

Aufgabensammlung Grundlagen

27. Februar 2015

Inhaltsverzeichnis

1	Rechnen mit Klammern	2
1.1	KLAMMER-01	2
1.2	KLAMMER-02	3
1.3	KLAMMER-03	4
1.4	KLAMMER-04	6
1.5	KLAMMER-05	7
2	Binomische Formeln	8
2.1	BINOMI-01	8
2.2	BINOMI-02	9
2.3	BINOMI-03	10
2.4	BINOMI-04	11
3	Polynomdivision	12
3.1	POLYNOMDIV-01	12
3.2	POLYNOMDIV-02	13
3.3	POLYNOMDIV-03	15
3.4	POLYNOMDIV-04	17

1 Rechnen mit Klammern

1.1 KLAMMER-01

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)

$$(2a - b) - (2b + c) - (-a + 2c) = \dots$$

b)

$$-3(x - 2y) + 4(z - x) - 2(-y - 2z) = \dots$$

c)

$$(2u - 3v) \cdot (-3u - 4v) - (-5u^2 + 6uv + 12v^2) = \dots$$

d)

$$(-5p + 4q - 3r) - \left(6p - 2q + 3r - 3 \cdot (4p + 2q - 3r)\right) = \dots$$

e)

$$5x - 2 \cdot \left(2x + 3y - (4x - 2y - (-3x + 3y))\right) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} & (2a - b) - (2b + c) - (-a + 2c) \\ = & 2a - b - 2b - c + a - 2c \\ = & 3a - 3b - 3c \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & -3(x - 2y) + 4(z - x) - 2(-y - 2z) \\ = & -3x + 6y + 4z - 4x + 2y + 4z \\ = & -7x + 8y + 8z \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & (2u - 3v) \cdot (-3u - 4v) - (-5u^2 + 6uv + 12v^2) \\ = & -6u^2 - 8uv + 9uv + 12v^2 + 5u^2 - 6uv - 12v^2 \\ = & -u^2 - 5uv \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} & (-5p + 4q - 3r) - (6p - 2q + 3r - 3 \cdot (4p + 2q - 3r)) \\ = & -5p + 4q - 3r - (6p - 2q + 3r - 12p - 6q + 9r) \\ = & -5p + 4q - 3r - (-6p - 8q + 12r) \\ = & -5p + 4q - 3r + 6p + 8q - 12r \\ = & p + 12q - 15r \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} & 5x - 2 \cdot (2x + 3y - (4x - 2y - (-3x + 3y))) \\ = & 5x - 2 \cdot (2x + 3y - (4x - 2y + 3x - 3y)) \\ = & 5x - 2 \cdot (2x + 3y - (7x - 5y)) \\ = & 5x - 2 \cdot (2x + 3y - 7x + 5y) \\ = & 5x - 2 \cdot (-5x + 8y) \\ = & 5x + 10x - 16y \\ = & 15x - 16y \end{aligned}$$

1.2 KLAMMER-02

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)

$$(3u - 2v + w) - (2v + 2w) - (2u - w) = \dots$$

b)

$$-5(a - 3b) + 2(c - a) - 3(-b - 2c) = \dots$$

c)

$$(2m - 5n) \cdot (-2m - 3n) - (-5m^2 + 7mn + 15n^2) = \dots$$

d)

$$(-4x + 3y - 5z) - (5x - 3y + 4z - 2 \cdot (5x + 3y - 2z)) = \dots$$

e)

