Grundrechenarten

Wolfgang Kippels

21. November 2017

Inhaltsverzeichnis

1 Begriffe

Unter den vier *Grundrechenarten* versteht man diese Rechenarten:

- Addition
- Subtraktion
- Multiplikation
- Division

1.1 Addition

Ein Beispiel:

$$3 + 5 = 8$$

Hier werden die Zahlen 3 und 5 addiert, das Ergebnis ist 8.
Man nennt sowohl das Ergebnis als auch die Rechnung ***Summe***.
Die Zahlen, die miteinander addiert werden (hier die Zahlen 3 und 5) nennt man ***Summanden***.

1.2 Subtraktion

Auch hier ein Beispiel:

$$8 - 3 = 5$$

Von der Zahl 8 wird die Zahl 3 subtrahiert. Das Ergebnis ist 5.
Man nennt sowohl das Ergebnis als auch die Rechnung ***Differenz***.
Die Zahl, von der etwas subtrahiert wird (hier die Zahl 8), heißt ***Minuend***, die Zahl, die subtrahiert wird (hier die 3), nennt man ***Subtrahend***.

1.3 Multiplikation

Ein Beispiel:

$$3 \cdot 5 = 15$$

Die Zahl 3 wird mit der Zahl 5 multipliziert, das Ergebnis ist 15.

Die beiden Zahlen, die miteinander multipliziert werden, heißen ***Faktoren***, man nennt sowohl das Ergebnis als auch die Rechnung ***Produkt***.

1.4 Division

Hier sind zwei verschiedene Schreibweisen möglich. Ein Beispiel:

$$\frac{15}{3} = 15 : 3 = 5$$

Die Zahl 15 wird durch die Zahl 3 dividiert, das Ergebnis ist 5.

2 Regeln und Gesetze

2.1 Kommutativgesetze

Auf Deutsch werden die Kommutativgesetze auch **Vertauschungsgesetze** genannt. Sie gelten für **Addition** und **Multiplikation**.

$$\boxed{a + b = b + a}$$
$$\boxed{a \cdot b = b \cdot a}$$

Wie man sieht, kann man die Summanden beim Addieren – bzw. die Faktoren beim Multiplizieren – einfach vertauschen. Die Reihenfolge spielt keine Rolle. Daher werden hier eigentlich nie Fehler gemacht.

Achtung! Kommt die Subtraktion ins Spiel, dann sieht die Sache schon ganz anders aus. So ohne weiteres darf da nicht getauscht werden:

$$a - b \neq b - a$$

Man muss die **Subtraktion** auffassen als **Addition von negativen Zahlen**. Damit sieht die Sache so aus:

$$a - b = a + (-b) = (-b) + a = -b + a$$

Beim Vertauschen muss also das Vorzeichen mitgenommen werden, nur so kann auch bei einer Subtraktion das Vertauschungsgesetz angewendet werden.

Beispiele:

$$2 + 6 + 8 = 2 + 8 + 6 = 10 + 6 = 16$$
$$-7 + 10 = 10 - 7 = 3$$
$$2 \cdot 7 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$$

2.2 Assoziativgesetze

Hierbei kommt jeweils nur **eine einzige Rechnenart** zum Einsatz, also **Addition** oder **Multiplikation**. (Hierbei wird ggf. Subtraktion als Addition einer negativen Zahl angesehen.)

$$\boxed{(a+b)+c = a+(b+c) = a+b+c}$$
$$\boxed{(a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c) = a\cdot b\cdot c}$$

Die Assoziativgesetze besagen nichts anderes, als die Tatsache, dass man sowohl beim Addieren als auch beim Multiplizieren in beliebiger Reihenfolge vorgehen kann. Auch hier passieren eigentlich nie Fehler, so lange keine Minuszeichen auftauchen.

