

# Musterlösungen der Aufgaben unter BRUCHGL.WT

## Inhaltsverzeichnis

0.1	BRUCHGL-01 . . . . .	3
0.2	BRUCHGL-02 . . . . .	4
0.3	BRUCHGL-03 . . . . .	5
0.4	BRUCHGL-04 . . . . .	6
0.5	BRUCHGL-05 . . . . .	7
0.6	BRUCHGL-06 . . . . .	8
0.7	BRUCHGL-07 . . . . .	9
0.8	BRUCHGL-08 . . . . .	10
0.9	BRUCHGL-09 . . . . .	11
0.10	BRUCHGL-10 . . . . .	12
0.11	BRUCHGL-11 . . . . .	13
0.12	BRUCHGL-12 . . . . .	14
0.13	BRUCHGL-13 . . . . .	15
0.14	BRUCHGL-14 . . . . .	16
0.15	BRUCHGL-15 . . . . .	17
0.16	BRUCHGL-16 . . . . .	18
0.17	BRUCHGL-17 . . . . .	19
0.18	BRUCHGL-18 . . . . .	20
0.19	BRUCHGL-19 . . . . .	21
0.20	BRUCHGL-20 . . . . .	22
0.21	BRUCHGL-21 . . . . .	23
0.22	BRUCHGL-22 . . . . .	24
0.23	BRUCHGL-23 . . . . .	25
0.24	BRUCHGL-24 . . . . .	26
0.25	BRUCHGL-25 . . . . .	27
0.26	BRUCHGL-26 . . . . .	28
0.27	BRUCHGL-27 . . . . .	29
0.28	BRUCHGL-28 . . . . .	30
0.29	BRUCHGL-29 . . . . .	31
0.30	BRUCHGL-30 . . . . .	32
0.31	BRUCHGL-31 . . . . .	33
0.32	BRUCHGL-32 . . . . .	34
0.33	BRUCHGL-33 . . . . .	35
0.34	BRUCHGL-34 . . . . .	36
0.35	BRUCHGL-35 . . . . .	38
0.36	BRUCHGL-36 . . . . .	40
0.37	BRUCHGL-37 . . . . .	42

# Klassenarbeit Mathematik Nr. 1

Klasse: <b>HBF 21</b>	Name:	Datum: 04.11.2013
Punkte:	von 80      Ordnungsfaktor:	%
Blätterzahl:	Note:	

*Zu allen Aufgaben muss immer ein **vollständiger** und **nachvollziehbarer** Lösungsweg mit angegeben werden. Bitte achten Sie auf die korrekte Verwendung mathematischer Zeichen wie Gleichheitszeichen, Bruchstriche, Klammern usw. Vermeiden Sie **dezimale Näherungen** anstelle **exakter Brüche**! Es droht **Punktabzug**!*

*Bitte tragen Sie Ihren Namen sowie die Zahl der eigenen Blätter oben ein. Ordnen Sie die Blätter in eine vernünftigen Reihenfolge, bevor Sie diese zur Abgabe zusammenheften.*

## Aufgabe 1

## 0.1 BRUCHGL-01

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x+1}{x-3} - \frac{3x-4}{x-3} = 1$$

**Lösung:** Da es nur einen einzigen Nenner gibt, erübrigt sich eine explizite Nenneranalyse.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{2x+1}{x-3} - \frac{3x-4}{x-3} &= 1 \quad | \cdot (x-3) \\ (2x+1) - (3x-4) &= x-3 \quad (6) \\ 2x+1-3x+4 &= x-3 \\ -x+5 &= x-3 \quad | -5-x \\ -2x &= -8 \quad | : (-2) \\ x &= 4 \quad (7) \\ L &= \{4\} \quad (2) \end{aligned}$$

## 0.2 BRUCHGL-02

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x+1}{x-5} - \frac{4x-2}{x-5} = 1$$

**Lösung:** Da es nur einen einzigen Nenner gibt, erübrigt sich eine explizite Nenneranalyse.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{5\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{3x+1}{x-5} - \frac{4x-2}{x-5} &= 1 \quad | \cdot (x-5) \\ (3x+1) - (4x-2) &= x-5 \quad (6) \\ 3x+1-4x+2 &= x-5 \\ -x+3 &= x-5 \quad | -3-x \\ -2x &= -8 \quad | : (-2) \\ x &= 4 \quad (7) \\ L &= \{4\} \quad (2) \end{aligned}$$

### 0.3 BRUCHGL-03

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{5}{4x+8} - \frac{1}{3x+6} = \frac{x}{4x+8} + \frac{3}{18x+36}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rclcl} 4x+8 & = & 2^2 & \cdot (x+2) & \left| \begin{array}{l} EF = 3^2 = 9 \\ EF = 2^2 \cdot 3 = 12 \\ EF = 2 \quad (8) \end{array} \right. \\ 3x+6 & = & 3 & \cdot (x+2) & \\ 18x+36 & = & 2 \cdot 3^2 & \cdot (x+2) & \\ \hline HN & = & 2^2 \cdot 3^2 & \cdot (x+2) & \left| \begin{array}{l} (1) \end{array} \right. \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{5}{4x+8} - \frac{1}{3x+6} &= \frac{x}{4x+8} + \frac{3}{18x+36} \quad | \cdot HN \\ 5 \cdot 9 - 1 \cdot 12 &= 9x + 3 \cdot 2 \quad (4) \\ 45 - 12 &= 9x + 6 \quad | -6 \\ 27 &= 9x \quad | :9 \\ 3 &= x \quad (4) \\ L &= \{3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.4 BRUCHGL-04

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{5}{4x-6} - \frac{x}{6x-9} - \frac{9}{24x-36} = \frac{3}{8x-12}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rclcl} 4x-6 & = & 2 & \cdot (2x-3) & EF = 2 \cdot 3 = 6 \\ 6x-9 & = & 3 & \cdot (2x-3) & EF = 2^2 = 4 \\ 24x-36 & = & 2^2 & \cdot 3 \cdot (2x-3) & EF = 1 \\ 8x-12 & = & 2^2 & \cdot (2x-3) & EF = 3 \quad (8) \\ \hline HN & = & 2^2 & \cdot 3 \cdot (2x-3) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{5}{4x-6} - \frac{x}{6x-9} - \frac{9}{24x-36} &= \frac{3}{8x-12} \quad | \cdot HN \\ 5 \cdot 6 - 4 \cdot x - 1 \cdot 9 &= 3 \cdot 3 \quad (4) \\ 30 - 4x - 9 &= 9 \\ 21 - 4x &= 9 \quad | -21 \\ -4x &= -12 \quad | : (-4) \\ x &= 3 \quad (4) \\ L &= \{3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.5 BRUCHGL-05

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x-7}{2x-8} - \frac{8-x}{3x-12} + \frac{3x-23}{16-4x} = \frac{5x-7}{6x-24}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{lcl} 2x-8 & = & 2 \cdot (x-4) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2 \cdot 3 = -6 \\ 3x-12 & = & 3 \cdot (x-4) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2^2 = -4 \\ 16-4x & = & (-1) \cdot 2^2 \cdot (x-4) \quad | \quad EF = 3 \\ 6x-24 & = & 2 \cdot 3 \cdot (x-4) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2 = -2 \quad (8) \\ \hline HN & = & (-1) \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot (x-4) \quad | \quad (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{4\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{3x-7}{2x-8} - \frac{8-x}{3x-12} + \frac{3x-23}{16-4x} &= \frac{5x-7}{6x-24} \quad | \cdot HN \\ (3x-7) \cdot (-6) - (8-x) \cdot (-4) + (3x-23) \cdot 3 &= (5x-7) \cdot (-2) \quad (4) \\ -18x + 42 - (-32 + 4x) + 9x - 69 &= -10x + 14 \\ -18x + 42 + 32 - 4x + 9x - 69 &= -10x + 14 \\ -13x + 5 &= -10x + 14 \quad | -5 + 10x \\ -3x &= 9 \quad | : (-3) \\ x &= -3 \quad (4) \\ L &= \{-3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.6 BRUCHGL-06