$$8p - 2 \cdot (3p + 2q - (5p - 3q - (-2p + 3q))) = \dots$$

Lösung:**a)**

$$\begin{aligned}
& (3u - 2v + w) - (2v + 2w) - (2u - w) \\
= & 3u - 2v + w - 2v - 2w - 2u + w \\
= & u - 4v
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
& -5(a - 3b) + 2(c - a) - 3(-b - 2c) \\
= & -5a + 15b + 2c - 2a + 3b + 6c \\
= & -7a + 18b + 8c
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
& (2m - 5n) \cdot (-2m - 3n) - (-5m^2 + 7mn + 15n^2) \\
= & -4m^2 - 6mn + 10mn + 15n^2 + 5m^2 - 7mn - 15n^2 \\
= & m^2 - 3mn
\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}
& (-4x + 3y - 5z) - \left(5x - 3y + 4z - 2 \cdot (5x + 3y - 2z)\right) \\
= & -4x + 3y - 5z - (5x - 3y + 4z - 10x - 6y + 4z) \\
= & -4x + 3y - 5z - (-5x - 9y + 8z) \\
= & -4x + 3y - 5z + 5x + 9y - 8z \\
= & x + 12y - 13z
\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}
& 8p - 2 \cdot \left(3p + 2q - (5p - 3q - (-2p + 3q))\right) \\
= & 8p - 2 \cdot \left(3p + 2q - (5p - 3q + 2p - 3q)\right) \\
= & 8p - 2 \cdot \left(3p + 2q - (7p - 6q)\right) \\
= & 8p - 2 \cdot (3p + 2q - 7p + 6q) \\
= & 8p - 2 \cdot (-4p + 8q) \\
= & 8p + 8p - 16q \\
= & 16p - 16q
\end{aligned}$$

1.3 KLAMMER-03

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)

$$-(5r - 3s) + (2s + 3t) - (-4t + 2r) = \dots$$

b)

$$-4(a - 2b) + 3(c - a) - 2(-b - 4c) = \dots$$

c)

$$(3x - 4y) \cdot (-3x - 5y) - (-8x^2 + 2xy + 20y^2) = \dots$$

d)

$$(-2u + 5v - 3w) - (4u - 2v + 3w - 3 \cdot (2u + 2v - 3w)) = \dots$$

e)

$$9p - 3 \cdot (2p + 4q - (3p - 5q - (-3p + 4q))) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} & -(5r - 3s) + (2s + 3t) - (-4t + 2r) \\ = & -5r + 3s + 2s + 3t + 4t - 2r \\ = & -7r + 5s + 7t \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & -4(a - 2b) + 3(c - a) - 2(-b - 4c) \\ = & -4a + 8b + 3c - 3a + 2b + 8c \\ = & -7a + 10b + 11c \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & (3x - 4y) \cdot (-3x - 5y) - (-8x^2 + 2xy + 20y^2) \\ = & -9x^2 - 15xy + 12xy + 20y^2 + 8x^2 - 2xy - 20y^2 \\ = & -x^2 - 5xy \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} & (-2u + 5v - 3w) - (4u - 2v + 3w - 3 \cdot (2u + 2v - 3w)) \\ = & -2u + 5v - 3w - (4u - 2v + 3w - 6u - 6v + 9w) \\ = & -2u + 5v - 3w - (-2u - 8v + 12w) \\ = & -2u + 5v - 3w + 2u + 8v - 12w \\ = & 13v - 15w \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} & 9p - 3 \cdot (2p + 4q - (3p - 5q - (-3p + 4q))) \\ = & 9p - 3 \cdot (2p + 4q - (3p - 5q + 3p - 4q)) \\ = & 9p - 3 \cdot (2p + 4q - (6p - 9q)) \\ = & 9p - 3 \cdot (2p + 4q - 6p + 9q) \\ = & 9p - 3 \cdot (-4p + 13q) \\ = & 9p + 12p - 39q \\ = & 21p - 39q \end{aligned}$$