Ähnlich, wie beim Kommutativgesetz muss man auch hier eine Subtraktion als Addition mit negativen Zahlen behandeln. So geht es jedenfalls nicht:

$$(a-b)+c \neq a-(b+c)$$

Man muss das Minuszeichen „fest an die Zahl binden". Das sieht dann so aus:

$$(a-b)+c = \Big(a+(-b)\Big)+c = a+\Big((-b)+c\Big) = a+(-b+c)$$

Beispiele:

$$4+6+12-2 = (4+6)+(12-2) = 10+10 = 20$$
$$23-31+32+17 = 23+17-31+32 = (23+17)+(-31+32) = 40+1 = 41$$
$$3x+5y-x+2y = 3x-x+5y+2y = 2x+7y$$
$$5u-2w+4v-3w+2v-5u = 5u-5u+4v+2v-2w-3w = 0u+6v-5w = 6v-5w$$

2.3 Distributivgesetz

Hier werden – im Gegensatz zu den Kommutativ- und Assoziativ-Gesetzen – **verschiedene Rechenoperationen** (das **Addieren** und das **Multiplizieren**) auf eine bestimmte Weise miteinander verknüpft.

$$\boxed{a\cdot(b+c) = a\cdot b+a\cdot c}$$
$$\boxed{(a+b)\cdot c = a\cdot c+b\cdot c}$$

Für viele Menschen ist das Gesetz besser in Worten zu merken:

Eine Zahl wird mit einer Summe multipliziert,

indem man die Zahl mit jedem Summanden multipliziert.

Ein Minuszeichen anstelle des Pluszeichens ist beim Distributivgesetz kein Problem. Damit funktioniert das Distributivgesetz auch:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Wenn man das Distributivgesetz „rückwärts“ anwendet, dann spricht man auch vom *Ausklammern*. Ist eine Zahl oder ein Term in jedem Summanden als Faktor enthalten, dann kann man ihn aus der Summe „ausklammern“, indem man diese Zahl / diesen Term aus jedem Summanden herausnimmt und als Faktor vor eine Klammer setzt.

$$ab + ac = a \cdot (b + c)$$

Als Sonderfall des Distributivgesetzes kann man noch die Regel auffassen, die beim Auflösen einer Klammer angewendet wird, wenn vor der Klammer ein Minuszeichen steht:

$$-(a + b) = -a - b$$

$$-(a - b) = -a + b$$

Viele Menschen können sich diese Regel besser in Worten merken:

Steht ein Minuszeichen vor einer Klammer,

dann werden beim Auflösen der Klammer alle Vorzeichen umgekehrt.

Beispiele:

$$3 \cdot (2x + 3y) = 6x + 9y$$

$$x \cdot (5a - 2b) = 5ax - 2bx$$

$$15u - 20v = 5 \cdot (3u - 4v)$$

$$-(5a - 4b + 3c) = -5a + 4b - 3c$$

$$(2x - 3) - (4x + 5) = 2x - 3 - 4x - 5 = -2x - 8$$

$$x - 3 \cdot (-2x - 4) = x - 3 \cdot (-2x) - 3 \cdot (-4) = x + 6x + 12 = 7x + 12$$

