Dreisatz

Wolfgang Kippels

26. November 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Vorwort

Diese und ähnliche Anleitungen zu erstellen erfordert sehr viel Zeit und Mühe. Trotzdem stelle ich alles kostenfrei der Allgemeinheit zur Verfügung. Wenn Sie diese Datei hilfreich finden, dann bitte ich Sie um Erfüllung des nachfolgend beschriebenen „Generationenvertrages“:

> *Wenn Sie später einmal Ihre Ausbildungsphase beendet haben und im Beruf stehen (oder auch noch danach), geben Sie bitte Ihr Wissen in geeigneter Form an die nachfolgende Generation weiter.*

Wenn Sie mir eine Freude machen wollen, dann schreiben Sie mir bitte eine kleine Email an die folgende Adresse: **mail@dk4ek.de**

Vielen Dank!

2 Der einfache Dreisatz

Im täglichen Leben gibt es oft einfache Zusammenhänge, die man mathematisch sehr einfach mit einem sogenannten **Dreisatz** in den Griff bekommen kann. Man muss dabei zwischen dem **proportionalen** Dreisatz (auch **direkter** Dreisatz genannt) und dem **antiproportionalen** Dreisatz (auch **umgekehrt proportionaler** oder **indirekter** Dreisatz genannt) unterscheiden.

2.1 Der proportionale Dreisatz

Beginnen wir mit dem proportionalen Dreisatz. Ein Beispiel soll das Prinzip und die Vorgehensweise für die Lösung verdeutlichen.

> **Ein Fläschchen Augentropfen mit 12 Milliliter Inhalt soll nach Herstellerangaben bei täglicher Anwendung 30 Tage halten. Wie lange komme ich mit einem größeren Fläschchen mit 30 Milliliter Inhalt aus?**

2.1.1 Das Grundprinzip

Zur Lösung dieser Aufgabe hilft eine Anfrage bei Google[1] hier kaum weiter. Was sollte man als Suchbegriff eingeben? Es bleibt also nur die Möglichkeit, selbst zu rechnen. Wie kann man also vorgehen?

Es empfiehlt sich, zunächst einmal auszurechnen, wie lange man mit der „Grundmenge“ in der jeweiligen Einheit auskommt, hier 1 Milliliter. Da wir hier einen sogenannten **proportionalen**[2] Zusammenhang haben, müssen wir dividieren. Um von 12 ml auf 1 ml zu kommen, dividieren wir durch 12. Durch die gleiche Zahl dividieren wir auch die Anzahl der Tage, für die das Medikament reicht.
Anmerkung: In der Rechnung verwende ich das Einheitenzeichen *d*[3] für die Einheit ***Tage***.

$$\frac{30\,\mathrm{d}}{12} = 2{,}5\,\mathrm{d}$$

Mit einem Milliliter kommt man nach der Rechnung also 2,5 Tage aus. Jetzt kann man natürlich einwenden, dass es für eine Anzahl (hier: Tage) nur **ganzzahlige Lösungen** gibt. Das ist auch richtig so. Hätte man tatsächlich nur eine Menge von einem einzigen Milliliter zur Verfügung, dann kann ich **genau zwei** Anwendungen machen, für eine dritte recht es ja nicht mehr, auch wenn noch etwas übrig bleibt. Wir müssen aber zunächst mit dieser Dezimalzahl weiterrechnen, denn wir schütten den kleinen Rest ja

---

[1] Natürlich gibt es auch andere Suchmaschinen wie beispielsweise http://www.duckduckgo.com oder http://www.bing.com

[2] Was genau Proportionalität bedeutet, wird etwas später im Zusammenhang mit Antiproportionalität erklärt.

[3] Das kommt vom englischen Wort **day** für **Tag.**

nicht weg.

Jetzt kommt der nächste Schritt – wir schließen von einem auf die gefragten 30 Milliliter. Wenn wir die Arzneimenge (aus 1 ml werden 30 ml) mit 30 mulitiplizieren, dann müssen wir das auch mit der Anzahl der Tage tun:

$$30 \cdot 2{,}5\,\mathrm{d} = 75\,\mathrm{d}$$

Damit kennen wir das Ergebnis: Eine 30-ml-Flasche reicht für 75 Tage.

2.1.2 Systematisierung des Lösungsweges

Gerade dann, wenn man (noch) nicht ganz sicher mit dem Lösungsweg ist, hilft es, einen **systematischen Lösungsweg** anzuwenden. Manche sagen auch **Lösungsrezept** dazu. Auch wenn manche „reinen“ Mathematiker lieber dem Begriff **Algorithmus** verwenden möchte ich beim Begriff Rezept bleiben. Dieses möchte ich anhand des bekannten Beispiels darstellen.[4] Zunächst gebe ich hier das Rezept an, dann wird es mit dem Beispiel konkretisiert.

Lösungsrezept:

1. Man schreibt die gegebenen Größen für den vorgegebenen Zusammenhang in der ersten Zeile nebeneinander auf. Dabei kommt die Größe, von der ein Ergebniswert berechnet werden soll, **nach hinten**[5]. Dazwischen kann man einen Strich setzen, oder das „Entsprechungszeichen“ $\widehat{=}$. In meinem Skript verwende ich letzteres.

2. In der zweiten Zeile schreibt man die bekannte Größe aus dem gesuchten Zusammenhang vorn auf, dahinter z. B. ein Fragezeichen. Das steht für die noch zu bestimmende Größe.

3. Nach einem waagerechten Strich beginnt nun der eigentliche Dreisatz. Wie der Name schon andeutet, gehören dazu 3 Zeilen. Die erste Zeile ist eine genaue Kopie der ersten Zeile über dem Strich.

4. In der zweiten Zeile steht vorn eine 1. Man kann sich vorstellen, dass sie dadurch entstanden ist, dass man die Vorzeile durch die Zahl vorn links **dividiert** hat. Deswegen muss man auch die Zahl in der zweiten Spalte durch diese Zahl dividieren. **Ein Tipp:** An dieser Stelle noch den unausgerechneten Bruch stehen lassen![6]

5. In der dritten Zeile soll vorn die Zahl stehen, die in der Zeile direkt über dem Strich auch vorn steht. Hier kann man sich vorstellen, dass die 1 aus der Vorzeile mit genau dieser Zahl multipliziert wurde. Deswegen multipliziert man auch den

---

[4] Natürlich ist meine Lösungsschema nicht das einzig mögliche oder sinnvolle. Wer schon ein anderes kennt und beherrscht, soll auf jeden Fall dabei bleiben. Nehmen Sie es als Angebot.