1.4 KLAMMER-04

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)

$$-(2x - 2y - 3z) - (-4z + x - 2y) + (5y + 2z - 2x) = \dots$$

b)

$$-5(a - 4b) + 6(c - 2a) - 2(-b - c) = \dots$$

c)

$$(5g - 2h) \cdot (-2g - 3h) - (-9g^2 + 3gh + 6h^2) = \dots$$

d)

$$(-3u + 4v - 5w) - \left(5u - 4v + 2w - 2 \cdot (3u + 2v - 4w)\right) = \dots$$

e)

$$6p - 4 \cdot \left(9p + 4q - (4p - 2q - (-3p + 4q))\right) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} & -(2x - 2y - 3z) - (-4z + x - 2y) + (5y + 2z - 2x) \\ = & -2x + 2y + 3z + 4z - x + 2y + 5y + 2z - 2x \\ = & -5x + 9y + 9z \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & -5(a - 4b) + 6(c - 2a) - 2(-b - c) \\ = & -5a + 20b + 6c - 12a + 2b + 2c \\ = & -17a + 22b + 8c \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & (5g - 2h) \cdot (-2g - 3h) - (-9g^2 + 3gh + 6h^2) \\ = & -10g^2 - 15gh + 4gh + 6h^2 + 9g^2 - 3gh - 6h^2 \\ = & -g^2 - 14gh \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} & (-3u + 4v - 5w) - \left(5u - 4v + 2w - 2 \cdot (3u + 2v - 4w)\right) \\ = & -3u + 4v - 5w - (5u - 4v + 2w - 6u - 4v + 8w) \\ = & -3u + 4v - 5w - (-u - 8v + 10w) \\ = & -3u + 4v - 5w + u + 8v - 10w \\ = & -2u + 12v - 15w \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} & 6p - 4 \cdot \left(9p + 4q - (4p - 2q - (-3p + 4q)) \right) \\ = & 6p - 4 \cdot \left(9p + 4q - (4p - 2q + 3p - 4q) \right) \\ = & 6p - 4 \cdot \left(9p + 4q - (7p - 6q) \right) \\ = & 6p - 4 \cdot (9p + 4q - 7p + 6q) \\ = & 6p - 4 \cdot (2p + 10q) \\ = & 6p - 8p - 40q \\ = & 2p - 40q \end{aligned}$$

1.5 KLAMMER-05

Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)

$$-(-4a - 2b + 2c) + (-a + 3b - 5c) - (2b - 2a - 7c) = \dots$$

b)

$$-2(x - 3y) + 5(z - 2x) - 3(x - 2y + z) = \dots$$

c)

$$(6p - 3q) \cdot (-4p - 5q) - (-20p^2 + 6pq + 15q^2) = \dots$$

d)

$$(-5u + 2v - 3w) - \left(7u - 3v + 5w - 2 \cdot (3u + 2v - 4w) \right) = \dots$$

e)

$$9e - 4 \cdot \left(10e + 2f - (4e - 3f - (-3e + 2f)) \right) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{aligned} & -(-4a - 2b + 2c) + (-a + 3b - 5c) - (2b - 2a - 7c) \\ = & 4a + 2b - 2c - a + 3b - 5c - 2b + 2a + 7c \\ = & 5a + 3b \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & -2(x - 3y) + 5(z - 2x) - 3(x - 2y + z) \\ = & -2x + 6y + 5z - 10x - 3x + 6y - 3z \\ = & -15x + 12y + 2z \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & (6p - 3kq) \cdot (-4p - 5q) - (-20p^2 + 6pq + 15q^2) \\ = & -24p^2 - 30pq + 12pq + 15q^2 + 20p^2 - 6pq - 15q^2 \\ = & -4p^2 - 24pq \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} & (-5u + 2v - 3w) - \left(7u - 3v + 5w - 2 \cdot (3u + 2v - 4w) \right) \\ = & -5u + 2v - 3w - (7u - 3v + 5w - 6u - 4v + 8w) \\ = & -5u + 2v - 3w - (u - 7v + 13w) \\ = & -5u + 2v - 3w - u + 7v - 13w \\ = & -6u + 9v - 16w \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} & 9e - 4 \cdot \left(10e + 2f - (4e - 3f - (-3e + 2f)) \right) \\ = & 9e - 4 \cdot (10e + 2f - (4e - 3f + 3e - 2f)) \\ = & 9e - 4 \cdot (10e + 2f - (7e - 5f)) \\ = & 9e - 4 \cdot (10e + 2f - 7e + 5f) \\ = & 9e - 4 \cdot (3e + 7f) \\ = & 9e - 12e - 28f \\ = & -3e - 28f \end{aligned}$$

