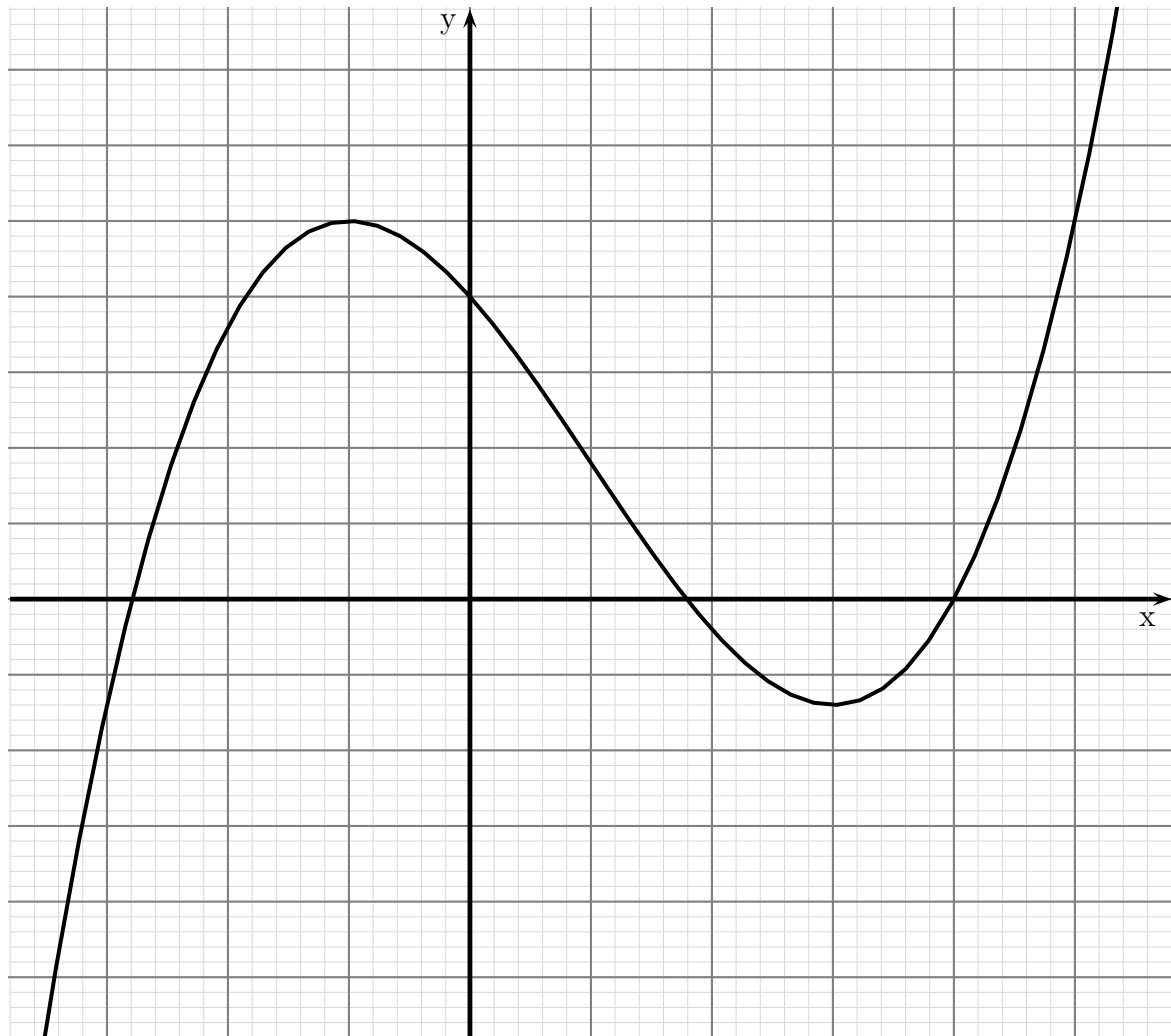
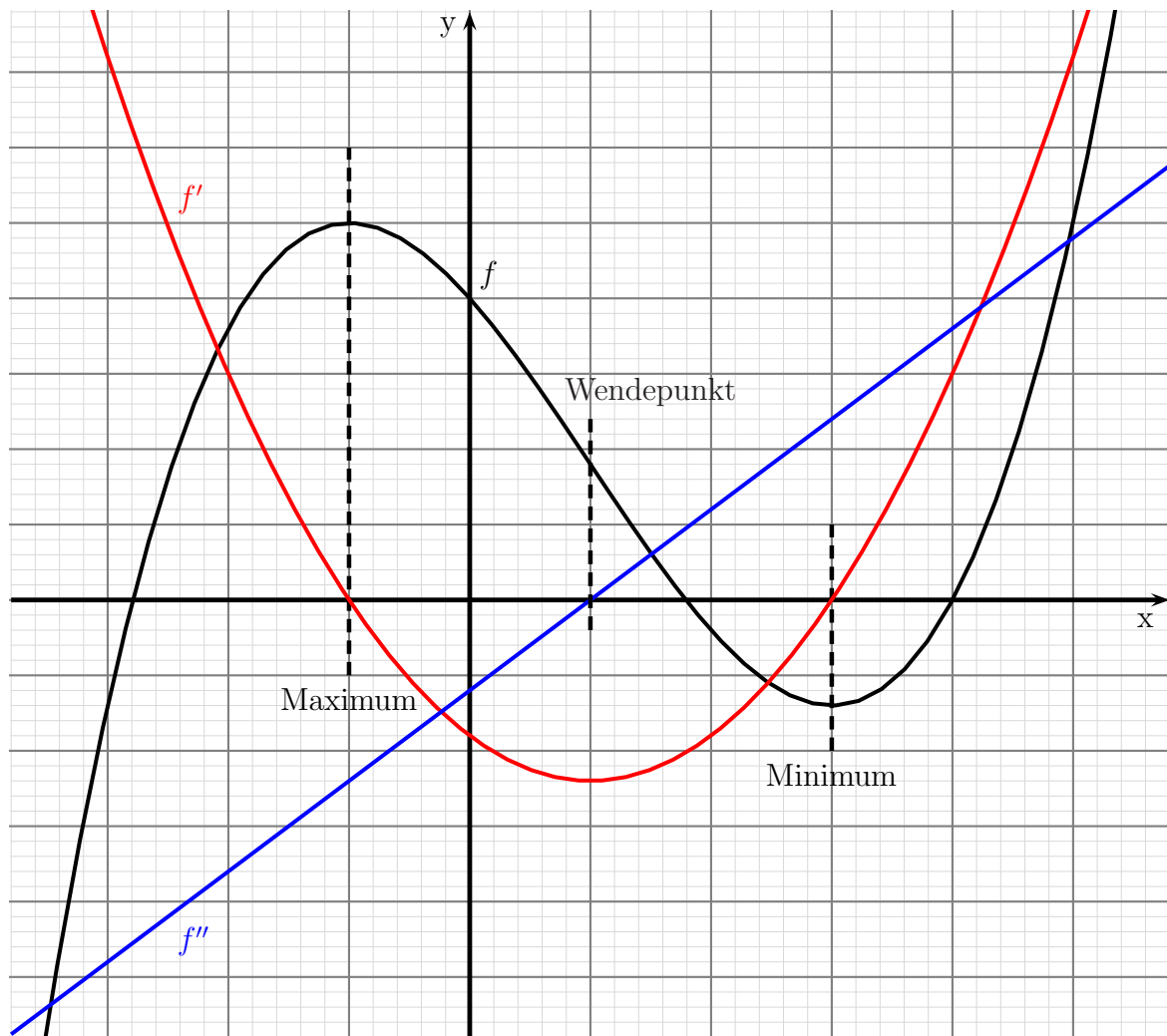