[5] Warum man das so macht, wird in diesem Beispiel deutlich.

[6] Warum das so ist, zeigt dieses Beispiel.

Bruch hinten in der zweiten Zeile mit dieser Zahl. Damit erhalten wir das Ergebnis. Jetzt darf ausgerechnet werden.

Jetzt wenden wir dieses Lösungsrezept auf unser Beispiel an.

Schritt 1:

$$12\,\mathrm{ml} \;\hat{=}\; 30\,\mathrm{d}$$

Gesucht ist ja eine Anzahl von Tagen (für eine bestimmte Bedingung). Deswegen stehen die Daten mit der Einheit *Tage* hinten.

Schritt 2:

$$\begin{array}{rcl} 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \\ 30\,\mathrm{ml} & \hat{=} & ?\,\mathrm{d} \end{array}$$

Damit haben wir die Aufgabenstellung als Ansatz für einen Dreisatz aufgeschrieben. Jetzt beginnt die eigentliche Lösung.

Schritt 3:

$$\begin{array}{rcl} 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \\ 30\,\mathrm{ml} & \hat{=} & ?\,\mathrm{d} \\ \hline 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \end{array}$$

Zeile 1 wurde als erste Zeile unter dem Strich übernommen.

Schritt 4:

$$\begin{array}{rcl} 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \\ 30\,\mathrm{ml} & \hat{=} & ?\,\mathrm{d} \\ \hline 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \\ 1\,\mathrm{ml} & \hat{=} & \dfrac{30}{12}\,\mathrm{d} \end{array}$$

Die ganze erste Zeile wurde durch 12 dividiert. Das ergibt auf der linken Seite $\frac{12\,\mathrm{ml}}{12} = 1\,\mathrm{ml}$, rechts erhalten wir den Bruch $\frac{30\,\mathrm{d}}{12}$, den wir aber noch nicht ausrechnen wollen. Ansonsten könnte es sein, dass wir eine Rundung als Näherungslösung einführen müssen, die möglicherweise beim nächsten Rechnenschritt erneut gerundet werden müsste. Zudem ist es auch bequemer, die gesamte Rechnung am Schluss durchzuführen.

Schritt 5:

$$\begin{array}{rcl} 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \\ 30\,\mathrm{ml} & \hat{=} & ?\,\mathrm{d} \\ \hline 12\,\mathrm{ml} & \hat{=} & 30\,\mathrm{d} \\ 1\,\mathrm{ml} & \hat{=} & \dfrac{30\,\mathrm{d}}{12} \\ 30\,\mathrm{ml} & \hat{=} & \dfrac{30\,\mathrm{d}}{12} \cdot 30 = 75\,\mathrm{d} \end{array}$$

Im letzten Rechenschritt wurde mit 30 multipliziert. Dadurch erhielten wir links die gewünschten 30 ml und rechts das gesuchte Ergebnis für die Anzahl der Tage, für die das Medikament reicht.

2.1.3 Verfeinerung des systematischen Lösungsweges

Ich empfehle grundsätzlich immer Rechenkommentare. Diese gestalten die Lösung übersichtlicher und leichter nachvollziehbar. Diese Kommentare sind ganz simple Zeichen. In unserem Beispiel könnte das etwa so aussehen:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 12\,\text{ml} & \widehat{=} & 30\,\text{d} & \\
 & 30\,\text{ml} & \widehat{=} & ?\,\text{d} & \\
\hline
 & 12\,\text{ml} & \widehat{=} & 30\,\text{d} & \\
:12 \downarrow & 1\,\text{ml} & \widehat{=} & \dfrac{30\,\text{d}}{12} & \downarrow :12 \\
\cdot 30 \downarrow & 30\,\text{ml} & \widehat{=} & \dfrac{30\,\text{d}}{12} \cdot 30 = 75\,\text{d} & \downarrow \cdot 30
\end{array}$$

Die Bedeutung ist folgende: Der linke Pfeil von Zeile 3 nach Zeile 4 mit dem „: 12“ daneben bedeutet, dass in diesem Schritt auf der linken Seite durch 12 dividiert wurde. Das gleiche sagt der rechte Pfeil für die rechte Seite aus. Der linke Pfeil von Zeile 4 nach Zeile 5 mit dem „·30“ daneben bedeutet, dass in diesem Schritt auf der linken Seite mit 30 multipliziert wurde. Das gleiche sagt wiederum der Pfeil rechts für die rechte Seite aus.

Warum man das an **beide** Seiten schreibt, wird erst dann klar, wenn wir uns mit dem **antiproportionalen** Dreisatz beschäftigt haben. Das geschieht nun im nächsten Kapitel.

2.2 Der antiproportionale Dreisatz

Auch diesen Dreisatz möchte ich an einem Beispiel erläutern. Dazu wird das erste Beispiel etwas verändert.

> **Ein Fläschchen Augentropfen reicht für die Behandlung von 3 Patienten 12 Tage. Wie lange komme ich bei der Behandlung von 4 Patienten damit aus?**

2.2.1 Das Grundprinzip

Auf den ersten Blick ist die Vorgehensweise genauso, wie beim ersten Beispiel. Wir schließen aus der Patientenzahl 3 auf die Grundeinheit, also auf genau **einen** Patienten. Wie lange komme ich denn aus, wenn nur ein Patient behandelt werden soll? Ich habe die Patientenzahl durch 3 dividiert. Der logische Verstand sagt uns aber, dass das Fläschchen **länger** hält, wenn **weniger** Patenten versorgt werden müssen. Es kann demnach nicht richtig sein, die Anzahl der Tage auch durch 3 zu dividieren. Hier stehen die beiden Größen – die Zahl der Patienten und die Zahl der Tage – in einem **antiproportionalen** Verhältnis. Davon spricht man immer wenn eine Größe **größer** wird, wenn man die andere **verkleinert**. Beim **proportionalen** Dreisatz wird die zweite Größe ebenfalls **kleiner**, wenn die erste Größe **verkleinert** wird (und umgekehrt).