2 Binomische Formeln

2.1 BINOMI-01

a) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$4x^2 - 9 = \dots$$

b) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$a^4c^2 + 4a^3c^3 + 4a^2c^4 = \dots$$

c) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$16a - 25b = \dots$$

d) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$9a^2b^2 + \dots + 4b^2 = (\dots)^2$$

- e) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$25p^4q^2 - 30p^3q^4 + \dots = (\dots)^2$$

Lösung:

a)

$$4x^2 - 9 = (2x + 3) \cdot (2x - 3)$$

b)

$$a^4c^2 + 4a^3c^3 + 4a^2c^4 = (a^2c + 2ac^2)^2$$

c)

$$16a - 25b = (4\sqrt{a} + 5\sqrt{b}) \cdot (4\sqrt{a} - 5\sqrt{b})$$

d)

$$9a^2b^2 + 12ab^2 + 4b^2 = (3ab + 2b)^2$$

e)

$$25p^4q^2 - 30p^3q^4 + 9p^2q^6 = (5p^2q - 3pq^3)^2$$

2.2 BINOMI-02

- a) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$9p^2 - 25 = \dots$$

- b) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$4x^4y^2 + 4x^3y^3 + x^2y^4 = \dots$$

- c) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$4m - 9n = \dots$$

- d) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$4x^2y^2 + \dots + 9y^4 = (\dots)^2$$

- e) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$4a^4b^2 - 16a^3b^4 + \dots = (\dots)^2$$

Lösung:

a)

$$9p^2 - 25 = (3p + 5) \cdot (3p - 5)$$

b)

$$4x^4y^2 + 4x^3y^3 + x^2y^4 = (2x^2y + xy^2)^2$$

c)

$$4m - 9n = (2\sqrt{m} + 3\sqrt{n}) \cdot (2\sqrt{m} - 3\sqrt{n})$$

d)

$$4x^2y^2 + 12xy^3 + 9y^4 = (2xy + 3y^2)^2$$

e)

$$4a^4b^2 - 16a^3b^4 + 16a^2b^6 = (2a^2b - 4ab^3)^2$$

2.3 BINOMI-03

a) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$49k^4 - 64 = \dots$$

b) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$9a^4b^2 + 12a^3b^3 + 4a^2b^4 = \dots$$

c) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$16a - 25b = \dots$$

d) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$9u^4 + \dots + 25u^2v^2 = (\dots)^2$$

e) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$16x^6y^2 - 48x^4y^3 + \dots = (\dots)^2$$

Lösung:

a)

$$49k^4 - 64 = (7k^2 + 8) \cdot (7k^2 - 8)$$

b)

$$9a^4b^2 + 12a^3b^3 + 4a^2b^4 = (3a^2b + 2ab^2)$$

c)

$$16a - 25b = (4\sqrt{a} + 5\sqrt{b}) \cdot (4\sqrt{a} - 5\sqrt{b})$$

d)

$$9u^4 + 30u^3v + 25u^2v^2 = (3u^2 + 5uv)^2$$

e)

$$16x^6y^2 - 48x^4y^3 + 36x^2y^4 = (4x^3y - 6xy^2)^2$$

2.4 BINOMI-04

a) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$81a^6 - 49 = \dots$$

b) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$16x^4y^2 + 24x^3y^3 + 9x^2y^4 = \dots$$

c) Wandeln Sie den Summenterm mit Hilfe der Binomischen Formeln in ein Produkt um!

$$36u - 25v = \dots$$

d) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$4x^4 + \dots + 16x^2y^2 = (\dots)^2$$

e) Ergänzen Sie die fehlenden Terme, so dass sich eine Binomische Formel ergibt!