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x+2}{2x-10} + \frac{4x-4}{25-5x} - \frac{18-x}{4x-20} = \frac{7x-12}{10x-50}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcll} 2x-10 & = & 2 & \cdot (x-5) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2 \cdot 5 = -10 \\ 25-5x & = & (-1) & \cdot 5 \cdot (x-5) \quad | \quad EF = 2^2 = 4 \\ 4x-20 & = & 2^2 & \cdot (x-5) \quad | \quad EF = -1 \cdot 5 = -5 \\ 10x-50 & = & 2 & \cdot 5 \cdot (x-5) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2 = -2 \quad (8) \\ \hline HN & = & (-1) & \cdot 2^2 \cdot 5 \cdot (x-5) \quad | \quad (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{5\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{3x+2}{2x-10} + \frac{4x-4}{25-5x} - \frac{18-x}{4x-20} &= \frac{7x-12}{10x-50} \quad | \cdot HN \\ (3x+2) \cdot (-10) + (4x-4) \cdot 4 - (18-x) \cdot (-5) &= (7x-12) \cdot (-2) \quad (4) \\ -30x - 20 + 16x - 16 - (-90 + 5x) &= -14x + 24 \\ -30x - 20 + 16x - 16 + 90 - 5x &= -14x + 24 \\ -19x + 54 &= -14x + 24 \quad | -54 + 14x \\ -5x &= -30 \quad | : (-5) \\ x &= 6 \quad (4) \\ L &= \{6\} \quad (1) \end{aligned}$$



## 0.7 BRUCHGL-07

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{4x-1}{3x+1} - \frac{15x^2-40x-15}{9x^2-1} = \frac{12-x}{3x-1}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{lcl|l} 3x+1 & = & (3x+1) & EF = 3x-1 \\ 9x^2-1 & = & (3x+1) \cdot (3x-1) & EF = 1 \\ 3x-1 & = & (3x-1) & EF = 3x+1 \quad (8) \\ \hline HN & = & (3x+1) \cdot (3x-1) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{4x-1}{3x+1} - \frac{15x^2-40x-15}{9x^2-1} &= \frac{12-x}{3x-1} \quad | \cdot HN \\ (4x-1) \cdot (3x-1) - (15x^2-40x-15) &= (12-x) \cdot (3x+1) \quad (4) \\ 12x^2 - 4x - 3x + 1 - 15x^2 + 40x + 15 &= 36x + 12 - 3x^2 - x \\ -3x^2 + 33x + 16 &= -3x^2 + 35x + 12 \quad | + 3x^2 - 16 - 35x \\ -2x &= -4 \quad | : (-2) \\ x &= 2 \quad (4) \\ L &= \{2\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.8 BRUCHGL-08

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{4x-1}{3x+1} - \frac{6x^2-19x-14}{9x^2-1} = \frac{2x+5}{3x-1}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{lcl|l} 3x+1 & = & (3x+1) & EF = 3x-1 \\ 9x^2-1 & = & (3x+1) \cdot (3x-1) & EF = 1 \\ 3x-1 & = & (3x-1) & EF = 3x+1 \quad (8) \\ \hline HN & = & (3x+1) \cdot (3x-1) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{4x-1}{3x+1} - \frac{6x^2-19x-14}{9x^2-1} &= \frac{2x+5}{3x-1} \quad | \cdot HN \\ (4x-1) \cdot (3x-1) - (6x^2-19x-14) &= (2x+5) \cdot (3x+1) \quad (4) \\ 12x^2-4x-3x+1-6x^2+19x+14 &= 6x^2+2x+15x+5 \\ 6x^2+12x+15 &= 6x^2+17x+5 \quad | -6x^2-15-17x \\ -5x &= -10 \quad | : (-5) \\ x &= 2 \quad (4) \\ L &= \{2\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.9 BRUCHGL-09

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{x+1}{6x-3} - \frac{3x^2+9x+3}{18x^2+3x-6} = \frac{1}{2-4x}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcl|l} 6x-3 & = & 3 \cdot (2x-1) & EF = -2 \cdot (3x+2) = -6x-4 \\ 18x^2+3x-6 & = & 3 \cdot (2x-1) \cdot (3x+2) & EF = -2 \\ 2-4x & = & -2 \cdot (2x-1) & EF = 3 \cdot (3x+2) = 9x+6 \quad (6) \\ \hline HN & = & (-2) \cdot 3 \cdot (2x-1) \cdot (3x+2) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right\} \quad (1)$$

**Nebenrechnung zur Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{r} (18x^2 + 3x - 6) : (2x-1) = 9x+6 = 3 \cdot (3x+2) \quad (3) \\ -(18x^2 - 9x) \\ \hline 12x - 6 \\ -(12x - 6) \\ \hline 0 \end{array}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{6x-3} - \frac{3x^2+9x+3}{18x^2+3x-6} &= \frac{1}{2-4x} \quad | \cdot HN \\ (x+1) \cdot (-6x-4) - (-2) \cdot (3x^2+9x+3) &= 1 \cdot (9x+6) \quad (4) \\ -6x^2-4x-6x-4+6x^2+18x+6 &= 9x+6 \\ -6x^2+8x+2 &= -6x^2+9x+6 \quad | +6x^2-2-9x \\ -x &= 4 \quad | : (-1) \\ x &= -4 \quad (4) \\ L &= \{-4\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.10 BRUCHGL-10

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{1}{4x-2} - \frac{2x^2+6x+4}{12x^2+2x-4} = \frac{x+1}{3-6x}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcl|l} 4x-2 & = & 2 & \cdot (2x-1) & EF = -3 \cdot (3x+2) = -9x-6 \\ 12x^2+2x-4 & = & 2 & \cdot (2x-1) \cdot (3x+2) & EF = -3 \\ 3-6x & = & -3 & \cdot (2x-1) & EF = 2 \cdot (3x+2) = 6x+4 \quad (6) \\ \hline HN & = & 2 & \cdot (-3) \cdot (2x-1) \cdot (3x+2) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right\} \quad (1)$$

**Nebenrechnung zur Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{r} (12x^2 + 2x - 4) : (2x-1) = 6x+4 = 2 \cdot (3x+2) \quad (3) \\ -(12x^2 - 6x) \\ \hline 8x - 4 \\ -(8x - 4) \\ \hline 0 \end{array}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{1}{4x-2} - \frac{2x^2+6x+4}{12x^2+2x-4} &= \frac{x+1}{3-6x} \quad | \cdot HN \\ 1 \cdot (-9x-6) - (-3) \cdot (2x^2+6x+4) &= (x+1) \cdot (6x+4) \quad (4) \\ -9x-6+6x^2+18x+12 &= 6x^2+4x+6x+4 \\ 6x^2+9x+6 &= 6x^2+10x+4 \quad | -6x^2-6-10x \\ -x &= -2 \quad | : (-1) \\ x &= 2 \quad (4) \\ L &= \{2\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.11 BRUCHGL-11

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x+3}{x-4} - 2 = \frac{3x-4}{x-4}$$