3 Übungsaufgaben

3.1 Aufgabe 1

$$(2a - 3b + c) \cdot (-1) = \dots$$

3.2 Aufgabe 2

$$-3(-a + 2x) = \dots$$

3.3 Aufgabe 3

$$2 \cdot (2a - 2b) - 3 \cdot (b - 2a) = \dots$$

3.4 Aufgabe 4

$$5(3x - y - 2z) - 4(-x + 2y - 3z) = \dots$$

3.5 Aufgabe 5

$$-10(-3m + 4n - 6) - 3(2m - 5n + 4) = \dots$$

3.6 Aufgabe 6

$$5a \cdot (3 - 2x) + 2x \cdot (5a - 4) = \dots$$

3.7 Aufgabe 7

$$-(-2i + 3j - 15)(-4) - (6j - 5)(-2) = \dots$$

3.8 Aufgabe 8

$$(-1) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) = \dots$$

3.9 Aufgabe 9

$$(-1) \cdot 2 \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) = \dots$$

3.10 Aufgabe 10

$$(2x + 3) \cdot (3x - 2) = \dots$$

3.11 Aufgabe 11

$$(4x - 5) \cdot (-2x - 6) = \dots$$

3.12 Aufgabe 12

$$(-3x-7)(2x-4) = \ldots$$

3.13 Aufgabe 13

$$(-3x-7)+(2x-4) = \ldots$$

3.14 Aufgabe 14

$$7-(2x-4) = \ldots$$

3.15 Aufgabe 15

$$10x-4(x-1)-4 = \ldots$$

3.16 Aufgabe 16

$$(a+9)\cdot(4-b) = \ldots$$

3.17 Aufgabe 17

$$-(3-2x)\cdot(x-5) = \ldots$$

3.18 Aufgabe 18

$$(2x-3)\cdot(-3x-1)-(3x-2)\cdot(-2x-5) = \ldots$$

3.19 Aufgabe 19

$$(a+2b-3c)\cdot(2m-3n) = \ldots$$

3.20 Aufgabe 20

$$a+(2b-3c)\cdot(2m-3n) = \ldots$$

3.21 Aufgabe 21

$$(4i+5j)\cdot(-4i+5j) = \ldots$$

3.22 Aufgabe 22

$$3-(z-5)\cdot(4+z) = \ldots$$

3.23 Aufgabe 23

$$(-2u - 3v + 5w) \cdot (a - 3b - 2c) = \ldots$$

3.24 Aufgabe 24

$$(-2u - 3v) + 5w \cdot a - (3b - 2c) = \ldots$$

3.25 Aufgabe 25

$$-2(u - 3v + 5w) \cdot (a - 3b) - 2c = \ldots$$

3.26 Aufgabe 26

$$-(2r - 3s + t) \cdot (-4r + 2s - 6t) = \ldots$$

3.27 Aufgabe 27

$$-5(-2u + 5w) \cdot (5r - 4s - 4t) = \ldots$$

3.28 Aufgabe 28

$$(2a - 3b) \cdot (5c - d) \cdot (-e + 2f) = \ldots$$

3.29 Aufgabe 29

$$(2a - 3b) \cdot 5c - d \cdot (-e + 2f) = \ldots$$

3.30 Aufgabe 30

$$3x \cdot (4a \cdot 5b) = \ldots$$

4 Lösungen der Übungsaufgaben

4.1 Aufgabe 1

$$\begin{aligned}(2a-3b+c)\cdot(-1) &= 2a\cdot(-1)-3b\cdot(-1)+c\cdot(-1)\\ &= -2a+3b-c\end{aligned}$$

4.2 Aufgabe 2

$$\begin{aligned}-3(-a+2x) &= -3\cdot(-a)-3\cdot 2x\\ &= 3a-6x\end{aligned}$$

4.3 Aufgabe 3

$$\begin{aligned}2\cdot(2a-2b)-3\cdot(b-2a) &= 2\cdot 2a+2\cdot(-2b)-3\cdot b-3\cdot(-2a)\\ &= 4a-4b-3b+6a\\ &= 4a+6a-4b-3b\\ &= 10a-7b\end{aligned}$$

4.4 Aufgabe 4

$$\begin{aligned}5(3x-y-2z)-4(-x+2y-3z) &= 5\cdot 3x+5\cdot(-y)+5\cdot(-2z)-4\cdot(-x)-4\cdot 2y-4\cdot(-3z)\\ &= 15x-5y-10z+4x-8y+12z\\ &= 15x+4x-5y-8y-10z+12z\\ &= 19x-13y+2z\end{aligned}$$

4.5 Aufgabe 5

$$\begin{aligned}-10(-3m+4n-6)-3(2m-5n+4) &= -10\cdot(-3m)-10\cdot 4n-10\cdot(-6)-3\cdot 2m-3\cdot(-5n)-3\cdot 4\\ &= 30m-40n+60-6m+15n-12\\ &= 30m-6m-40n+15n+60-12\\ &= 24m-25n+48\end{aligned}$$

