine Grundgebühr gibt, kosten 0 kWh 0 €. Der Funktionsgraph verläuft durch den Koordinatenursprung, daher ist:

$$b = 0 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta K}{\Delta E} \\ &= \frac{0,95}{1} \\ m &= 0,95 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_A(E) = 0,95 \cdot E \quad (1)$$

zu 2:

Gesucht ist die Funktion $K = f_B(E) = m \cdot E + b$. Wegen der Grundgebühr kosten 0 kWh 36 €. Daher ist:

$$b = 36 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta K}{\Delta E} \\ &= \frac{1}{0,15} \\ m &= 0,15 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_B(E) = 0,15 \cdot E + 36 \quad (1)$$

zu 3:

Die Frage nach gleichen Kosten in beiden Tarifen ist die Frage nach dem Schnittpunkt der beiden Funktionsgeraden.

$$\begin{aligned} f_A(E_s) &= f_B(E_s) \\ 0,95E_s &= 0,15E_s + 36 & | - 0,15E_s \\ 0,8E_s &= 36 & | : 0,8 \\ E_s &= 45 \quad (3) \end{aligned}$$

Ergebnis: Bei 45 verbrauchten Kilowattstunden im Jahr sind beide Tarife gleich teuer. (1)

Zur Bestimmung der Kosten für diesen Fall wird die gefundene Energiemenge in eine (beliebige) der beiden Funktionen eingesetzt.

$$K_s = f_A(E_s) = 0,95 \cdot E_s = 0,95 \cdot 45 = 42,75 \quad (3)$$

Ergebnis: 45 verbrauchte Kilowattstunden im Jahr kosten in beiden Tarifen 42,75 €. (1)

0.79 LINFUNKT-31b

Sie können zwischen zwei Tarifen für die Stromversorgung wählen. (Die elektrische Energie hat das Formelzeichen E und die Einheit *Kilowattstunden* mit dem Einheitenzeichen kWh.)

Tarif 1: Grundpreis 120 €, Arbeitspreis 0,32 € je Kilowattstunde

Tarif 2: Grundpreis 95 €, Arbeitspreis 0,36 € je Kilowattstunde

- Geben Sie für Tarif 1 die Kostenfunktion $K = f_1(W)$ an, die die jährlichen Kosten K in Abhängigkeit der verbrauchten Energie W angibt.
- Geben Sie für Tarif 2 die Kostenfunktion $K = f_2(W)$ an, die die jährlichen Kosten K in Abhängigkeit der verbrauchten Energie W angibt.
- Berechnen Sie, bei welchem Jahresverbrauch beide Tarife gleich teuer sind.

Hinweis: Die Kostenfunktion ist eine **Lineare** Funktion. (20 P.)

Lösung: Als Energieeinheit wird grundsätzlich die Kilowattstunde kWh und als Kosteneinheit der Euro € verwendet. Damit können in der Rechnung die Einheiten weglassen werden.

zu 1:

Gesucht ist die Funktion $K = f_A(E) = m \cdot E + b$. Wegen der Grundgebühr kosten 0 kWh 120 €. Daher ist:

$$b = 120 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta K}{\Delta E} \\ &= \frac{0,32}{1} \\ m &= 0,32 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_A(E) = 0,32 \cdot E + 120 \quad (1)$$

zu 2:

Gesucht ist die Funktion $K = f_B(E) = m \cdot E + b$. Wegen der Grundgebühr kosten 0 kWh 95 €. Daher ist:

$$b = 95 \quad (2)$$

Für die Steigung m gilt:

$$\begin{aligned} m &= \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{\Delta E}{0,36} \\ m &= 0,36 \quad (3) \end{aligned}$$

Damit kann die Funktionsgleichung angegeben werden:

$$f_B(E) = 0,36 \cdot E + 95 \quad (1)$$

zu 3:

Die Frage nach gleichen Kosten in beiden Tarifen ist die Frage nach dem Schnittpunkt der beiden Funktionsgeraden.

$$\begin{aligned} f_A(E_s) &= f_B(E_s) \\ 0,32E_s + 120 &= 0,36E_s + 95 & | -120 - 0,36E_s \\ -0,04E_s &= -25 & | : (-0,04) \\ E_s &= 625 \end{aligned} \quad (3)$$

Ergebnis:

$$\text{Bei 625 verbrauchten Kilowattstunden im Jahr sind beide Tarife gleich teuer.} \quad (1)$$

Zur Bestimmung der Kosten für diesen Fall wird die gefundene Energiemenge in eine (beliebige) der beiden Funktionen eingesetzt.

$$K_s = f_A(E_s) = 0,32 \cdot E_s + 120 = 0,32 \cdot 625 + 12 = 320 \quad (3)$$

Ergebnis:

$$625 \text{ verbrauchte Kilowattstunden im Jahr kosten in beiden Tarifen } 320 \text{ €}. \quad (1)$$