**Lösung:** Da es nur einen einzigen Nenner gibt, erübrigt sich eine explizite Nenneranalyse.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{4\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{2x+3}{x-4} - 2 &= \frac{3x-4}{x-4} \quad | \cdot (x-4) \\ (2x+3) - 2 \cdot (x-4) &= (3x-4) \quad (6) \\ 2x+3-2x+8 &= 3x-4 \\ 11 &= 3x-4 \quad | +4 \\ 15 &= 3x \quad | :3 \\ 5 &= x \quad (7) \\ L &= \{5\} \quad (2) \end{aligned}$$

## 0.12 BRUCHGL-12

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x+3}{x-7} - 2 = \frac{5x-7}{x-7}$$

**Lösung:** Da es nur einen einzigen Nenner gibt, erübrigt sich eine explizite Nenneranalyse.

$$D = \mathbb{R} \setminus \{7\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{3x+3}{x-7} - 2 &= \frac{5x-7}{x-7} \quad | \cdot (x-7) \\ (3x+3) - 2 \cdot (x-7) &= (5x-7) \quad (6) \\ 3x+3-2x+14 &= 5x-7 \\ x+17 &= 5x-7 \quad | -17-5x \\ -4x &= -24 \quad | : (-4) \\ x &= 6 \quad (7) \\ L &= \{6\} \quad (2) \end{aligned}$$

## 0.13 BRUCHGL-13

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{7}{6x-4} - \frac{x}{9x-6} = \frac{5}{36x-24} + \frac{3}{12x-8}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rclcl} 6x-4 & = & 2 & \cdot (3x-2) & \left| \begin{array}{l} EF = 2 \cdot 3 = 6 \\ EF = 2^2 = 4 \\ EF = 1 \\ EF = 3 \end{array} \right. \\ 9x-6 & = & 3 & \cdot (3x-2) & \\ 36x-24 & = & 2^2 & \cdot 3 \cdot (3x-2) & \\ 12x-8 & = & 2^2 & \cdot (3x-2) & (8) \\ \hline HN & = & 2^2 & \cdot 3 \cdot (3x-2) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{array}{rclcl} \frac{7}{6x-4} - \frac{x}{9x-6} & = & \frac{5}{36x-24} + \frac{3}{12x-8} & | \cdot HN \\ 7 \cdot 6 - x \cdot 4 & = & 5 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & (4) \\ 42 - 4x & = & 5 + 9 & | - 42 \\ -4x & = & -28 & | : (-4) \\ x & = & 7 & (4) \\ L & = & \{7\} & (1) \end{array}$$

## 0.14 BRUCHGL-14

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{7}{6x-2} - \frac{5}{36x-12} = \frac{3}{12x-4} + \frac{x}{9x-3}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcll} 6x-2 & = & 2 & \cdot (3x-1) \mid EF = 2 \cdot 3 = 6 \\ 36x-12 & = & 2^2 \cdot 3 & \cdot (3x-1) \mid EF = 1 \\ 12x-4 & = & 2^2 & \cdot (3x-1) \mid EF = 3 \\ 9x-3 & = & 3 & \cdot (3x-1) \mid EF = 2^2 = 4 \quad (8) \\ \hline HN & = & 2^2 \cdot 3 & \cdot (3x-1) \mid (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{array}{rcll} \frac{7}{6x-2} - \frac{5}{36x-12} & = & \frac{3}{12x-4} + \frac{x}{9x-3} & \mid \cdot HN \\ 7 \cdot 6 - 5 \cdot 1 & = & 3 \cdot 3 + x \cdot 4 & (4) \\ 42 - 5 & = & 9 + 4x & \mid - 9 \\ 28 & = & 4x & \mid : 4 \\ 7 & = & x & (4) \\ L & = & \{7\} & (1) \end{array}$$



## 0.15 BRUCHGL-15

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x+4}{4x-2} - \frac{7x-3}{6-12x} = \frac{3x-5}{8x-4} - \frac{5x+6}{3-6x}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rclcl} 4x-2 & = & 2 & \cdot (2x-1) & \left| \begin{array}{l} EF = 2 \cdot (-3) = -6 \\ EF = 2 \end{array} \right. \\ 6-12x & = & 2 & \cdot (-3) & \\ 8x-4 & = & 2^2 & \cdot (2x-1) & \left| \begin{array}{l} EF = -3 \\ EF = 2^2 = 4 \end{array} \right. \\ 3-6x & = & (-3) & \cdot (2x-1) & \\ \hline HN & = & 2^2 & \cdot (-3) & \cdot (2x-1) \quad (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{3x+4}{4x-2} - \frac{7x-3}{6-12x} &= \frac{3x-5}{8x-4} - \frac{5x+6}{3-6x} \quad | \cdot HN \\ (3x+4) \cdot (-6) - (7x-3) \cdot 2 &= (3x-5) \cdot (-3) - (5x+6) \cdot 4 \quad (4) \\ -18x - 24 - 14x + 6 &= -9x + 15 - 20x - 24 \\ -32x - 18 &= -29x - 9 \quad | +18 + 29x \\ -3x &= 9 \quad | : (-3) \\ x &= -3 \quad (4) \\ L &= \{-3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.16 BRUCHGL-16

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{7x-3}{12x-6} - \frac{3x+4}{2-4x} = \frac{5x+6}{6x-3} - \frac{3x-5}{4-8x}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{lcl} 12x-6 & = & 2 \cdot 3 \cdot (2x-1) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2 = -2 \\ 2-4x & = & -1 \cdot 2 \cdot (2x-1) \quad | \quad EF = 3 \cdot 2 = 6 \\ 6x-3 & = & 3 \cdot (2x-1) \quad | \quad EF = -1 \cdot 2^2 = -4 \\ 4-8x & = & -1 \cdot 2^2 \cdot (2x-1) \quad | \quad EF = 3 \quad (8) \\ \hline HN & = & -1 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot (2x-1) \quad | \quad (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{7x-3}{12x-6} - \frac{3x+4}{2-4x} &= \frac{5x+6}{6x-3} - \frac{3x-5}{4-8x} \quad | \cdot HN \\ (7x-3) \cdot (-2) - (3x+4) \cdot 6 &= (5x+6) \cdot (-4) - (3x-5) \cdot 3 \quad (4) \\ -14x+6-18x-24 &= -20x-24-9x+15 \\ -32x-18 &= -29x-9 \quad | +18+29x \\ -3x &= 9 \quad | :(-3) \\ x &= -3 \quad (4) \\ L &= \{-3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.17 BRUCHGL-17

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x-14}{3x-18} - \frac{x-9}{3x^2-108} = \frac{2x-9}{2x-12}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcll} 3x-18 & = & 3 \cdot (x-6) & EF = 2 \cdot (x+6) = 2x+12 \\ 3x^2-108 & = & 3 \cdot (x-6) \cdot (x+6) & EF = 2 \\ 2x-12 & = & 2 \cdot (x-6) & EF = 3 \cdot (x+6) = 3x+18 \quad (8) \\ \hline HN & = & 2 \cdot 3 \cdot (x-6) \cdot (x+6) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-6; 6\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{3x-14}{3x-18} - \frac{x-9}{3x^2-108} &= \frac{2x-9}{2x-12} \quad | \cdot HN \\ (3x-14) \cdot (2x+12) - (x-9) \cdot 2 &= (2x-9) \cdot (3x+18) \quad (4) \\ 6x^2 + 36x - 28x - 168 - 2x + 18 &= 6x^2 + 36x - 27x - 162 \\ 6x^2 + 6x - 150 &= 6x^2 + 9x - 162 \quad | -6x^2 + 150 - 9x \\ -3x &= -12 \quad | : (-3) \\ x &= 4 \quad (4) \\ L &= \{4\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.18 BRUCHGL-18