4.6 Aufgabe 6

$$\begin{aligned}5a\cdot(3-2x)+2x\cdot(5a-4) &= 5a\cdot 3+5a\cdot(-2x)+2x\cdot 5a+2x\cdot(-4)\\ &= 15a-10ax+10xa-8x\\ &= 15a-10ax+10ax-8x\\ &= 15a-8x\end{aligned}$$

4.7 Aufgabe 7

$$\begin{aligned}
-(-2i+3j-15)(-4)-(6j-5)(-2) &= (+2i-3j+15)(-4)+(-6j+5)(-2)\\
&= 2i\cdot(-4)-3j\cdot(-4)+15\cdot(-4)-6j\cdot(-2)+5\cdot(-2)\\
&= -8i+12j-60+12j-10\\
&= -8i+12j+12j-60-10\\
&= -8i+24j-70
\end{aligned}$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}
-(-2i+3j-15)(-4)-(6j-5)(-2) &= -\Big((-2i+3j-15)(-4)\Big)-\Big((6j-5)(-2)\Big)\\
&= -\Big(-2i\cdot(-4)+3j\cdot(-4)-15\cdot(-4)\Big)-\Big(6j\cdot(-2)-5\cdot(-2)\Big)\\
&= -(8i-12j+60)-(-12j+10)\\
&= -8i+12j-60+12j-10\\
&= -8i+12j+12j-60-10\\
&= -8i+24j-70
\end{aligned}$$

4.8 Aufgabe 8

$$\begin{aligned}
(-1)\cdot(-2)\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot(-5) &= \Big((-1)\cdot(-2)\Big)\cdot\Big((-3)\cdot(-4)\Big)\cdot(-5)\\
&= (2\cdot 12)\cdot(-5)\\
&= 24\cdot(-5)\\
&= -120
\end{aligned}$$

4.9 Aufgabe 9

$$\begin{aligned}
(-1)\cdot 2\cdot(-3)\cdot(-4)\cdot(-5) &= \Big((-1)\cdot 2\Big)\cdot\Big((-3)\cdot(-4)\Big)\cdot(-5)\\
&= (-2\cdot 12)\cdot(-5)\\
&= -24\cdot(-5)\\
&= 120
\end{aligned}$$

4.10 Aufgabe 10

$$\begin{aligned}
(2x+3)\cdot(3x-2) &= 2x\cdot 3x+2x\cdot(-2)+3\cdot 3x+3\cdot(-2)\\
&= 6x^2-4x+9x-6\\
&= 6x^2+5x-6
\end{aligned}$$

4.11 Aufgabe 11

$$\begin{aligned}
(4x-5)\cdot(-2x-6) &= 4x\cdot(-2x)+4x\cdot(-6)-5\cdot(-2x)-5\cdot(-6)\\
&= -8x^2-24x+10x+30\\
&= -8x^2-14x+30
\end{aligned}$$

4.12 Aufgabe 12

$$\begin{aligned}(-3x-7)(2x-4) &= -3x\cdot 2x-3x\cdot(-4)-7\cdot 2x-7\cdot(-4)\\ &= -6x^2+12x-14x+28\\ &= -6x^2-2x+28\end{aligned}$$

4.13 Aufgabe 13

$$\begin{aligned}(-3x-7)+(2x-4) &= -3x-7+2x-4\\ &= -3x+2x-7-4\\ &= -x-11\end{aligned}$$

4.14 Aufgabe 14

$$\begin{aligned}7-(2x-4) &= 7+(-2x+4)\\ &= 7-2x+4\\ &= 7+4-2x\\ &= 11-2x\end{aligned}$$

4.15 Aufgabe 15

$$\begin{aligned}10x-4(x-1)-4 &= 10x-4\cdot x-4\cdot(-1)-4\\ &= 10x-4x+4-4\\ &= 6x\end{aligned}$$

4.16 Aufgabe 16

$$\begin{aligned}(a+9)\cdot(4-b) &= a\cdot 4+a\cdot(-b)+9\cdot 4+9\cdot(-b)\\ &= 4a-4ab+36-9b\end{aligned}$$