Ableitungen graphisch

Gegeben ist die Funktion $f(x)$ mit dem Funktionsverlauf im Diagramm. Skizzieren Sie in das Diagramm den Verlauf der Ableitungsfunktionen $f'(x)$ und $f''(x)$!



Lösung:



Wie kommt man zu dieser Lösung?

Im Maximum lässt sich an die Kurve für $f(x)$ eine **waagerechte** Tangente anlegen, die Steigung ist also **Null**. Da die Ableitung $f'(x)$ die Steigung von $f(x)$ als Funktionswert angibt, ist sie dort auch Null, die Kurve schneidet also dort die x -Achse. Genau das selbe gilt auch für das Minimum. In dem Bereich zwischen Maximum und Minimum verläuft der Funktionsgraph von $f(x)$ bergab, in der Mitte dazwischen am steilsten. Die Steigung ist dort **negativ**, der Graph von $f'(x)$ verläuft daher im **negativen** Bereich. Seinen Tiefpunkt erreicht er dort, wo der Graph von $f(x)$ am steilsten bergab verläuft. Links vom Maximum und rechts vom Minimum verläuft der Funktionsgraph von $f(x)$ mit **positiver** Steigung bergauf. Die Steigung ist um so größer, je mehr man sich von den Extrempunkten entfernt. Der Graph von $f'(x)$ verläuft in diesen Bereichen deshalb im **positiven** Bereich.

Entsprechend geht es mit $f''(x)$ weiter. Diese Kurve stellt ja die Ableitung von $f'(x)$ dar. Im Scheitelpunkt der Parabel von $f'(x)$ lässt sich eine waagerechte Tangente anlegen, die Steigung von $f'(x)$ – also $f''(x)$ – ist Null. Links davon verlaufen alle Tangenten an die Parabel **abwärts**, die negative Steigung bedeutet einen negativen Wert von $f''(x)$. Rechts vom Scheitelpunkt verlaufen alle Tangenten an die Parabel **aufwärts**, die positive Steigung bedeutet einen positiven Wert von $f''(x)$. Je weiter man nach rechts kommt, desto steiler werden die Tangenten, desto größer wird $f''(x)$. Links vom Scheitelpunkt hat man sinngemäß das gleiche, nur eben mit negativen Steigungen.

Es gibt aber auch einen optisch erkennbaren Zusammenhang zwischen $f(x)$ und $f''(x)$. Dort, wo die zweite Ableitung im **negativen** Bereich verläuft, beschreibt der Funktionsgraph von $f(x)$ eine **Rechtskurve**, und dort, wo die zweite Ableitung **positiv** ist, eine **Linkskurve**. An der Grenze dazwischen ist $f''(x) = 0$, die Kurve wechselt hier zwischen Rechts- und Linkskurve. Einen solchen Punkt nennt man **Wendepunkt**.