$$36x^6y^4 - 36x^5y^3 + \dots = (\dots)^2$$

Lösung:

a)

$$81a^6 - 49 = (9a^3 + 7) \cdot (9a^3 - 7)$$

b)

$$16x^4y^2 + 24x^3y^3 + 9x^2y^4 = 4x^2y + 3xy^2$$

c)

$$36u - 25v = (6\sqrt{u} + 5\sqrt{v}) \cdot (6\sqrt{u} - 5\sqrt{v})$$

d)

$$4x^4 + 16x^3y + 16x^2y^2 = (2x^2 + 4xy)^2$$

e)

$$36x^6y^4 - 36x^5y^3 + 9x^4y = (6x^3y^2 - 3x^2y)^2$$

3 Polynomdivision

3.1 POLYNOMDIV-01

Führen Sie eine Polynomdivision durch!

a)

$$(2x^2 - 13x + 15) : (2x - 3) = \dots$$

b)

$$(12x^2 - 27) : (2x + 3) = \dots$$

c)

$$(6x^3 - 19x^2 + 14x - 10) : (2x - 5) = \dots$$

d)

$$(2x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 15x - 6) : (x^2 - 3x + 2) = \dots$$

e)

$$(20x^2 - 14x - 8x^3 + 12) : (2x - 4) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{array}{r} (2x^2 \quad -13x \quad +15) : (2x - 3) = x - 5 \\ -(2x^2 \quad \quad -3x) \\ \hline \quad \quad -10x \quad +15 \\ \quad - (-10x \quad +15) \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 (12x^2 \quad \quad -27) : (2x + 3) = 6x - 9 \\
 -(12x^2 \quad +18x) \\
 \hline
 \quad \quad -18x \quad -27 \\
 - \quad (-18x \quad -27) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 (6x^3 \quad -19x^2 \quad +14x \quad -10) : (2x - 5) = 3x^2 - 2x + 2 \\
 -(6x^3 \quad -15x^2) \\
 \hline
 \quad \quad -4x^2 \quad +14x \quad -10 \\
 - \quad (-4x^2 \quad +10x) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 4x \quad -10 \\
 - \quad (4x \quad -10) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \quad -3x^3 \quad -8x^2 \quad +15x \quad -6) : (x^2 - 3x + 2) = 2x^2 + 3x - 3 \\
 -(2x^4 \quad -6x^3 \quad +4x^2) \\
 \hline
 \quad \quad 3x^3 \quad -12x^2 \quad +15x \quad -6 \\
 - \quad (3x^3 \quad -9x^2 \quad +6x) \\
 \hline
 \quad \quad \quad -3x^2 \quad +9x \quad -6 \\
 - \quad (-3x^2 \quad +9x \quad -6) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

e) Damit die Polynomdivision durchgeführt werden kann, muss der Zählerterm erst noch sortiert werden.

$$(20x^2 - 14x - 8x^3 + 12) : (2x - 4) = (-8x^3 + 20x^2 - 14x + 12) : (2x - 4)$$

$$\begin{array}{r}
 (-8x^3 \quad +20x^2 \quad -14x \quad +12) : (2x - 4) = -4x^2 + 2x - 3 \\
 -(-8x^3 \quad +16x^2) \\
 \hline
 \quad \quad 4x^2 \quad -14x \quad +12 \\
 - \quad (4x^2 \quad -8x) \\
 \hline
 \quad \quad \quad -6x \quad +12 \\
 - \quad (-6x \quad +12) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

3.2 POLYNOMDIV-02

Führen Sie eine Polynomdivision durch!