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x-17}{3x-21} - \frac{x-11}{3x^2-147} = \frac{2x-11}{2x-14}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcll} 3x-21 & = & 3 \cdot (x-7) & EF = 2 \cdot (x+7) = 2x+14 \\ 3x^2-147 & = & 3 \cdot (x-7) \cdot (x+7) & EF = 2 \\ 2x-14 & = & 2 \cdot (x-7) & EF = 3 \cdot (x+7) = 3x+21 \quad (8) \\ \hline HN & = & 2 \cdot 3 \cdot (x-7) \cdot (x+7) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-7; 7\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{3x-17}{3x-21} - \frac{x-11}{3x^2-147} &= \frac{2x-11}{2x-14} \quad | \cdot HN \\ (3x-17) \cdot (2x+14) - (x-11) \cdot 2 &= (2x-11) \cdot (3x+21) \quad (4) \\ 6x^2 + 42x - 34x - 238 - 2x + 22 &= 6x^2 + 42x - 33x - 231 \\ 6x^2 + 6x - 216 &= 6x^2 + 9x - 231 \quad | -6x^2 + 216 - 9x \\ -3x &= -15 \quad | : (-3) \\ x &= 5 \quad (4) \\ L &= \{5\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.19 BRUCHGL-19

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{6x+2}{4x-12} - \frac{6x+3}{3x-9} = \frac{-x^2+3x+12}{2x^2-16x+30}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcl|l} 4x-12 & = & 2^2 \cdot (x-3) & EF = 3 \cdot (x-5) = 3x-15 \\ 3x-9 & = & 3 \cdot (x-3) & EF = 2^2 \cdot (x-5) = 4x-20 \\ 2x^2-16x+30 & = & 2 \cdot (x-3) \cdot (x-5) & EF = 2 \cdot 3 = 6 \quad (6) \\ \hline HN & = & 2^2 \cdot 3 \cdot (x-3) \cdot (x-5) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3; 5\} \quad (1)$$

**Nebenrechnung zur Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{r} (2x^2 - 16x + 30) : (x-3) = 2x - 10 = 2 \cdot (x-5) \quad (3) \\ -(2x^2 - 6x) \\ \hline -10x + 30 \\ -(-10x + 30) \\ \hline 0 \end{array}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{6x+2}{4x-12} - \frac{6x+3}{3x-9} &= \frac{-x^2+3x+12}{2x^2-16x+30} \quad | \cdot HN \\ (6x+2) \cdot (3x-15) - (6x+3) \cdot (4x-20) &= (-x^2+3x+12) \cdot 6 \quad (4) \\ 18x^2 - 90x + 6x - 30 - (24x^2 - 120x + 12x - 60) &= -6x^2 + 18x + 72 \\ 18x^2 - 90x + 6x - 30 - 24x^2 + 120x - 12x + 60 &= -6x^2 + 18x + 72 \\ -6x^2 + 24x + 30 &= -6x^2 + 18x + 72 \quad | + 6x^2 - 30 - 18x \\ 6x &= 42 \quad | : 6 \\ x &= 7 \quad (4) \\ L &= \{7\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.20 BRUCHGL-20

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{10x+5}{5x-10} - \frac{10x+2}{4x-8} = \frac{-x^2+3x+2}{2x^2-12x+16}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcl|l} 5x-10 & = & 5 \cdot (x-2) & EF = 2^2 \cdot (x-4) = 4x-16 \\ 4x-8 & = & 2^2 \cdot (x-2) & EF = 5 \cdot (x-4) = 5x-20 \\ 2x^2-12x+16 & = & 2 \cdot (x-2) \cdot (x-4) & EF = 2 \cdot 5 = 10 \quad (6) \\ \hline HN & = & 2^2 \cdot 5 \cdot (x-2) \cdot (x-4) & (1) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{2; 4\} \quad (1)$$

**Nebenrechnung zur Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{r} (2x^2 - 12x + 16) : (x-2) = 2x-8 = 2 \cdot (x-4) \quad (3) \\ -(2x^2 - 4x) \\ \hline -8x + 16 \\ -(-8x + 16) \\ \hline 0 \end{array}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{10x+5}{5x-10} - \frac{10x+2}{4x-8} &= \frac{-x^2+3x+2}{2x^2-12x+16} \quad | \cdot HN \\ (10x+5) \cdot (4x-16) - (10x+2) \cdot (5x-20) &= (-x^2+3x+2) \cdot 10 \quad (4) \\ 40x^2 - 160x + 20x - 80 - (50x^2 - 200x + 10x - 40) &= -10x^2 + 30x + 20 \\ 40x^2 - 160x + 20x - 80 - 50x^2 + 200x - 10x + 40 &= -10x^2 + 30x + 20 \\ -10x^2 + 50x - 40 &= -10x^2 + 30x + 20 \quad | +10x^2 + 40 - 30x \\ 20x &= 60 \quad | : 20 \\ x &= 3 \quad (4) \\ L &= \{3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.21 BRUCHGL-21

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{6x+2}{4x-12} - \frac{6x+3}{3x-9} = \frac{-x^2+3x+2}{2x^2-16x+30}$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rcll} 4x-12 & = & 2^2 & \cdot (x-3) \\ 3x-9 & = & 3 & \cdot (x-3) \\ 2x^2-16x+30 & = & 2 & \cdot (x-3) \cdot (x-5) \\ \hline HN & = & 2^2 \cdot 3 \cdot (x-3) \cdot (x-5) & \end{array} \quad \begin{array}{l} EF = 3 \cdot (x-5) = 3x-15 \\ EF = 2^2 \cdot (x-5) = 4x-20 \\ EF = 2 \cdot 3 = 6 \quad (6) \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3; 5\} \quad (1)$$

**Nebenrechnung zur Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{r} (2x^2 - 16x + 30) : (x-3) = 2x-10 = 2 \cdot (x-5) \quad (3) \\ -(2x^2 - 6x) \\ \hline -10x + 30 \\ -(-10x + 30) \\ \hline 0 \end{array}$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{6x+2}{4x-12} - \frac{6x+3}{3x-9} &= \frac{-x^2+3x+2}{2x^2-16x+30} \quad | \cdot HN \\ (6x+2) \cdot (3x-15) - (6x+3) \cdot (4x-20) &= (-x^2+3x+2) \cdot 6 \quad (4) \\ 18x^2 - 90x + 6x - 30 - 24x^2 + 120x - 12x + 60 &= -6x^2 + 18x + 12 \\ -6x^2 + 24x + 30 &= -6x^2 + 18x + 12 \quad | + 6x^2 - 30 - 18x \\ 6x &= -18 \quad | : 6 \\ x &= -3 \quad (4) \\ L &= \{-3\} \quad (1) \end{aligned}$$

## **0.22 BRUCHGL-22**

(war identisch mit BRUCHGL-02)



## 0.23 BRUCHGL-23

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{8}{2x} - \frac{x+2}{4x} = \frac{3}{2x} - \frac{5}{4}$$

### a: Nenneranalyse

Die Nenner werden in Primfaktoren zerlegt.

$$\begin{array}{rcl|l} 2x & = & 2 & \cdot x \mid EF = 2 \\ 4x & = & 2^2 & \cdot x \mid EF = 1 \\ 4 & = & 2^2 & \mid EF = x \\ \hline HN & = & 2^2 & \cdot x \mid \end{array}$$

Hieraus ergibt sich die Definitionsmenge:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