Halten wir fest: In diesem Beispiel haben wir **Antiproportionalität**. Wenn ich also im ersten Schritt die Patientenzahl durch 3 **dividiere**, dann muss ich die Zahl der Tage mit 3 **multiplizieren**. Das Fläschchen hält dann also:

$$12\,\mathrm{d} \cdot 3 = 36\,\mathrm{d}$$

Im nächsten Schritt wird auf die geforderten 4 Patienten geschlossen, ich **multipliziere** die Patientenzahl demnach mit 4. Entsprechend muss ich die Zahl der Tage, für die das Fläschchen ausreicht **durch 4 dividieren**.

$$\frac{36\,\mathrm{d}}{4} = 9\,\mathrm{d}$$

Damit haben wir das Ergebnis: Das Fläschchen hält 9 Tage.

2.2.2 Systematischer Lösungsweg

Auch zum Antiproportionalen Dreisatz eignet sich das Schema, das wir bereits beim proportionalen Dreisatz kennen gelernt haben. Es muss nur geringfügig angepasst werden. Im eben vorgestellten Beispiel sieht das so aus:

$$
\begin{array}{rcccl}
 & 3\,\mathrm{P} & \hat{=} & 12\,\mathrm{d} & \\
 & 4\,\mathrm{P} & \hat{=} & ?\,\mathrm{d} & \\
\hline
 & 3\,\mathrm{P} & \hat{=} & 12\,\mathrm{d} & \\
:3\downarrow & 1\,\mathrm{P} & \hat{=} & 12\,\mathrm{d}\cdot 3 & \downarrow\cdot 3 \\
\cdot 4\downarrow & 4\,\mathrm{P} & \hat{=} & \dfrac{12\,\mathrm{d}\cdot 3}{4} = 9\,\mathrm{d} & \downarrow :4
\end{array}
$$

Die äußere Struktur ist absolut identisch. Bei den Kommentar-Pfeilen ist jedoch erkennbar, dass jetzt links und rechts **gegenteilige** Rechenoperationen durchgeführt werden. Beim **proportionalen** Dreisatz stehen hier jeweils die **gleichen** Rechenoperationen.

2.3 Beispiele zum einfachen Dreisatz

Spätestens an dieser Stelle taucht natürlich die Frage auf:

> *Woran kann ich erkennen, ob in einem Dreisatzproblem ein **proportionaler** oder ein **antiproportionaler** Zusammenhang zugrunde liegt?*

Die Antwort ist simpel und unbefriedigend zugleich: **Nachdenken!** Nur die eigene Logik hilft. An einigen Beispielen schauen wir uns das an.

2.3.1 Beispiel 1

> **Ein Beutel mit 6 Äpfeln kostet 1,30 €. Wieviel muss ich für einen Beutel mit 9 Äpfeln bezahlen?**

Wir wollen das Problem mit unserem Schema lösen. Bevor wir es ansetzen können, müssen wir zunächst klären, welche Größe kommt auf die linke Seite und welche auf die rechte? Es gibt eine **Anzahl** (von Äpfeln) und einen **Preis**. Bekanntlich soll die gesuchte Größe nach **rechts**. Das Fragewort *Wieviel* bezieht sich auf einen **Preis**. Daher kommt der **Preis nach rechts** und die **Äpfelzahl nach links**. Der erste Ansatz sieht demnach so aus:

$$\begin{array}{rcl} 6 & \widehat{=} & 1{,}30\,\text{€} \\ 9 & \widehat{=} & ?\,\text{€} \end{array}$$

Jetzt beginnt der eigentliche Dreisatz. Die nächsten Schritte sind bis an diese Stelle noch klar:

$$\begin{array}{rcl} 6 & \widehat{=} & 1{,}30\,\text{€} \\ 9 & \widehat{=} & ?\,\text{€} \\ \hline 6 & \widehat{=} & 1{,}30\,\text{€} \\ 1 & \widehat{=} & \end{array}$$

An genau dieser Stelle muss man jetzt überlegen, ob ein **proportionaler** oder ein **antiproportionaler** Dreisatz vorliegt. Die Frage, die man sich beantworten muss, lautet: „Wenn ich statt 6 Äpfeln nur einen kaufe, muss ich dann mehr oder weniger bezahlen?“

Die Antwort dürfte klar sein: Ein Apfel kostet weniger als 6 Äpfel. Beide Größen sind zueinander **proportional**, wenn eine kleiner wird, wird die andere auch kleiner und umgekehrt. Neben unseren Kommentarpfeilen stehen daher links und rechts die **selben** Rechenzeichen. Die weitere Lösung stellt sich somit wie folgt dar.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 6 & \hat{=} & 1{,}30\,€ & \\
 & 9 & \hat{=} & ?\,€ & \\
\hline
 & 6 & \hat{=} & 1{,}30\,€ & \\
:6\downarrow & 1 & \hat{=} & \dfrac{1{,}30\,€}{6} & \downarrow :6 \\
\cdot 9\downarrow & 9 & \hat{=} & \dfrac{1{,}30\,€}{6}\cdot 9 = 1{,}95\,€ & \downarrow \cdot 9
\end{array}$$

Ergebnis: Für 9 Äfpel muss ich 1,95 € bezahlen.

2.3.2 Beispiel 2

Um alle Äpfel an einem Apfelbaum zu pflücken, benötigen drei Erntehelfer 16 Minuten. Leider ist einer der Erntehelfer erkrankt. Wie lange brauchen die beiden übrigen Erntehelfer für den Apfelbaum?

Auch hier stellt sich die Frage, welche Größe nach links und welche nach rechts soll. Die Fragestellung *Wie lange* deutet darauf hin, dass eine Zeit gesucht wird, nämlich die Zeit für das Abernten des Baumes. Deshalb kommt die Zeit nach rechts und die Anzahl der Helfer nach links.

Um die Lösung etwas abzukürzen, wollen wir an dieser Stelle schon überlegen, ob Proportionalität oder Antiproportionalität vorliegt. Die Logik sagt uns, dass weniger Leute mehr Zeit brauchen. Wir haben also Antiproportionalität.