4.17 Aufgabe 17

$$\begin{aligned}-(3-2x)\cdot(x-5) &= +(-3+2x)\cdot(x-5)\\ &= -3\cdot x-3\cdot(-5)+2x\cdot x+2x\cdot(-5)\\ &= -3x+15+2x^2-10x\\ &= -3x-10x+15+2x^2\\ &= -13x+15+2x^2\end{aligned}$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}-(3-2x)\cdot(x-5) &= -\Big(3\cdot x+3\cdot(-5)-2x\cdot x-2x\cdot(-5)\Big)\\ &= -(3x-15-2x^2+10x)\\ &= -3x+15+2x^2-10x\\ &= -3x-10x+15+2x^2\\ &= -13x+15+2x^2\end{aligned}$$

4.18 Aufgabe 18

$$
\begin{aligned}
(2x-3)\cdot(-3x-1)-(3x-2)\cdot(-2x-5) &= (2x-3)\cdot(-3x-1)+(-3x+2)\cdot(-2x-5)\\
&= 2x\cdot(-3x)+2x\cdot(-1)-3\cdot(-3x)-3\cdot(-2)\\
&\quad -3x\cdot(-2x)-3x\cdot(-5)+2\cdot(-2x)+2\cdot(-5)\\
&= -6x^2-2x-6x+6+6x^2+15x-4x-10\\
&= -6x^2+6x^2-2x-6x+15x-4x+6-10\\
&= 3x-4
\end{aligned}
$$

Alternative Lösung:

$$
\begin{aligned}
(2x-3)\cdot(-3x-1)-(3x-2)\cdot(-2x-5) &= (2x-3)\cdot(-3x-1)-\Big((3x-2)\cdot(-2x-5)\Big)\\
&= 2x\cdot(-3x)+2x\cdot(-1)-3\cdot(-3x)-3\cdot(-2)\\
&\quad -\Big(3x\cdot(-2x)+3x\cdot(-5)-2\cdot(-2x)-2\cdot(-5)\Big)\\
&= -6x^2-2x-6x+6-(-6x^2-15x+4x+10)\\
&= -6x^2-2x-6x+6+6x^2+15x-4x-10\\
&= -6x^2+6x^2-2x-6x+15x-4x+6-10\\
&= 3x-4
\end{aligned}
$$

4.19 Aufgabe 19

$$
\begin{aligned}
(a+2b-3c)\cdot(2m-3n) &= a\cdot 2m+a\cdot(-3n)+2b\cdot 2m+2b\cdot(-3n)-3c\cdot 2n-3c\cdot(-3n)\\
&= 2am-3an+4bm-6bn-6cm+9cn
\end{aligned}
$$

4.20 Aufgabe 20

$$
\begin{aligned}
a+(2b-3c)\cdot(2m-3n) &= a+2b\cdot 2m+2b\cdot(-3n)-3c\cdot 2m-3c\cdot(-3n)\\
&= a+4bm-6bn-6mc+9cn
\end{aligned}
$$

4.21 Aufgabe 21

$$
\begin{aligned}
(4i+5j)\cdot(-4i+5j) &= 4i\cdot(-4i)+4i\cdot 5j+5j\cdot(-4i)+5j\cdot 5j\\
&= -4i^2+20ij-20ij+25j^2\\
&= -4i^2+25j^2
\end{aligned}
$$

4.22 Aufgabe 22

$$
\begin{aligned}
3-(z-5)\cdot(4+z) &= 3+(-z+5)\cdot(4+z)\\
&= 3-z\cdot 4-z\cdot z+5\cdot 4+5\cdot z\\
&= 3-4z-z^2+20+5z\\
&= 3+20-4z+5z-z^2\\
&= 23+z-z^2
\end{aligned}
$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}
3-(z-5)\cdot(4+z) &= 3-\Big((z-5)\cdot(4+z)\Big) \\
&= 3-(z\cdot 4+z\cdot z-5\cdot 4-5\cdot z) \\
&= 3-(4z+z^2-20-5z) \\
&= 3-4z-z^2+20+5z \\
&= 3+20-4z+5z-z^2 \\
&= 23+z-z^2
\end{aligned}$$

