

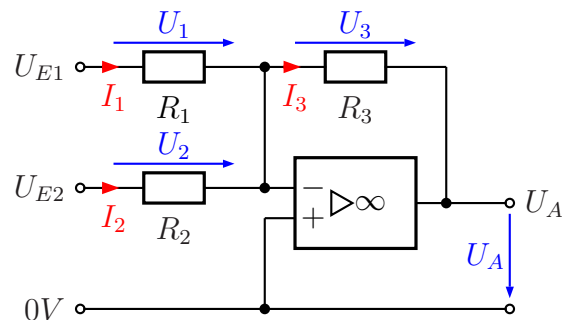
Addierer

Untersuchen Sie die nebenstehende Schaltung. Versuchen Sie, eine Formel herzuleiten, die die Ausgangsspannung U_A in Abhängigkeit von den Eingangsspannungen U_{E1} und U_{E2} angibt!

Für die Widerstände gilt:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

Verwenden Sie die nachfolgend gestellten Fragen als Leitfaden zur Bestimmung der gesuchten Formel!



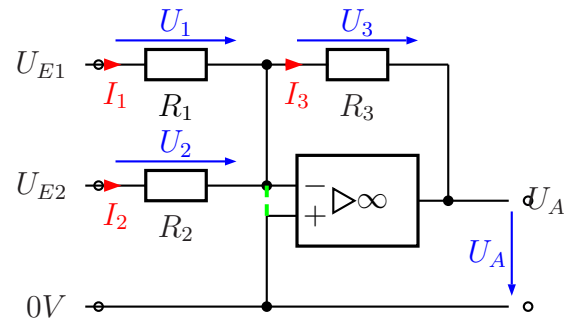
Addiererschaltung mit zwei Eingängen

1. Kann man bei dieser Schaltung mit einem **Virtuellen Kurzschluss** rechnen? Begründen Sie Ihre Antwort!
2. Bekannt sind die Spannungen U_{E1} und U_{E2} . Bestimmen Sie zunächst die Ströme I_1 und I_2 , die in den Widerständen R_1 und R_2 fließen.
3. Leiten Sie aus den Ergebnissen für I_1 und I_2 eine Formel ab, die den Strom I_3 im Widerstand R_3 angibt.
4. Bestimmen Sie mit diesem Strom die Spannung U_3 , die am Widerstand R_3 abfällt.
5. Zum Schluss bestimmen Sie mit Hilfe dieser Spannung U_3 die Spannung U_A der Schaltung und vereinfachen Sie die Formel so weit wie möglich. Denken Sie daran, dass alle Widerstände gleich groß sind, Sie also alle mit R (anstelle von R_1 , R_2 usw.) bezeichnen können.
6. Interpretieren Sie das Ergebnis! Warum wird die Schaltung **Addierer** genannt?

Bevor Sie weiterblättern, versuchen Sie bitte, diese Fragen der Reihe nach selbst zu beantworten.

Den Lösungsweg sollten Sie als einen *exemplarischen* Lösungsweg sehen, es ist nicht der einzig mögliche Lösungsweg. Auch die Formel, die das Ergebnis darstellt, lässt sich unterschiedlich schreiben.

Gehen wir nun die Fragen im der Reihe nach durch.



1. Wir können mit einem Virtuellen Kurzschluss¹ rechnen, da die Schaltung über den Widerstand R_3 gegengekoppelt ist. R_3 führt die Spannung vom positiven Ausgang auf den negativen Eingang zurück. Daher ist das Spannungspotential am negativen Eingang des OP 0 Volt. Daraus folgt, dass am Widerstand R_1 die Spannung U_{E1} ansteht, am Widerstand R_2 entsprechend die Spannung U_{E2} .
2. Berechnen wir zunächst die Ströme I_1 und I_2 :

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_{E1}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_{E2}}{R_2}$$

3. Am negativen Eingang des OP liegt ein Stromknoten. Nach der Kirchhoffschen Knotenregel erhalten wir damit I_3 :

$$I_3 = I_1 + I_2 = \frac{U_{E1}}{R_1} + \frac{U_{E2}}{R_2}$$

4. Hieraus können wir mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes die Spannung U_3 am Widerstand R_3 bestimmen:

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = R_3 \cdot \left(\frac{U_{E1}}{R_1} + \frac{U_{E2}}{R_2} \right) = \frac{U_{E1} \cdot R_3}{R_1} + \frac{U_{E2} \cdot R_3}{R_2} = U_{E1} \cdot \frac{R_3}{R_1} + U_{E2} \cdot \frac{R_3}{R_2}$$

5. Wir machen einen Maschenumlauf vom Ausgang des OP über U_A , die 0-V-Leitung, zum Plus-Eingang des OP, über den Virtuellen Kurzschluss zu seinem Minus-Eingang und weiter durch R_3 zurück zum Ausgang:

$$U_A + U_{R3} = 0 \Rightarrow U_A = -U_{R3} = - \left(U_{E1} \cdot \frac{R_3}{R_1} + U_{E2} \cdot \frac{R_3}{R_2} \right)$$

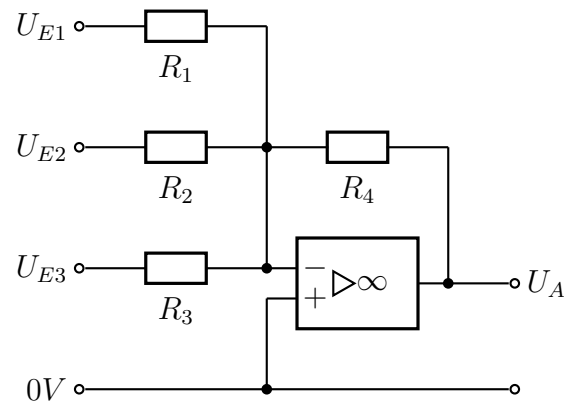
Wenn wir nun berücksichtigen, dass alle Widerstände gleich groß sind, dann erhalten wir ganz einfach: $U_A = -(U_{E1} + U_{E2})$

¹Der Virtuelle Kurzschluss ist mit einer grünen gestrichelten Linie angedeutet.

6. Aus dieser Formel kann man wohl gut erkennen, dass die Ausgangsspannung U_A der Schaltung die (negative) **Summe** der beiden Eingangsspannungen U_{E1} und U_{E2} darstellt. Die Schaltung **addiert** also die beiden Eingangsspannungen.

Nachdem Sie die Schaltung mit zwei Eingängen berechnet haben, sollten Sie auch in der Lage sein, die ergänzte Schaltung mit drei Eingängen zu berechnen. Gehen Sie sinngemäß in der gleichen Weise vor, bis Sie die zugehörige Formel gefunden haben. Versuchen Sie nach Möglichkeit, nicht in der Lösung für die Schaltung mit zwei Eingängen nachzusehen.

Wie würde wohl die Formel für eine Schaltung mit vier bzw. fünf Eingängen lauten? Geben Sie Ihre Vermutung an.



Addiererschaltung mit drei Eingängen

*Eine Musterlösung zu dieser Schaltung habe ich **nicht** erstellt.*