Wir schließen von 3 auf einen Erntehelfer und danach auf 2. Wir erhalten dann nachfolgendes Lösungsschema.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 3\,\mathrm{E} & \hat{=} & 16\,\mathrm{min} & \\
 & 2\,\mathrm{E} & \hat{=} & ?\,\mathrm{min} & \\
\hline
 & 3\,\mathrm{E} & \hat{=} & 16\,\mathrm{d} & \\
:3\downarrow & 1\,\mathrm{E} & \hat{=} & 16\,\mathrm{min}\cdot 3 & \downarrow \cdot 3 \\
\cdot 2\downarrow & 2\,\mathrm{E} & \hat{=} & \dfrac{16\,\mathrm{min}\cdot 3}{2} = 24\,\mathrm{min} & \downarrow :2
\end{array}$$

Ergebnis: Zwei Erntehelfer benötigen 24 Minuten

2.3.3 Beispiel 3

> **Die 24 Kinder einer Schulklasse benötigen 8 Minuten, um sich für den Sportunterricht umzuziehen. Wie lange brauchen die Kinder, wenn nur 18 anwesend sind?**

Hier empfiehlt es sich, sofort auf Proportionalätät bzw. Antiproportionalität zu untersuchen. Vielleicht hat auch der eine oder andere beim Lesen der Aufgabenstellung schon laut gelacht. Es gibt nämlich Proportionalätät noch Antiproportionalität, es gibt schlicht **keinen** Zusammenhang zwischen der Kinderzahl und der Zeit zum Umziehen. Darum muss auch nichts gerechnet werden, das Ergebnis bleibt bei 8 Minuten.

Etwas anders stellt sich freilich das Problem dar, wenn die Kinder sich nicht selbst umziehen können, beispielsweise wenn sie eine entsprechende Behinderung haben, oder wenn es sich noch um Säuglinge[7] handelt. Deshalb wir die Aufgabenstellung etwas abgewandelt, und wir erhalten das nächste Beispiel.

2.3.4 Beispiel 4

> **24 Babys in einer Säuglingsstation müssen frische Windeln bekommen. Die 6 Kinderkrankenschwestern der Station benötigen dazu 20 Minuten. Wie lange benötigen sie, wenn nur 18 Babys auf der Station sind?**

Jetzt wird das Problem sinnvoll. Liest man die Aufgabe sorgfältig durch, dann erkennt man, dass diesmal drei verschiedene Größen eine Rolle spielen:

1. Die Anzahl der Babys
2. Die Anzahl der Kinderkrankenschwestern
3. Die Zeit

Beim genauen Hinsehen stellt man aber fest, dass dass die Anzahl der Kinderkrankenschwestern sich nicht verändert. Sie kann daher unberücksichtigt bleiben. Würde sich diese Zahl ebenfalls verändern, dann hätten wir einen **zusammengesetzten Dreisatz**. Das wird in einem späteren Kapitel beschrieben.

Da nach der Zeit gesucht wird, kommt diese Größe nach rechts, die Zahl der Babys nach links. Da für mehr Babys zu wickeln auch mehr Zeit benötigt wird, haben wir **Proportionalität**. Wir erhalten die Lösung mit nachfolgendem Schema.

---

[7] Zugegeben, in diesem Fall erübrigt sich das Problem, weil in dem Alter noch kein Sportunterricht in einer Schule stattfindet.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 24\,\text{B} & \hat{=} & 20\,\text{min} & \\
 & 18\,\text{B} & \hat{=} & ?\,\text{min} & \\
\hline
 & 24\,\text{B} & \hat{=} & 20\,\text{min} & \\
:24 \downarrow & 1\,\text{B} & \hat{=} & \frac{20\,\text{min}}{24} & \downarrow :24 \\
\cdot 18 \downarrow & 18\,\text{B} & \hat{=} & \frac{20\,\text{min}}{24} \cdot 18 = 15\,\text{min} & \downarrow \cdot 18
\end{array}$$

Ergebnis: Um 18 Babys zu wickeln benötigen die Kinderkrankenschwestern 15 Minuten.

2.4 Die Grenzen der Dreisatzrechnung

Manchmal gibt es Fälle, bei denen sich die Dreisatzrechnung nicht sinnvoll ohne weiteres anwenden lässt. Das möchte ich an mehreren Beispielen zeigen.

2.4.1 Beispiel 1

> **24 Babys in einer Säuglingsstation müssen frische Windeln bekommen. Die 6 Kinderkrankenschwestern der Station benötigen dazu 20 Minuten. Wie lange würden 100 Kinderkrankenschwestern benötigen, um die 24 Babys zu wickeln?**

Hier ist das Problem offensichtlich. Wenn sich 100 Kinderkrankenschwestern um 24 Babys kümmern sollen, dann sind das mindestens 4 bei jedem Baby. Die stehen sich mehr im Weg, als dass es schneller geht, denn die notwendigen Arbeitsgänge müssen nacheinander ausgeführt werden. Wenn man hier nur blind mit dem antiproportionalen Dreisatz rechnet, bekommt man zwar ein Ergebnis, aber das passt nicht ansatzweise mehr zur Praxis.

2.4.2 Beispiel 2

Etwas kniffliger wird es in diesem Beispiel:

> **24 Babys in einer Säuglingsstation müssen frische Windeln bekommen. Die 6 Kinderkrankenschwestern der Station benötigen dazu 20 Minuten. Wie lange benötigen sie, wenn nur 19 Babys auf der Station sind?**

Rein rechnerisch sähe das Ergebnis so aus:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 24\,\text{B} & \hat{=} & 20\,\text{min} & \\
 & 19\,\text{B} & \hat{=} & ?\,\text{min} & \\
\hline
 & 24\,\text{B} & \hat{=} & 20\,\text{min} & \\
:24 \downarrow & 1\,\text{B} & \hat{=} & \frac{20\,\text{min}}{24} & \downarrow :24 \\
\cdot 19 \downarrow & 19\,\text{B} & \hat{=} & \frac{20\,\text{min}}{24} \cdot 19 = 15{,}83\,\text{min} & \downarrow \cdot 19
\end{array}$$

Rechnerisches Ergebnis: Die 6 Krankenschwestern benötigen 15,83 Minuten (=15 Minuten und 50 Sekunden).

Was ist daran falsch?

Wir gehen das mal ganz praktisch durch. Zunächst nehmen sich die 6 Krankenschwestern je ein Baby. Damit sind sie nach 5 Minuten fertig. Nach 15 Minuten sind genau 18 Babys fertig. Jetzt müssten sich alle 6 Schwestern gleichzeitig um das letzte kümmern. Dafür haben sie gemeinsam 50 Sekunden Zeit. Das geht natürlich so nicht! Aber wie dann?