### b: Lösung

$$\begin{aligned} \frac{8}{2x} - \frac{x+2}{4x} &= \frac{3}{2x} - \frac{5}{4} \quad | \cdot HN \\ 8 \cdot 2 - (x+2) \cdot 1 &= 3 \cdot 2 - 5 \cdot x \\ 16 - x - 2 &= 6 - 5x \\ 14 - x &= 6 - 5x \quad | -14 + 5x \\ 4x &= -8 \quad | : 4 \\ x &= -2 \\ L &= \{-2\} \end{aligned}$$

## 0.24 BRUCHGL-24

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x-2}{x+4} - 2 = \frac{4x-4}{x+4}$$

### a: Nenneranalyse

Eine ausführliche Nenneranalyse kann hier entfallen, da es nur einen einzigen Nenner gibt, nämlich  $(x+4)$ . Dieser ist somit zugleich der Hauptnenner. Damit ergibt sich die Definitionsmenge:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

### b: Lösung

$$\begin{aligned}\frac{3x-2}{x+4} - 2 &= \frac{4x-4}{x+4} \quad | \cdot HN \\ 3x-2-2 \cdot (x+4) &= 4x-4 \\ 3x-2-2x-8 &= 4x-4 \\ x-10 &= 4x-4 \quad | -4x+10 \\ -3x &= 6 \quad | : (-3) \\ x &= -2 \\ L &= \{-2\}\end{aligned}$$

## 0.25 BRUCHGL-25

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x+5}{2x+1} - \frac{8x^2-12x-1}{4x^2-1} = \frac{x-8}{1-2x}$$

### a: Nenneranalyse

Kein Nenner kann sinnvoll durch Ausklammern zerlegt werden. Da der zweite Term noch ein  $x^2$  enthält, ist hier eine weitere Zerlegungsmöglichkeit wahrscheinlich.

Als nächstes schaut man, ob eine Zerlegung mit einer Binomischen Formel möglich ist. Das ist beim zweiten Nenner mit der dritten Binomischen Formel der Fall. Dabei ergibt sich ein Faktor, der genau das **Negative des dritten Nenners** ist. Daher klammern wir im dritten Nenner eine  $(-1)$  aus.

$2x+1$	$=$	$(2x+1)$	$EF = (-1) \cdot (2x-1) = (-2x+1)$
$4x^2-1$	$=$	$(2x+1) \cdot (2x-1)$	$EF = (-1)$
$1-2x$	$=$	$(-1) \cdot (2x-1)$	$EF = (2x+1)$
$HN$	$=$	$(-1) \cdot (2x-1) \cdot (2x+1)$	

Damit ergibt sich die Definitionsmenge:

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$$

### b: Lösung

$$\begin{aligned}
 \frac{3x+5}{2x+1} - \frac{8x^2-12x-1}{4x^2-1} &= \frac{x-8}{1-2x} \quad | \cdot HN \\
 (3x+5) \cdot (-2x+1) - (8x^2-12x-1) \cdot (-1) &= (x-8) \cdot (2x+1) \\
 -6x^2+3x-10x+5+8x^2-12x-1 &= 2x^2+x-16x-8 \\
 2x^2-19x+4 &= 2x^2-15x-8 \quad | -2x^2+15x-4 \\
 -4x &= -12 \quad | : (-4) \\
 x &= 3 \\
 L &= \{3\}
 \end{aligned}$$

## 0.26 BRUCHGL-26

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x-3}{2x-6} - \frac{2x-7}{2x^2-16x+30} = \frac{3x-3}{3x-9}$$

### a: Nenneranalyse

In jedem Nenner kann eine Zahl ausgeklammert werden. Das führen wir zunächst einmal durch.

$$\begin{array}{rcl} 2x-6 & = & 2 \cdot (x-3) \\ 2x^2-16x+30 & = & 2 \cdot (x^2-8x+15) \\ 3x-9 & = & 3 \cdot (x-3) \end{array}$$

Der Faktor  $(x^2 - 8x + 15)$  aus dem zweiten Nenner enthält noch ein  $x^2$ . Es liegt also nahe, dass dieser Term noch weiter zerlegbar ist. Da wir in beiden anderen Nennern den Term  $(x - 3)$  gefunden haben, würde es uns weiter helfen, wenn genau dieser Term im Faktor  $(x^2 - 8x + 15)$  enthalten ist. Daher versuchen wir eine Polynomdivision.

$$\begin{array}{r} (x^2 - 8x + 15) : (x - 3) = x - 5 \quad (3) \\ -(x^2 - 3x) \\ \hline (-5x + 15) \\ -(-5x + 15) \\ \hline 0 \end{array}$$

Mit diesem Ergebnis können wir jetzt die Nennerzerlegung komplettieren:

$$\begin{array}{rcl|l} 2x-6 & = & 2 \cdot (x-3) & EF = 3 \cdot (x-5) = 3x-15 \\ 2x^2-16x+30 & = & 2 \cdot (x-3) \cdot (x-5) & EF = 3 \\ 3x-9 & = & 3 \cdot (x-3) & EF = 2 \cdot (x-5) = 2x-10 \quad (6) \\ \hline HN & = & 2 \cdot 3 \cdot (x-3) \cdot (x-5) & (1) \end{array}$$

Damit ergibt sich die Definitionsmenge:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3; 5\} \quad (1)$$

### b: Lösung

$$\begin{array}{rcl} \frac{2x-3}{2x-6} - \frac{2x-7}{2x^2-16x+30} & = & \frac{3x-3}{3x-9} \quad | \cdot HN \\ (2x-3) \cdot (3x-15) - (2x-7) \cdot 3 & = & (3x-3) \cdot (2x-10) \quad (4) \\ 6x^2-30x-9x+45-6x+21 & = & 6x^2-30x-6x+30 \\ 6x^2-45x+66 & = & 6x^2-36x+30 \quad | -6x^2-66+36x \\ -9x & = & -36 \quad | : (-9) \\ x & = & 4 \quad (4) \\ L & = & \{4\} \quad (1) \end{array}$$

## 0.27 BRUCHGL-27

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x-2}{4x^2-9} - \frac{3x+9}{6x+9} = \frac{2x+6}{6-4x}$$

### a: Nenneranalyse

Im ersten Nenner steckt eine Binomische Formel (3. Binom). Im zweiten und dritten Nenner kann je eine Zahl ausgeklammert werden. Dabei sollte im dritten Nenner eine **negative** Zahl ausgeklammert werden, damit der Ergebnisterm zum ersten Nenner passt. Damit ergibt sich folgende Zerlegung:

$4x^2 - 9$	$=$	$(2x + 3)$	$\cdot (2x - 3)$	$\left  \begin{array}{l} EF = 3 \cdot (-2) = -6 \end{array} \right.$
$6x + 9$	$=$	$3$	$\cdot (2x + 3)$	$\left  \begin{array}{l} EF = -2 \cdot (2x - 3) = -4x + 6 \end{array} \right.$
$6 - 4x$	$=$	$(-2)$	$\cdot (2x - 3)$	$\left  \begin{array}{l} EF = 3 \cdot (2x + 3) = 6x + 9 \end{array} \right. \quad (8)$
$HN$	$=$	$3$	$\cdot (-2)$	$\cdot (2x + 3) \cdot (2x - 3) \quad (1)$

Damit ergibt sich die Definitionsmenge:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 5; 1, 5\} \quad (2)$$

