

Aufgabe 22

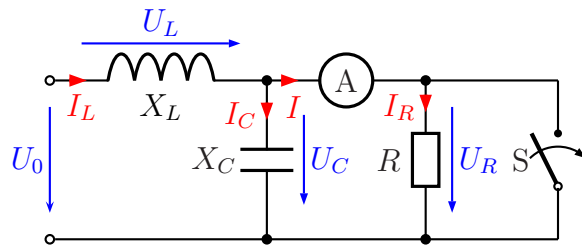
Gegeben ist nebenstehende Schaltung. Sie wird an einer sinusförmigen Wechselspannung mit $U_0 = 12\text{ V}$ betrieben. Mit dieser Wechselspannung ergeben sich folgende Werte:

$$X_L = 80\ \Omega$$

$$X_C = 80\ \Omega$$

Auch der Widerstand ist bekannt:

$$R = 240\ \Omega$$



Wie verändert sich der Strom I , der am Strommesser abgelesen werden kann, wenn der Schalter geschlossen wird? Geben Sie dazu den Strom I bei geöffnetem und bei geschlossenen Schalter an. Interpretieren Sie das Ergebnis!

Lösung:

1. Geschlossener Schalter: Am einfachsten lässt sich der Strom I bei **geschlossenem** Schalter bestimmen. Weil der Schalter U_R (und damit auch U_C) kurzschließt, sind auch die zugehörigen Ströme I_R und I_C gleich Null. Der gesuchte Strom I ist dann identisch mit I_L , und U_L ist identisch mit U_0 . Dadurch lässt sich I ganz einfach ohne Komplexe Rechnung bestimmen.

$$I = I_L = \frac{U_L}{X_L} = \frac{U_0}{X_L} = \frac{12 \text{ V}}{80 \Omega} = 150 \text{ mA}$$

Zusammengefasst:

$$I = 150 \text{ mA}$$

2. Geöffneter Schalter: Hier muss komplex gerechnet werden. Wir erhalten als komplexe Größen:

$$\begin{aligned} U_0 &= 12 \text{ V} \\ X_L &= j80 \Omega \\ X_C &= -j80 \Omega \\ R &= 240 \Omega \end{aligned}$$

Zunächst werden X_C und R zu Z_1 zusammengefasst.

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{X_C \cdot R}{X_C + R} \\ &= \frac{-j80 \Omega \cdot 240 \Omega}{-j80 \Omega + 240 \Omega} \\ &= \frac{-j19200 \Omega^2}{240 \Omega - j80 \Omega} \\ &= \frac{(-j19200 \Omega^2) \cdot (240 \Omega + j80 \Omega)}{(240 \Omega - j80 \Omega) \cdot (240 \Omega + j80 \Omega)} \\ &= \frac{-j4608000 \Omega^3 + 1536000 \Omega^3}{57600 \Omega^2 + 6400 \Omega^2 - j4608000 \Omega^3 + 1536000 \Omega^3} \\ &= \frac{6400 \Omega^2}{64000 \Omega^2} \\ Z_1 &= -j72 \Omega + 24 \Omega \end{aligned}$$

Nun kann Z_1 mit X_L zu Z zusammengefasst werden:

$$Z = X_L + Z_1 = j80 \Omega - j72 \Omega + 24 \Omega = j8 \Omega + 24 \Omega$$

Mit \underline{Z} und \underline{U}_0 wird der Strom \underline{I}_L berechnet:

$$\begin{aligned}\underline{I}_L &= \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}} \\ &= \frac{12 \text{ V}}{24 \Omega + j8 \Omega} \\ &= \frac{12 \text{ V} \cdot (24 \Omega - j8 \Omega)}{(24 \Omega + j8 \Omega) \cdot (24 \Omega - j8 \Omega)} \\ &= \frac{288 \text{ V}\Omega - j96 \text{ V}\Omega}{576 \Omega^2 + 64 \Omega^2} \\ &= \frac{288 \text{ V}\Omega - j96 \text{ V}\Omega}{640 \Omega^2} \\ \underline{I}_L &= 450 \text{ mA} - j150 \text{ mA}\end{aligned}$$

Mit diesem Strom und dem Ersatzwiderstand \underline{Z}_1 wird die Spannung $\underline{U}_R = \underline{U}_C$ berechnet.

$$\begin{aligned}\underline{U}_R &= \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_L \\ &= (450 \text{ mA} - j150 \text{ mA}) \cdot (-j72 \Omega + 24 \Omega) \\ &= -j32,4 \text{ V} + 10,8 \text{ V} - 10,8 \text{ V} - j3,6 \text{ V} \\ \underline{U}_R &= -j36 \text{ V}\end{aligned}$$

Der gesuchte Strom \underline{I} ist bei offenem Schalter identisch mit \underline{I}_R . Er kann über das Ohmsche Gesetz bestimmt werden.

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_R}{\underline{R}} = \frac{-j36 \text{ V}}{240 \Omega} = -j150 \text{ mA}$$

Benötigt wird der **Betrag** von \underline{I} . Auch ohne Rechnung ergibt sich:

$$\boxed{I = 150 \text{ mA}}$$

Es fällt auf, dass der Strom I bei geöffnetem Schalter genau so groß ist, wie bei geschlossenem Schalter. Offenbar liefert der Schaltungsteil bestehend aus der Spule und dem Kondensator einen **lastunabhängigen Strom**.