Hier muss richtig **gerundet** werden, und zwar aufgerundet. Wenn jeder Windelwechsel 5 Minuten dauert, dann muss eben auf die nächsten ganzen 5 Minuten aufgerundet werden. Der Windelwechsel dauert damit insgesamt 20 Minuten, auch wenn in den letzten 5 Minuten 5 Kinderkrankenschwestern nichts zu tun haben.

2.4.3 Beispiel 3

> **Ein Landwirt hat ein Feld mit Erdbeeren. Um es vollständig abzuernten benötigen 15 Erntehelfer 8 Stunden. Leider ist ein Gewitter angekündigt, so dass das Feld spätestens in 7 Stunden abgeerntet sein muss. Wieviele Erntehelfer muss der Landwirt einsetzen, damit das klappt?**

Wir sehen uns zunächst die Rechnung an.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 8\,\mathrm{h} & \hat{=} & 15\,\mathrm{E} & \\
 & 7\,\mathrm{h} & \hat{=} & ?\,\mathrm{E} & \\
\hline
:8\downarrow & 8\,\mathrm{h} & \hat{=} & 15\,\mathrm{E} & \downarrow\cdot 8 \\
 & 1\,\mathrm{h} & \hat{=} & 15\,\mathrm{E}\cdot 8 & \\
\cdot 7\downarrow & 7\,\mathrm{h} & \hat{=} & \dfrac{15\,\mathrm{E}\cdot 8}{7} = 17{,}14\,\mathrm{E} & \downarrow :7
\end{array}$$

Die Zahl der Erntehelfer steht rechts, es ist ein Antiproportionaler Dreisatz. Das wurde alles richtig gemacht. Was stimmt also nicht?

Das Ergebnis ist ein Dezimalbruch (auch „Kommazahl“ genannt). Es gibt aber nur „ganze“ Erntehelfer. Es muss also auf eine ganze Zahl gerundet werden. Rein mathematisch würde man abrunden:

$$17{,}14 \approx 17$$

Tatsächlich werden aber 17 Erntehelfer mit der Arbeit in 7 Stunden nicht ganz fertig, ein Teil der Ernte fällt dem Gewitterregen zum Opfer. Deshalb muss hier **aufgerundet** werden!

$$17{,}14 \approx 18$$

Nur mit 18 Erntehelfern wird die Arbeit tatsächlich rechtzeitig[8] fertig (sogar schon geringfügig früher, aber das ist ja nicht schlimm).

Fazit: Wenn die Mathematik und die Wirklichkeit nicht zusammenpassen, dann ist das nicht die Schuld der Mathematik. Die Mathematik ist nur ein Werkzeug. Wenn ich versuche, mit einer Kombizange Nägel in die Wand zu schlagen, dann ist nicht die Kombizange schuld, wenn das nicht klappt, sondern der Handwerker (also ich), der das falsche Werkzeug ausgewählt hat. Es kommt beim Lösen von praktischen Problemen also auch hier darauf an, welches Werkzeug der Mathematik ich wie anwende.

---

[8] Hierbei wurde natürlich außer acht gelassen, wie genau tatsächlich eine Wettervorhersage sein kann.

2.5 Mögliche Fehler

Wie überall im wirklichen Leben kann man auch beim Lösen von Dreisatz-Aufgaben einiges falsch machen. Um davor zu warnen möchte ich anschließend einige Beispiele vorstellen.

2.5.1 Beispiel 1

Aufgabenstellung:

> **Lukas benötigt für den Schulweg 12 Minuten. Der Weg ist 1,2 Kilometer lang. Nach einem Umzug verlängert sich der Schulweg auf 1,5 Kilometer. Wie lange ist er jetzt unterwegs?**

Lösungsansatz:

$$
\begin{array}{r|rcl|l}
 & 12\,\text{min} & \widehat{=} & 1{,}2\,\text{km} & \\
 & ?\,\text{min} & \widehat{=} & 1{,}5\,\text{km} & \\
\hline
 & 12\,\text{min} & \widehat{=} & 1{,}2\,\text{km} & \\
:12 \downarrow & 1\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{1{,}2\,\text{km}}{12} & \downarrow :12
\end{array}
$$

An dieser Stelle geht es nicht weiter. Man müsste mit irgendeiner Zahl multiplizieren, aber mit welcher?

Der Grund für das Problem liegt darin, dass die gesuchte Größe **nicht rechts** steht. Man könnte allerdings auch in dieser Anordnung arbeiten, aber dann müsste man entgegen dem gewohnten Schema auf der rechten anstatt auf der linken Seite den Zwischenschritt auf die Grundeinheit machen. Jedoch ist es immer sinnvoll, sich an einem festen Schema zu orientieren, dann geht weniger schief, gerade dann, wenn man etwas unsicher ist. Die Lösung würde dann wie folgt aussehen.

$$
\begin{array}{r|rcl|l}
 & 1{,}2\,\text{km} & \widehat{=} & 12\,\text{min} & \\
 & 1{,}5\,\text{km} & \widehat{=} & ?\,\text{min} & \\
\hline
 & 1{,}2\,\text{km} & \widehat{=} & 12\,\text{min} & \\
:1{,}2 \downarrow & 1\,\text{km} & \widehat{=} & \dfrac{12\,\text{min}}{1{,}2} & \downarrow :1{,}2 \\
\cdot 1{,}5 \downarrow & 1{,}5\,\text{km} & \widehat{=} & \dfrac{12\,\text{min}}{1{,}2} \cdot 1{,}5 = 15\,\text{min} & \downarrow \cdot 1{,}5
\end{array}
$$

Der Schulweg dauert nach dem Umzug 15 Minuten.

2.5.2 Beispiel 2

Aufgabenstellung:

6 Äpfel kosten 1,80 €. Wieviele Äpfel bekommt man für 2,60 €?