4.23 Aufgabe 23

$$\begin{aligned}
(-2u-3v+5w)\cdot(a-3b-2c) &= -2u\cdot a-2u\cdot(-3b)-2u\cdot(-2c)-3v\cdot a-3v\cdot(-3b) \\
&\quad -3v\cdot(-2c)+5w\cdot a+5w\cdot(-3b)+5w\cdot(-2c) \\
&= -2au+6bu+4cu-3av+9bv+6cv+5aw-15bw-10cw
\end{aligned}$$

4.24 Aufgabe 24

$$(-2u-3v)+5w\cdot a-(3b-2c) = -2u-3v+5aw-3b+2c$$

4.25 Aufgabe 25

$$\begin{aligned}
-2(u-3v+5w)\cdot(a-3b)-2c &= \Big(-2(u-3v+5w)\Big)\cdot(a-3b)-2c \\
&= \Big(-2\cdot u-2\cdot(-3v)-2\cdot 5w\Big)\cdot(a-3b)-2c \\
&= (-2u+6v-10w)\cdot(a-3b)-2c \\
&= -2u\cdot a-2u\cdot(-3b)+6v\cdot a+6v\cdot(-3b)-10w\cdot a-10w\cdot(-3b)-2c \\
&= -2au+6bu+6av-18bv-10aw+30bw-2c
\end{aligned}$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}
-2(u-3v+5w)\cdot(a-3b)-2c &= -2\Big((u-3v+5w)\cdot(a-3b)\Big)-2c \\
&= -2\Big(u\cdot a+u\cdot(-3b)-3v\cdot a-3v\cdot(-3b)+5w\cdot a+5w\cdot(-3b)\Big)-2c \\
&= -2\cdot(au-3bu-3av+9bv+5aw-15bw)-2c \\
&= -2\cdot au-2\cdot(-3bu)-2\cdot(-3av)-2\cdot 9bv-2\cdot 5aw-2\cdot(-15bw)-2c \\
&= -2au+6bu+6av-18bv-10aw+30bw-2c
\end{aligned}$$

4.26 Aufgabe 26

$$\begin{aligned}
-(2r-3s+t)\cdot(-4r+2s-6t) &= \Big(-(2r-3s+t)\Big)\cdot(-4r+2s-6t) \\
&= (-2r+3s-t)\cdot(-4r+2s-6t) \\
&= -2r\cdot(-4r)-2r\cdot 2s-2r\cdot(-6t)+3s\cdot(-4r)+3s\cdot 2s \\
&\quad +3s\cdot(-6t)-t\cdot(-4r)-t\cdot 2s-t\cdot(-6t) \\
&= 8r^2-4rs+12rt-12rs+6s^2-18st+4rt-2st+6t^2 \\
&= 8r^2-4rs-12rs+12rt+4rt+6s^2-18st-2st+6t^2 \\
&= 8r^2-16rs+16rt+6s^2-20st+6t^2
\end{aligned}$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}
-(2r-3s+t)\cdot(-4r+2s-6t) &= -\Big((2r-3s+t)\cdot(-4r+2s-6t)\Big) \\
&= -\Big(2r\cdot(-4r)+2r\cdot 2s+2r\cdot(-6t)-3s\cdot(-4r)-3s\cdot 2s \\
&\quad -3s\cdot(-6t)+t\cdot(-4r)+t\cdot 2s+t\cdot(-6t)\Big) \\
&= -\Big(-8r^2+4rs-12rt+12rs-6s^2+18st-4rt+2st-6t^2\Big) \\
&= -\Big(-8r^2+4rs+12rs-12rt-4rt-6s^2+18st+2st-6t^2\Big) \\
&= -\Big(-8r^2+16rs-16rt-6s^2+20st-6t^2\Big) \\
&= 8r^2-16rs+16rt+6s^2-20st+6t^2
\end{aligned}$$