### b: Lösung

$$\begin{aligned} \frac{2x-2}{4x^2-9} - \frac{3x+9}{6x+9} &= \frac{2x+6}{6-4x} \quad | \cdot HN \\ (2x-2) \cdot (-6) - (3x+9) \cdot (-4x+6) &= (2x+6) \cdot (6x+9) \quad (4) \\ -12x + 12 + 12x^2 - 18x + 36x - 54 &= 12x^2 + 18x + 36x + 54 \quad | -12x^2 \\ 6x - 42 &= 54x + 54 \quad | -54x + 42 \\ -48x &= 96 \quad | : (-48) \\ x &= -2 \quad (4) \\ L &= \{-2\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.28 BRUCHGL-28

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x-2}{4x^2-9} - \frac{2x+6}{6-4x} = \frac{3x+9}{6x+9}$$

### a: Nenneranalyse

Im ersten Nenner steckt eine Binomische Formel (3. Binom). Im zweiten und dritten Nenner kann je eine Zahl ausgeklammert werden. Dabei sollte im zweiten Nenner eine **negative** Zahl ausgeklammert werden, damit der Ergebnisterm zum ersten Nenner passt. Damit ergibt sich folgende Zerlegung:

$$\begin{array}{rcll} 4x^2 - 9 & = & (2x+3) \cdot (2x-3) & EF = -2 \cdot 3 = -6 \\ 6 - 4x & = & (-2) \cdot (2x-3) & EF = 3 \cdot (2x+3) = 6x+9 \\ 6x+9 & = & 3 \cdot (2x+3) & EF = -2 \cdot (2x-3) = -4x+6 \quad (8) \\ \hline HN & = & -2 \cdot 3 \cdot (2x+3) \cdot (2x-3) & (1) \end{array}$$

Damit ergibt sich die Definitionsmenge:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 5; 1, 5\} \quad (2)$$

### b: Lösung

$$\begin{aligned} \frac{2x-2}{4x^2-9} - \frac{2x+6}{6-4x} &= \frac{3x+9}{6x+9} \quad | \cdot HN \\ (2x-2) \cdot (-6) - (2x+6) \cdot (6x+9) &= (3x+9) \cdot (-4x+6) \quad (4) \\ -12x+12-12x^2-18x-36x-54 &= -12x^2+18x-36x+54 \quad | +12x^2 \\ -66x-42 &= -18x+54 \quad | +18x+42 \\ -48x &= 96 \quad | : (-48) \\ x &= -2 \quad (4) \\ L &= \{-2\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.29 BRUCHGL-29

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{4x+2}{4x-28} = \frac{x+4}{2x^2-10x-28} - \frac{3x+3}{21-3x}$$

### a: Nenneranalyse

Der erste und dritte Nenner kann durch Ausklammern zerlegt werden. Für den zweiten bietet sich der Satz von Vieta an.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 10x - 28 &= 0 \quad | :2 \\ x^2 - 5x - 14 &= 0 \\ x_{1/2} &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + 14} \\ &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{56}{4}} \\ &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4}} \\ x_{1/2} &= \frac{5}{2} \pm \frac{9}{2} \\ x_1 &= 7 \quad x_2 = -2 \quad (3) \end{aligned}$$

Hiermit ergibt sich folgende Zerlegung:

$4x - 28 = 2^2$	$\cdot (x - 7)$	$EF = -3 \cdot (x + 2) = -3x - 6$
$2x^2 - 10x - 28 = 2$	$\cdot (x - 7) \cdot (x + 2)$	$EF = 2 \cdot (-3) = -6$
$21 - 3x = (-3)$	$\cdot (x - 7)$	$EF = 2^2 \cdot (x + 2) = 4x + 8 \quad (6)$
$HN = 2^2$	$\cdot (-3) \cdot (x - 7) \cdot (x + 2)$	$(1)$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 7\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{4x+2}{4x-28} &= \frac{x+4}{2x^2-10x-28} - \frac{3x+3}{21-3x} \quad | \cdot HN \\ (4x+2) \cdot (-3x-6) &= (x+4) \cdot (-6) - (3x+3) \cdot (4x+8) \quad (4) \\ -12x^2 - 24x - 6x - 12 &= -6x - 24 - 12x^2 - 24x - 12x - 24 \\ -12x^2 - 30x - 12 &= -12x^2 - 42x - 48 \quad | + 12x^2 + 12 + 42x \\ 12x &= -36 \quad | : 12 \\ x &= -3 \quad (4) \\ L &= \{-3\} \quad (1) \end{aligned}$$

### 0.30 BRUCHGL-30

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{4x+4}{28-4x} = \frac{x+4}{2x^2-10x-28} - \frac{6x+3}{6x-42}$$

#### a: Nenneranalyse

Der erste und dritte Nenner kann durch Ausklammern zerlegt werden. Für den zweiten bietet sich der Satz von Vieta an.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 10x - 28 &= 0 \quad | :2 \\ x^2 - 5x - 14 &= 0 \\ x_{1/2} &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + 14} \\ &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{56}{4}} \\ &= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{81}{4}} \\ x_{1/2} &= \frac{5}{2} \pm \frac{9}{2} \\ x_1 &= 7 \quad x_2 = -2 \quad (3) \end{aligned}$$

Hiermit ergibt sich folgende Zerlegung:

$28 - 4x$	$=$	$(-1) \cdot 2^2$	$\cdot (x - 7)$	$EF = 3 \cdot (x + 2) = 3x + 6$
$2x^2 - 10x - 28$	$=$	$2$	$\cdot (x - 7) \cdot (x + 2)$	$EF = (-1) \cdot 2 \cdot 3 = -6$
$6x - 42$	$=$	$2 \cdot 3$	$\cdot (x - 7)$	$EF = (-1) \cdot 2 \cdot (x + 2) = -2x - 4 \quad (6)$
$HN$	$=$	$(-1) \cdot 2^2 \cdot 3$	$\cdot (x - 7) \cdot (x + 2)$	$(1)$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 7\} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{4x+4}{28-4x} &= \frac{x+4}{2x^2-10x-28} - \frac{6x+3}{6x-42} \quad | \cdot HN \\ (4x+4) \cdot (3x+6) &= (x+4) \cdot (-6) - (6x+3) \cdot (-2x-4) \quad (4) \\ 12x^2 + 24x + 12x + 24 &= -6x - 24 + 12x^2 + 24x + 6x + 12 \\ 12x^2 + 36x + 24 &= 12x^2 + 24x - 12 \quad | -12x^2 - 24x - 24 \\ 12x &= -36 \quad | :12 \\ x &= -3 \quad (4) \\ L &= \{-3\} \quad (1) \end{aligned}$$



### 0.31 BRUCHGL-31

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3x-5}{2x-6} + \frac{1}{6} - \frac{2x-2}{15-5x} + \frac{14-4x}{12-4x} = \frac{x+8}{3x-9}$$

**Nenneranalyse:**

$2x-6$	$=$	$\frac{2}{6}$	$\cdot (x-3)$	$EF = -1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = -30$
$6$	$=$	$\frac{2}{6}$	$\cdot 3$	$EF = -1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (x-3) = -10x + 30$
$15-5x$	$=$	$-1$	$\cdot 5 \cdot (x-3)$	$EF = 2^2 \cdot 3 = 12$
$12-4x$	$=$	$-1 \cdot 2^2$	$\cdot (x-3)$	$EF = 3 \cdot 5 = 15$
$3x-9$	$=$	$\frac{3}{3}$	$\cdot (x-3)$	$EF = -1 \cdot 2^2 \cdot 5 = -20$ (10)
$HN$	$=$	$-1 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5$	$\cdot (x-3)$	(1)