Lösungsansatz:

$$
\begin{array}{rrcll}
 & 1{,}80\,\text{€} & \hat{=} & 6 & \\
 & 2{,}60\,\text{€} & \hat{=} & ? & \\
\cline{2-5}
 & 1{,}80\,\text{€} & \hat{=} & 6 & \\
:1{,}8 \downarrow & 1\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{6}{1{,}8} & \downarrow :1{,}8 \\
\cdot 2{,}6 \downarrow & 2{,}60\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{6}{1{,}8}\cdot 2{,}6 = 8{,}\overline{6} \approx 9 & \downarrow \cdot 2{,}6
\end{array}
$$

Man bekommt für 2,60 € 9 Äpfel.

Analyse der Lösung: Warum ist das falsch?

Hier wurde mathematisch korrekt $8{,}\overline{6}$ zu 9 gerundet. Auf ganze Äpfel zu runden ist grundsätzlich richtig, denn Äpfel werden nicht in Teilstücken verkauft. Da wir aber für den vorhandenen Geldbetrag von 2,60 € nicht ganz 9 Äpfel bekommen, muss **abgerundet** werden. (9 Äpfel würden 2,70 € kosten.) Wir können also für 2,60 € tatsächlich nur 8 Äpfel kaufen, auch wenn dabei noch 20 Cent übrig bleiben. Hier muss also die Mathematik auf das tatsächliche praktische Problem angepasst werden.

2.5.3 Beispiel 3

Aufgabenstellung:

> **In einem Pflegeheim müssen 15 Patienten geduscht werden. Dazu benötigen drei Pflegekräfte eine Stunde und 40 Minuten. Wieviele Pflegekräfte müssen eingesetzt werden, damit die Arbeit in einer Stunde erledigt ist?**

Lösungsansatz:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 100\,\text{min} & \widehat{=} & 3\,\text{P} & \\
 & 60\,\text{min} & \widehat{=} & ?\,\text{P} & \\
\hline
 & 100\,\text{min} & \widehat{=} & 3\,\text{P} & \\
:100 \downarrow & 1\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{3\,\text{P}}{100} & \downarrow :100 \\
\cdot 60 \downarrow & 60\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{3\,\text{P}}{100} \cdot 60 = 1{,}8\,\text{P} \approx 2\,\text{P} & \downarrow \cdot 60
\end{array}$$

Es werden zwei Pflegekräfte benötigt.

Analyse der Lösung: Was ist falsch?

Zunächst wurde die Zeit von einer Stunde und 40 Minuten richtig in 100 Minuten umgerechnet. Auch die ganze Stunde wurde richtig in 60 Minuten umgerechnet. Das ist es also nicht. Auch die Aufrundung von 1,8 auf 2 Pflegekräfte ist korrekt. Der Fehler liegt woanders.

Es wurde nicht beachtet, dass der Dreisatz **antiproportional** ist. Wenn **weniger** Zeit zur Verfügung steht müssen **mehr** Kräfte eingesetzt werden. Daher sieht die korrekte Lösung aus wie folgt.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 100\,\text{min} & \widehat{=} & 3\,\text{P} & \\
 & 60\,\text{min} & \widehat{=} & ?\,\text{P} & \\
\hline
 & 100\,\text{min} & \widehat{=} & 3\,\text{P} & \\
:100 \downarrow & 1\,\text{min} & \widehat{=} & 3\,\text{P} \cdot 100 & \downarrow \cdot 100 \\
\cdot 60 \downarrow & 60\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{3\,\text{P} \cdot 100}{60} = 5\,\text{P} & \downarrow :60
\end{array}$$

5 Pflegekräfte werden benötigt, um die Arbeit in einer Stunde zu bewältigen.

2.5.4 Beispiel 4

Aufgabenstellung:

> **Eine Packung mit 150 Unterlegscheiben soll 2,15 € kosten. Wieviel müsste man für 240 Unterlegscheiben bezahlen?**

Lösungsansatz:

$$\begin{array}{r r c l l}
 & 150 & \widehat{=} & 2{,}15\,\text{€} & \\
 & 240 & \widehat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 150 & \widehat{=} & 2{,}15\,\text{€} & \\
:150 \downarrow & 1 & \widehat{=} & \dfrac{2{,}15\,\text{€}}{150} = 0{,}01\,\text{€} & \downarrow :150 \\
\cdot 240 \downarrow & 240 & \widehat{=} & 0{,}01\,\text{€} \cdot 240 = 2{,}40\,\text{€} & \downarrow \cdot 240
\end{array}$$

Ergebnis: Für 240 Unterlegscheiben muss ich 2,40 € bezahlen.

Analyse der Lösung: In Zeile 4 wurde das Ergebnis $\frac{2{,}15\,\text{€}}{150} \approx 0{,}014\,333\,\text{€}$ sofort auf den ganzen Centbetrag 0,01 € abgerundet. Mit diesem Ergebnis wurde in Zeile 5 weiter gerechnet. Hätte man das nicht getan, hätte man das korrekte Ergebnis $\frac{2{,}15\,\text{€}}{150} \cdot 240 = 3{,}44\,\text{€}$ erhalten. Das ist doch ein ganz anderer Wert! Aus diesem Grund ist es wichtig, **nicht zwischendurch einen Wert auszurechnen und mit dem gerundeten Ergebnis weiter zu rechnen**.

3 Übungsaufgaben zum einfachen Dreisatz

3.1 Aufgabenstellungen zum einfachen Dreisatz

3.1.1 Aufgabe 1

Ein Ring Kabel mit 150 m kosten 27,50 €. Wieviel kosten 270 m?

3.1.2 Aufgabe 2

Eine Packung mit 240 Stegleitungsnägeln soll 12,80 € kosten. Wieviele Nägel würde man für 20 € bekommen?

3.1.3 Aufgabe 3

Die Fertigung von 800 Dosenklemmen belegt eine Spritzgussmaschine mit 3 Stunden und 12 Minuten. Wieviele Dosenklemmen können während einer 8-Stunden-Schicht gefertigt werden?

3.1.4 Aufgabe 4

Um die Installation eines Netzwerkes vorzunehmen, benötigen 3 Informationstechnische Assistenten eine Woche mit 36 Arbeitsstunden. Wie lange dauert die Arbeit, wenn nur 2 Informationstechnische Assistenten die Arbeit durchführen können?

3.1.5 Aufgabe 5

Die Arbeit aus vorstehender Aufgabe muss unbedingt in 22 Stunden erledigt sein. Wieviele Informationstechnische Assistenten muss der Betriebsleiter einsetzen?