4.27 Aufgabe 27

$$\begin{aligned}
-5(-2u+5w)\cdot(5r-4s-4t) &= \Big(-5(-2u+5w)\Big)\cdot(5r-4s-4t) \\
&= \Big(-5\cdot(-2u)-5\cdot 5w\Big)\cdot(5r-4s-4t) \\
&= (10u-25w)\cdot(5r-4s-4t) \\
&= 10u\cdot 5r+10u\cdot(-4s)+10u\cdot(-4t) \\
&\quad -25w\cdot 5r-25w\cdot(-4s)-25w\cdot(-4t) \\
&= 50ur-40us-40ut-125wr+100ws+100wt
\end{aligned}$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}
-5(-2u+5w)\cdot(5r-4s-4t) &= -5\Big((-2u+5w)\cdot(5r-4s-4t)\Big) \\
&= -5\Big(-2u\cdot 5r-2u\cdot(-4s)-2u\cdot(-4t) \\
&\quad +5w\cdot 5r+5w\cdot(-4s)+5w\cdot(-4t)\Big) \\
&= -5\Big(-10ur+8us+8ut+25wr-20ws-20wt\Big) \\
&= -5\cdot(-10ur)-5\cdot 8us-5\cdot 8ut \\
&\quad -5\cdot 25wr-5\cdot(-20ws)-5\cdot(-20wt) \\
&= 50ur-40us-40ut-125wr+100ws+100wt
\end{aligned}$$

4.28 Aufgabe 28

$$\begin{aligned}
(2a-3b)\cdot(5c-d)\cdot(-e+2f) &= \Big((2a-3b)\cdot(5c-d)\Big)\cdot(-e+2f) \\
&= \Big(2a\cdot 5c+2a\cdot(-d)-3b\cdot 5c-3b\cdot(-d)\Big)\cdot(-e+2f) \\
&= (10ac-2ad-15bc+3bd)\cdot(-e+2f) \\
&= 10ac\cdot(-e)+10ac\cdot 2f-2ad\cdot(-e)-2ad\cdot 2f \\
&\quad -15bc\cdot(-e)-15bc\cdot 2f+3bd\cdot(-e)+3bd\cdot 2f \\
&= -10ace+20acf+2ade-4adf \\
&\quad +15bce-30bcf-3bde+6bdf
\end{aligned}$$

Alternative Lösung:

$$\begin{aligned}
(2a-3b)\cdot(5c-d)\cdot(-e+2f) &= (2a-3b)\cdot\Big((5c-d)\cdot(-e+2f)\Big)\\
&= (2a-3b)\cdot\Big(5c\cdot(-e)+5c\cdot 2f-d\cdot(-e)-d\cdot 2f\Big)\\
&= (2a-3b)\cdot(-5ce+10cf+de-2df)\\
&= 2a\cdot(-5ce)+2a\cdot 10cf+2a\cdot de+2a\cdot(-2df)\\
&\quad -3b\cdot(-5ce)-3b\cdot 10cf-3b\cdot de-3b\cdot(-2df)\\
&= -10ace+20acf+2ade-4adf\\
&\quad +15bce-30bcf-3bde+6bdf
\end{aligned}$$

4.29 Aufgabe 29

$$\begin{aligned}
(2a-3b)\cdot 5c-d\cdot(-e+2f) &= 2a\cdot 5c-3b\cdot 5c-d\cdot(-e)-d\cdot 2f\\
&= 10ac-15bc+de-2df
\end{aligned}$$

4.30 Aufgabe 30

$$\begin{aligned}
3x\cdot(4a\cdot 5b) &= 3x\cdot 20ab\\
&= 60abx
\end{aligned}$$

Achtung! Nicht richtig ist folgender oft verwendeter Ansatz:

$$3x\cdot(4a\cdot 5b) \neq 3x\cdot 4a\cdot 3x\cdot 5b$$

Manch einer lässt sich gern von den Klammern verwirren. Aufgrund des Assoziativgesetzes darf man sie hier einfach weglassen, weil außer Multiplikation keine andere Rechenart vorkommt. In der Klammer steht eben kein + fürs Addieren sondern ein · fürs Multiplizieren!