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad (1)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{3x-5}{2x-6} + \frac{1}{6} - \frac{2x-2}{15-5x} + \frac{14-4x}{12-4x} &= \frac{x+8}{3x-9} \quad | \cdot HN \\ (3x-5) \cdot (-30) + (-10x+30) - (2x-2) \cdot 12 + (14-4x) \cdot 15 &= (x+8) \cdot (-20) \quad (3) \\ -90x + 150 - 10x + 30 - 24x + 24 + 210 - 60x &= -20x - 160 \\ -184x + 414 &= -20x - 160 \quad | + 20x - 414 \\ -164x &= -574 \quad | : (-164) \\ x &= 3,5 \quad (4) \\ L &= \{3,5\} \quad (1) \end{aligned}$$

## 0.32 BRUCHGL-32

Bestimmen Sie die die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2x-2}{5x-15} + \frac{1}{6} - \frac{x+8}{3x-9} + \frac{4x-14}{4x-12} = \frac{3x-5}{6-2x}$$

**Nenneranalyse:**

$5x - 15$	$=$	$5 \cdot (x - 3)$	$EF = -1 \cdot 2^2 \cdot 3 = -12$
$6$	$=$	$2 \cdot 3$	$EF = -1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot (x - 3) = -10x + 30$
$3x - 9$	$=$	$3 \cdot (x - 3)$	$EF = -1 \cdot 2^2 \cdot 5 = -20$
$4x - 12$	$=$	$2^2 \cdot (x - 3)$	$EF = -1 \cdot 3 \cdot 5 = -15$
$6 - 2x$	$=$	$-1 \cdot 2 \cdot (x - 3)$	$EF = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ (10)
$HN$	$=$	$-1 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (x - 3)$	(1)

$$D = \mathbb{R} \setminus \{3\} \quad (1)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned}
 \frac{2x-2}{5x-15} + \frac{1}{6} - \frac{x+8}{3x-9} + \frac{4x-14}{4x-12} &= \frac{3x-5}{6-2x} \quad | \cdot HN \\
 (2x-2)(-12) + (-10x+30) - (x+8)(-20) + (4x-14)(-15) &= (3x-5) \cdot 30 \quad (3) \\
 -24x + 24 - 10x + 30 + 20x + 160 - 60x + 210 &= 90x - 150 \\
 -74x + 424 &= 90x - 150 \quad | -424 - 90x \\
 -164x &= -574 \quad | : (-164) \\
 x &= 3,5 \quad (4) \\
 L &= \{3,5\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

### 0.33 BRUCHGL-33

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{1}{x-2} - \frac{x-1}{x^3-2x^2-9x+18} = \frac{x+3}{x^2+x-6}$$

**Nebenrechnung zum 2. Nenner:**

$$\begin{array}{r} (x^3 - 2x^2 - 9x + 18) : (x-2) = x^2 - 9 \quad (3) \\ -(x^3 - 2x^2) \\ \hline -9x + 18 \\ - (-9x + 18) \\ \hline 0 \end{array}$$

Der verbleibende Restterm passt auf die dritte Binomische Formel. Das führt zu dieser Zerlegung:

$$x^2 - 9 = (x+3) \cdot (x-3) \quad (3)$$

**Nebenrechnung zum 3. Nenner:**

Die Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned} x^2 + x - 6 &= 0 \\ x_{1/2} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} \\ &= -\frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \\ x_1 &= 2 \quad x_2 = -3 \quad (3) \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die Zerlegung:

$$x^2 + x - 6 = (x-2) \cdot (x+3)$$

**Nenneranalyse:**

$x-2$	$=$	$(x-2)$	$\text{EF} = (x-3) \cdot (x+3)$	(2)
$x^3 - 2x^2 - 9x + 18$	$=$	$(x-2) \cdot (x+3) \cdot (x-3)$	$\text{EF} = 1$	(1)
$x^2 + x - 6$	$=$	$(x-2) \cdot (x+3)$	$\text{EF} = x-3$	(2)
HN	$=$	$(x-2) \cdot (x+3) \cdot (x-3)$		(1)

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2; 3\} \quad (1)$$

**Lösung:**

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-2} - \frac{x-1}{x^3-2x^2-9x+18} &= \frac{x+3}{x^2+x-6} && | \cdot \text{HN} && (1) \\ \frac{1}{(x-3) \cdot (x+3) - (x-1)} &= \frac{x+3}{(x+3) \cdot (x-3)} && && \\ x^2 - 9 - x + 1 &= x^2 - 9 && | - x^2 + 8 && (1) \\ -x &= -1 && | : (-1) && \\ x &= 1 && && (1) \\ L &= \{1\} && && (1) \end{aligned}$$

## 0.34 BRUCHGL-34

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{2}{x-3} + \frac{3x-1}{x^2-x-6} = \frac{5x^2-3x-1}{x^3-2x^2-5x+6}$$

**Nenneranalyse:**

**Nebenrechnung zum 2. Nenner:**

Die Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned}x^2 - x - 6 &= 0 \\x_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{24}{4}} \\&= \frac{1}{2} \pm \frac{5}{2} \\x_1 = 3 \quad x_2 = -2 &\quad (3)\end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die Zerlegung:

$$x^2 - x - 6 = (x - 3) \cdot (x + 2)$$

**Nebenrechnung zum 3. Nenner:**

Auf Verdacht wird durch den ersten Nenner geteilt.

$$\begin{array}{r} (x^3 - 2x^2 - 5x + 6) : (x - 3) = x^2 + x - 2 \quad (3) \\ -(x^3 - 3x^2) \\ \hline x^2 - 5x + 6 \\ -(x^2 - 3x) \\ \hline -2x + 6 \\ -(-2x + 6) \\ \hline 0 \end{array}$$

Die weitere Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned}x^2 + x - 2 &= 0 \\x_{1/2} &= \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{8}{4}} \\&= -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \\x_1 = 1 \quad x_2 = -2 &\quad (3)\end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die weitere Zerlegung:

$$x^2 - x - 2 = (x - 1) \cdot (x + 2)$$

Damit können die zerlegten Nenner angegeben werden. Wir erhalten:

$$\begin{array}{rcl|l}
 x-3 & = & (x-3) & \text{EF} = (x-1) \cdot (x+2) \quad (1) \\
 x^2-x-6 & = & (x-3) \cdot (x+2) & \text{EF} = x-1 \quad (2) \\
 x^3-2x^2-5x+6 & = & (x-3) \cdot (x+2) \cdot (x-1) & \text{EF} = 1 \quad (1) \\
 \hline
 \text{HN} & = & (x-3) \cdot (x+2) \cdot (x-1) & \quad (1)
 \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 3\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{2}{x-3} + \frac{3x-1}{x^2-x-6} & = & \frac{5x^2-3x-1}{x^3-2x^2-5x+6} \quad | \cdot \text{HN} \\
 2 \cdot (x-1) \cdot (x+2) + (3x-1) \cdot (x-1) & = & 5x^2-3x-1 \quad (1) \\
 2 \cdot (x^2+2x-x-2) + 3x^2-3x-x+1 & = & 5x^2-3x-1 \\
 2 \cdot (x^2+x-2) + 3x^2-4x+1 & = & 5x^2-3x-1 \\
 2x^2+2x-4+3x^2-4x+1 & = & 5x^2-3x-1 \quad | -5x^2 \quad (1) \\
 -2x-3 & = & -3x-1 \quad | +3x+3 \\
 x & = & 2 \quad (1) \\
 L & = & \{2\} \quad (1)
 \end{array}$$

### 0.35 BRUCHGL-35

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3}{x-2} + \frac{2x-3}{x^2-3x+2} = \frac{5x^2+4x+6}{x^3+x^2-10x+8}$$