a)

$$(3x^2 - 22x + 24) : (3x - 4) = \dots$$

b)

$$(32x^2 - 18) : (4x + 3) = \dots$$

c)

$$(8x^3 - 16x^2 + 12x - 9) : (2x - 3) = \dots$$

d)

$$(3x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 9x + 9) : (x^2 - 2x + 3) = \dots$$

e)

$$(18x^2 - 14x - 9x^3 + 4) : (3x - 2) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{array}{r} (3x^2 \quad -22x \quad +24) : (3x - 4) = x - 6 \\ -(3x^2 \quad -4x) \\ \hline \quad -18x \quad +24 \\ - \quad (-18x \quad +24) \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} (32x^2 \quad \quad -18) : (4x + 3) = 8x - 6 \\ -(32x^2 \quad +24x) \\ \hline \quad -24x \quad -18 \\ - \quad (-24x \quad -18) \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} (8x^3 \quad -16x^2 \quad +12x \quad -9) : (2x - 3) = 4x^2 - 2x + 3 \\ -(8x^3 \quad -12x^2) \\ \hline \quad -4x^2 \quad +12x \quad -9 \\ - \quad (-4x^2 \quad +6x) \\ \hline \quad \quad 6x \quad -9 \\ \quad \quad - (6x \quad -9) \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 (3x^4 \quad -7x^3 \quad +14x^2 \quad -9x \quad +9) : (x^2 - 2x + 3) = 3x^2 - x + 3 \\
 -(3x^4 \quad -6x^3 \quad +9x^2) \\
 \hline
 -x^3 \quad +5x^2 \quad -9x \quad +9 \\
 - (-x^3 \quad +2x^2 \quad -3x) \\
 \hline
 3x^2 \quad -6x \quad +9 \\
 -(3x^2 \quad -6x \quad +9) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

e) Damit die Polynomdivision durchgeführt werden kann, muss der Zählerterm erst noch sortiert werden.

$$(18x^2 - 14x - 9x^3 + 4) : (3x - 2) = (-9x^3 + 18x^2 - 14x + 4) : (3x - 2)$$

$$\begin{array}{r}
 (-9x^3 \quad +18x^2 \quad -14x \quad +4) : (3x - 2) = -3x^2 + 4x - 2 \\
 -(-9x^3 \quad +6x^2) \\
 \hline
 12x^2 \quad -14x \quad +4 \\
 - (12x^2 \quad -8x) \\
 \hline
 -6x \quad +4 \\
 - (-6x \quad +4) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

3.3 POLYNOMDIV-03

Führen Sie eine Polynomdivision durch!

a)

$$(4x^2 - 22x + 10) : (4x - 2) = \dots$$

b)

$$(12x^2 - 48) : (2x + 4) = \dots$$

c)

$$(6x^3 - 16x^2 + 17x - 6) : (3x - 2) = \dots$$

d)

$$(4x^4 - 18x^3 + 30x^2 - 18x + 10) : (x^2 - 4x + 5) = \dots$$

e)

$$(20x^2 - 22x - 16x^3 + 12) : (4x - 3) = \dots$$

Lösung:**a)**

$$\begin{array}{r}
 (4x^2 \quad -22x \quad +10) : (4x - 2) = x - 5 \\
 -(4x^2 \quad -2x) \\
 \hline
 -20x \quad +10 \\
 - (-20x \quad +10) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 (12x^2 \phantom{} -48) : (2x + 4) = 6x - 12 \\
 -(12x^2 \quad +24x) \\
 \hline
 \phantom{(12x^2 \phantom{} -48)} -24x \quad -48 \\
 - \phantom{(12x^2 \phantom{} -48)} (-24x \quad -48) \\
 \hline
 \phantom{(12x^2 \phantom{} -48)} 0
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 (6x^3 \quad -16x^2 \quad +17x \quad -6) : (3x - 2) = 2x^2 - 4x + 3 \\
 -(6x^3 \phantom{} -4x^2) \\
 \hline
 -12x^2 \quad +17x \quad -6 \\
 - (-12x^2 \phantom{} +8x) \\
 \hline
 \phantom{} 9x \quad -6 \\
 - (9x \quad -6) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 (4x^4 \quad -18x^3 \quad +30x^2 \quad -18x \quad +10) : (x^2 - 4x + 5) = 4x^2 - 2x + 2 \\
 -(4x^4 \quad -16x^3 \quad +20x^2) \\
 \hline
 -2x^3 \quad +10x^2 \quad -18x \quad +10 \\
 - (-2x^3 \quad +8x^2 \quad -10x) \\
 \hline
 \phantom{} 2x^2 \quad -8x \quad +10 \\
 - (2x^2 \quad -8x \quad +10) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