3.1.6 Aufgabe 6

Eine Datei mit einer Größe von 3,2 MB vom Server zu laden dauert 0,8 Sekunden. Welche Zeit beansprucht die Übertragung von 20 MB?

3.1.7 Aufgabe 7

Zur Auswahl stehen zwei Angebote für Kirschen in Gläsern. Welches Angebot ist günstiger?
Angebot 1: 820 ml zu 1,15 €, Angebot 2: 650 ml zu 0,90 €.

3.1.8 Aufgabe 8

Ein 1,2-Volt-Akku mit einer Kapazität von 600 mAh kostet 1,49 €. Wie teuer darf ein vergleichbarer Akku mit einer Kapazität von 850 mAh sein?

3.1.9 Aufgabe 9

Ein voll geladener Akku kann ein Gerät mit einem Strombedarf von 12 mA 40 Stunden lang betreiben. Wie lange hält der Akku bei einem Strombedarf von 15 mA?

3.1.10 Aufgabe 10

Wird die Kochplatte eines Elektroherdes auf eine Leistung von 250 W geschaltet, dann kocht das Nudelwasser nach 12 Minuten. Welche Leistung ist erforderlich, damit das Wasser schon nach 8 Minuten zum Kochen kommt?

3.1.11 Aufgabe 11

Eine Partie mit 120 Dosen Kondensmilch ist 2 Jahre haltbar. Wie lange halten sich 250 Dosen Kondensmilch?

3.1.12 Aufgabe 12

Ein Telefongespräch von 15 Minuten Dauer ins Ausland kostet 1,35 €. Wie lange kann man für 1,71 € telefonieren?

3.2 Ergebnisse der Übungsaufgaben zum einfachen Dreisatz

Aufgabe 1 49,50 €

Aufgabe 2 375 Nägel

Aufgabe 3 2 000 Stück

Aufgabe 4 54 Stunden

Aufgabe 5 5 ITAs

Aufgabe 6 5 Sekunden

Aufgabe 7 60 Liter

Aufgabe 8 Angebot 2

Aufgabe 9 2,11 €

Aufgabe 10 32 Stunden

Aufgabe 11 2 Jahre

Aufgabe 12 19 Minuten

3.3 Komplettlösungen der Übungsaufgaben zum einfachen Dreisatz

3.3.1 Aufgabe 1

Ein Ring Kabel mit 150 m kosten 27,50 €. Wieviel kosten 270 m?

Lösung: Gesucht ist ein Preis. Deswegen müssen die Preise nach **rechts**.

$$
\begin{array}{r|rcl|l}
 & 150\,\text{m} & \hat{=} & 27{,}50\,\text{€} & \\
 & 270\,\text{m} & \hat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 150\,\text{m} & \hat{=} & 27{,}50\,\text{€} & \\
:150 \downarrow & 1\,\text{m} & \hat{=} & \dfrac{27{,}50\,\text{€}}{150} & \downarrow :150 \\
\cdot 270 \downarrow & 270\,\text{m} & \hat{=} & \dfrac{27{,}50\,\text{€}}{150} \cdot 270 = 49{,}50\,\text{€} & \downarrow \cdot 270
\end{array}
$$

Für 270 m müsste man 49,50 € bezahlen.

3.3.2 Aufgabe 2

Eine Packung mit 240 Stegleitungsnägeln soll 12,80 € kosten. Wieviele Nägel würde man für 20 € bekommen?

Lösung: Gesucht ist eine Anzahl von Nägeln. Deswegen müssen die Nägelanzahlen nach **rechts**.

$$
\begin{array}{r|rcl|l}
 & 12{,}80\,\text{€} & \hat{=} & 240\,\text{N} & \\
 & 20{,}00\,\text{€} & \hat{=} & ?\,\text{N} & \\
\hline
 & 12{,}80\,\text{€} & \hat{=} & 240\,\text{N} & \\
:12{,}8 \downarrow & 1{,}00\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{240\,\text{N}}{12{,}8} & \downarrow :12{,}8 \\
\cdot 20 \downarrow & 20{,}00\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{240\,\text{N}}{12{,}8} \cdot 20 = 375\,\text{N} & \downarrow \cdot 20
\end{array}
$$

Für 20 € bekommt man 375 Stegleitungsnägel.

3.3.3 Aufgabe 3

Die Fertigung von 800 Dosenklemmen belegt eine Spritzgussmaschine mit 3 Stunden und 12 Minuten. Wieviele Dosenklemmen können während einer 8-Stunden-Schicht gefertigt werden?

Lösung: Zunächst ist es sinnvoll, die Zeit, die zum Teil in Stunden und Minuten angegeben ist, in eine einheitliche Zeit umzurechnen. Das können Stunden oder Minuten sein. Willkürlich wähle ich hier die Einheit „Minuten“. [9]

$$\begin{array}{rclcl}
3\,\text{h} + 12\,\text{min} & = & 3 \cdot 60\,\text{min} + 12\,\text{min} & = & 192\,\text{min} \\
8\,\text{h} & = & 8 \cdot 60\,\text{min} & = & 480\,\text{min}
\end{array}$$

Gesucht ist eine Anzahl. Daher müssen die Anzahlen nach **rechts**.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 192\,\text{min} & \hat{=} & 800\,\text{D} & \\
 & 480\,\text{min} & \hat{=} & ?\,\text{D} & \\
\hline
 & 192\,\text{min} & \hat{=} & 800\,\text{D} & \\
:192\downarrow & 1\,\text{min} & \hat{=} & \dfrac{800\,\text{D}}{192} & \downarrow :192 \\
\cdot 480\downarrow & 480\,\text{min} & \hat{=} & \dfrac{800\,\text{D}}{192} \cdot 480 = 2\,000\,\text{D} & \downarrow \cdot 480
\end{array}$$

In 8 Stunden können 2 000 Dosenklemmen gefertigt werden.