**Nenneranalyse:**

**Nebenrechnung zum 2. Nenner:**

Die Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= 0 \\x_{1/2} &= \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - \frac{8}{4}} \\&= \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} \\x_1 &= 2 \quad x_2 = 1 \quad (3)\end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die Zerlegung:

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 2) \cdot (x - 1)$$

**Nebenrechnung zum 3. Nenner:**

Auf Verdacht wird durch den ersten Nenner geteilt.

$$\begin{array}{r} (x^3 + x^2 - 10x + 8) : (x - 2) = x^2 + 3x - 4 \quad (3) \\ -(x^3 - 2x^2) \\ \hline 3x^2 - 10x + 8 \\ -(3x^2 - 6x) \\ \hline -4x + 8 \\ - (-4x + 8) \\ \hline 0 \end{array}$$

Die weitere Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned}x^2 + 3x - 4 &= 0 \\x_{1/2} &= -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}} \\&= -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2} \\x_1 &= 4 \quad x_2 = -1 \quad (3)\end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die weitere Zerlegung:

$$x^2 + 3x - 4 = (x - 1) \cdot (x + 4)$$

Damit können die zerlegten Nenner angegeben werden. Wir erhalten:

$$\begin{array}{rcl|l}
 x-2 & = & (x-2) & \text{EF} = (x-1) \cdot (x+4) \quad (1) \\
 x^2-3x+2 & = & (x-2) \cdot (x-1) & \text{EF} = x+4 \quad (2) \\
 x^3+x^2+10x+8 & = & (x-2) \cdot (x-1) \cdot (x+4) & \text{EF} = 1 \quad (1) \\
 \hline
 \text{HN} & = & (x-2) \cdot (x-1) \cdot (x+4) & \quad (1)
 \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 1; 2\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{array}{rcl|l}
 \frac{3}{x-2} + \frac{2x-3}{x^2-3x+2} & = & \frac{5x^2+4x+6}{x^3+x^2-10x+8} & | \cdot \text{HN} \\
 3 \cdot (x-1) \cdot (x+4) + (2x-3) \cdot (x+4) & = & 5x^2+4x+6 & (1) \\
 3 \cdot (x^2+4x-x-4) + 2x^2+8x-3x-12 & = & 5x^2+4x+6 & \\
 3 \cdot (x^2+3x-4) + 2x^2+5x-12 & = & 5x^2+4x+6 & \\
 3x^2+9x-12+2x^2+5x-12 & = & 5x^2+4x+6 & | - 5x^2 \quad (1) \\
 14x-24 & = & 4x+6 & | - 4x+24 \\
 10x & = & 30 & | : 10 \\
 x & = & 3 & (1) \\
 L & = & \{3\} & (1)
 \end{array}$$

## 0.36 BRUCHGL-36

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{3}{x-4} + \frac{2x+3}{x^2-7x+12} - \frac{5x^2-x+6}{x^3-3x^2-16x+48} = 0$$

**Nenneranalyse:**

**Nebenrechnung zum 2. Nenner:**

Die Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned} x^2 - 7x + 12 &= 0 \\ x_{1/2} &= \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{48}{4}} \\ x_{1/2} &= \frac{7}{2} \pm \frac{1}{2} \\ x_1 &= 4 \quad x_2 = 3 \end{aligned} \quad (3)$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die Zerlegung:

$$x^2 - 7x + 12 = (x - 4) \cdot (x - 3)$$

**Nebenrechnung zum 3. Nenner:**

Auf Verdacht wird durch den ersten Nenner geteilt.

$$\begin{array}{r} (x^3 - 3x^2 - 16x + 48) : (x - 4) = x^2 + x - 12 \quad (3) \\ -(x^3 - 4x^2) \\ \hline x^2 - 16x + 48 \\ -(x^2 - 4x) \\ \hline -12x + 48 \\ -(-12x + 48) \\ \hline 0 \end{array}$$

Die weitere Zerlegung erfolgt beispielsweise mit dem Satz von Vieta.

$$\begin{aligned} x^2 + x - 12 &= 0 \\ x_{1/2} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{48}{4}} \\ &= -\frac{1}{2} \pm \frac{7}{2} \\ x_1 &= 3 \quad x_2 = -4 \end{aligned} \quad (3)$$

Hieraus ergibt sich mit dem Satz von Vieta die weitere Zerlegung:

$$x^2 + x - 12 = (x - 3) \cdot (x + 4)$$



Damit können die zerlegten Nenner angegeben werden. Wir erhalten:

$$\begin{array}{rcl|l}
 x-4 & = & (x-4) & \text{EF} = (x-3) \cdot (x+4) \quad (1) \\
 x^2-7x+12 & = & (x-4) \cdot (x-3) & \text{EF} = x+4 \quad (2) \\
 x^3-3x^2-16x+48 & = & (x-4) \cdot (x-3) \cdot (x+4) & \text{EF} = 1 \quad (1) \\
 \hline
 \text{HN} & = & (x-4) \cdot (x-3) \cdot (x+4) & \quad (1)
 \end{array}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3; 4\} \quad (2)$$

**Lösung:**

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{3}{x-4} + \frac{2x+3}{x^2-7x+12} - \frac{5x^2-x+6}{x^3-3x^2-16x+48} & = & 0 \quad | \cdot \text{HN} \\
 3 \cdot (x-3) \cdot (x+4) + (2x+3) \cdot (x+4) - (5x^2-x+6) & = & 0 \quad (1) \\
 3 \cdot (x^2+x-12) + 2x^2+8x+3x+12 - 5x^2+x-6 & = & 0 \\
 3x^2+3x-36+2x^2+8x+3x+12-5x^2+x-6 & = & 0 \quad (1) \\
 15x-30 & = & 0 \quad | +30 \\
 15x & = & 30 \quad | :15 \\
 x & = & 2 \quad (1) \\
 L & = & \{2\} \quad (1)
 \end{array}$$

## 0.37 BRUCHGL-37

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{20x^2 + 49ax - 3a^2}{25x + 15a} + \frac{12x^2 + 29ax - 9a^2}{10x + 6a} = 2x + 5a$$

**Lösung:**

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{5}a \right\} \quad (1)$$

**Nenneranalyse:**

$$\begin{array}{rclcl} 25x + 15a & = & 5 & \cdot (5x + 3a) & (2) \quad EF = 2 \quad (2) \\ 10x + 6a & = & 2 & \cdot (5x + 3a) & (2) \quad EF = 5 \quad (2) \\ \hline HN & = & 5 \cdot 2 & \cdot (5x + 3a) & (2) \end{array}$$

Zusammengefasst:  $HN = 50x + 30a$

$$\begin{array}{rclcl} \frac{20x^2 + 49ax - 3a^2}{25x + 15a} + \frac{12x^2 + 29ax - 9a^2}{10x + 6a} & = & 2x + 5a & & | \cdot HN \\ (20x^2 + 49ax - 3a^2) \cdot 2 + (12x^2 + 29ax - 9a^2) \cdot 5 & = & (2x + 5a) \cdot (50x + 30a) & & \\ 40x^2 + 98ax - 6a^2 + 60x^2 + 145ax - 45a^2 & = & 100x^2 + 60ax + 250ax + 150a^2 & & (2) \\ 243ax - 51a^2 & = & 310ax + 150a^2 & & | + 51a^2 - 310ax \quad (2) \\ -67ax & = & 201a^2 & & | : (-67a) \quad (2) \\ x & = & -3a & & (2) \\ L & = & \{-3a\} & & (1) \end{array}$$