e) Damit die Polynomdivision durchgeführt werden kann, muss der Zählerterm erst noch sortiert werden.

$$(20x^2 - 22x - 16x^3 + 12) : (4x - 3) = (-16x^3 + 20x^2 - 22x + 12) : (4x - 3)$$

$$\begin{array}{r}
 (-16x^3 + 20x^2 - 22x + 12) : (4x - 3) = -4x^2 + 2x - 3 \\
 -(-16x^3 + 12x^2) \\
 \hline
 8x^2 - 22x + 12 \\
 -(8x^2 - 6x) \\
 \hline
 -16x + 12 \\
 -(-16x + 12) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

3.4 POLYNOMDIV-04

Führen Sie eine Polynomdivision durch!

a)

$$(12x^2 - 29x + 15) : (3x - 5) = \dots$$

b)

$$(50x^2 - 8) : (5x + 2) = \dots$$

c)

$$(6x^3 - 28x^2 + 34x - 12) : (6x - 4) = \dots$$

d)

$$(3x^4 - 21x^3 + 23x^2 + 15x - 12) : (x^2 - 6x + 3) = \dots$$

e)

$$(16x^2 + 31x - 42x^3 - 15) : (7x - 5) = \dots$$

Lösung:

a)

$$\begin{array}{r}
 (12x^2 - 29x + 15) : (3x - 5) = 4x - 3 \\
 -(12x^2 - 20x) \\
 \hline
 -9x + 15 \\
 -(-9x + 15) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r}
 (50x^2 - 8) : (5x + 2) = 10x - 4 \\
 -(50x^2 + 20x) \\
 \hline
 -20x - 8 \\
 -(-20x - 8) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r}
 (6x^3 \quad -28x^2 \quad +34x \quad -12) : (6x - 4) = x^2 - 4x + 3 \\
 -(6x^3 \quad -4x^2) \\
 \hline
 \quad -24x^2 \quad +34x \quad -12 \\
 - \quad (-24x^2 \quad +16x) \\
 \hline
 \quad \quad 18x \quad -12 \\
 \quad \quad -(18x \quad -12) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{r}
 (3x^4 \quad -21x^3 \quad +23x^2 \quad +15x \quad -12) : (x^2 - 6x + 3) = 3x^2 - 3x - 4 \\
 -(3x^4 \quad -18x^3 \quad +9x^2) \\
 \hline
 \quad -3x^3 \quad +14x^2 \quad +15x \quad -12 \\
 - \quad (-3x^3 \quad +18x^2 \quad -9x) \\
 \hline
 \quad \quad -4x^2 \quad +24x \quad -12 \\
 \quad \quad - \quad (-4x^2 \quad +24x \quad -12) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

e) Damit die Polynomdivision durchgeführt werden kann, muss der Zählerterm erst noch sortiert werden.

$$(-42x^3 + 16x^2 + 31x - 15) : (7x - 5) = \dots$$

$$\begin{array}{r}
 (-42x^3 \quad +16x^2 \quad +31x \quad -15) : (7x - 5) = -6x^2 - 2x + 3 \\
 -(-42x^3 \quad +30x^2) \\
 \hline
 \quad -14x^2 \quad +31x \quad -15 \\
 - \quad (-14x^2 \quad +10x) \\
 \hline
 \quad \quad 21x \quad -15 \\
 \quad \quad - \quad (21x \quad -15) \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$