3.3.4 Aufgabe 4

Um die Installation eines Netzwerkes vorzunehmen, benötigen 3 Informationstechnische Assistenten eine Woche mit 36 Arbeitsstunden. Wie lange dauert die Arbeit, wenn nur 2 Informationstechnische Assistenten die Arbeit durchführen können?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 3\,\text{A} & \hat{=} & 36\,\text{h} & \\
 & 2\,\text{A} & \hat{=} & ?\,\text{h} & \\
\hline
 & 3\,\text{A} & \hat{=} & 36\,\text{h} & \\
:3\downarrow & 1\,\text{A} & \hat{=} & 36\,\text{h} \cdot 3 & \downarrow \cdot 3 \\
\cdot 2\downarrow & 2\,\text{A} & \hat{=} & \dfrac{36\,\text{h} \cdot 3}{2} = 54\,\text{h} & \downarrow :2
\end{array}$$

Zwei Informatonstechnische Assistenten benötigen 54 Stunden.

---

[9] Einzelheiten zum Umrechnen von Einheiten siehe hier: http://dk4ek.de/lib/exe/fetch.php/einheit.pdf

3.3.5 Aufgabe 5

Die Arbeit aus vorstehender Aufgabe muss unbedingt in 22 Stunden erledigt sein. Wieviele Informationstechnische Assistenten muss der Betriebsleiter einsetzen?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 36\,\text{h} & \widehat{=} & 3\,\text{A} & \\
 & 22\,\text{h} & \widehat{=} & ?\,\text{A} & \\
\hline
 & 36\,\text{h} & \widehat{=} & 3\,\text{A} & \\
:36 \downarrow & 1\,\text{h} & \widehat{=} & 3\,\text{A}\cdot 36 & \downarrow \cdot 36 \\
\cdot 22 \downarrow & 22\,\text{h} & \widehat{=} & \dfrac{3\,\text{A}\cdot 36}{22} \approx 4{,}909\,\text{A} & \downarrow : 22
\end{array}$$

Es muss auf eine ganze Anzahl von Assistenten aufgerundet werden:
Es müssen 5 Informationstechnische Assistenten eingesetzt werden.

3.3.6 Aufgabe 6

Eine Datei mit einer Größe von 3,2 MB vom Server zu laden dauert 0,8 Sekunden. Welche Zeit beansprucht die Übertragung von 20 MB?

Lösung: Eine Zeit ist gesucht. Deswegen müssen die Zeiten nach **rechts**.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 3{,}2\,\text{MB} & \widehat{=} & 0{,}8\,\text{s} & \\
 & 20\,\text{MB} & \widehat{=} & ?\,\text{s} & \\
\hline
 & 3{,}2\,\text{MB} & \widehat{=} & 0{,}8\,\text{s} & \\
:3{,}2 \downarrow & 1\,\text{MB} & \widehat{=} & \dfrac{0{,}8\,\text{s}}{3{,}2} & \downarrow : 3{,}2 \\
\cdot 20 \downarrow & 20\,\text{MB} & \widehat{=} & \dfrac{0{,}8\,\text{s}}{3{,}2}\cdot 20 = 5\,\text{s} & \downarrow \cdot 20
\end{array}$$

Die Übertragung von 20 MB dauert 5 Sekunden.

3.3.7 Aufgabe 7

Zur Auswahl stehen zwei Angebote für Kirschen in Gläsern. Welches Angebot ist günstiger?
Angebot 1: 820 ml zu 1,15 €, Angebot 2: 650 ml zu 0,90 €.

Lösung: Zur Lösung sind 3 Varianten möglich:

1. Man berechnet, wieviel 650 ml aus Angebot 1 kosten würden.
2. Man berechnet, wieviel 820 ml aus Angebot 2 kosten würden.
3. Man berechnet für beide Angebote den Preis für ein Liter (oder ein Milliliter).[10]

Beispielhaft stelle ich zunächst Lösungsvariante 1 vor.

Variante 1: Gesucht ist ein Preis. Deswegen müssen die Preise nach **rechts**.

$$\begin{array}{rrcll}
 & 820\,\text{ml} & \hat{=} & 1{,}15\,\text{€} & \\
 & 650\,\text{ml} & \hat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 820\,\text{ml} & \hat{=} & 1{,}15\,\text{€} & \\
:820 \downarrow & 1\,\text{ml} & \hat{=} & \dfrac{1{,}15\,\text{€}}{820} & \downarrow :820 \\
\cdot 650 \downarrow & 650\,\text{ml} & \hat{=} & \dfrac{1{,}15\,\text{€}}{820} \cdot 650 \approx 0{,}91\,\text{€} & \downarrow \cdot 650
\end{array}$$

Für 650 ml müsste man nach dem 1. Angebot 0,91 € bezahlen. Im Angebot 2 kosten sie nur 0,90 €. Angebot 2 ist demnach günstiger.

Alternativ stelle ich noch Variante 3 vor. Die zweite Alternative schenke ich mir.

Variante 3: Ich berechne jeweils den Preis für ein Milliliter.

$$\begin{array}{rcl}
\text{Angebot 1:} \; \dfrac{1{,}15\,\text{€}}{820} & \approx & 0{,}00140\,\text{€} \\
\text{Angebot 2:} \; \dfrac{0{,}90\,\text{€}}{650} & \approx & 0{,}00138\,\text{€}
\end{array}$$

Der Grundpreis für Angebot 2 ist günstiger.

Anmerkung: Hier ist es nicht möglich, auf einen ganzen Centbetrag zu runden. Dann bliebe jeweils nichts übrig. Tatsächlich reicht es auch nicht, auf 4 Stellen nach dem Komma zu runden, denn dann würde auch bei Angebot 2 ein Betrag von 0,0014 € stehen. Mindestens 5 Stellen nach dem Komma sind hier erforderlich, um den Unterschied zu erkennen.

---

[10] Aus Verbraucherschutzgründen ist heutzutage eine solche Angabe in den Läden gesetzlich vorgeschrieben.

3.3.8 Aufgabe 8

Ein 1,2-Volt-Akku mit einer Kapazität von 600 mAh kostet 1,49 €. Wie teuer darf ein vergleichbarer Akku mit einer Kapazität von 850 mAh sein?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 600\,\text{mAh} & \hat{=} & 1{,}49\,\text{€} & \\
 & 850\,\text{mAh} & \hat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 600\,\text{mAh} & \hat{=} & 1{,}49\,\text{€} & \\
:600 \downarrow & 1\,\text{mAh} & \hat{=} & \dfrac{1{,}49\,\text{€}}{600} & \downarrow :600 \\
\cdot 850 \downarrow & 850\,\text{mAh} & \hat{=} & \dfrac{1{,}49\,\text{€}}{600}\cdot 850 \approx 2{,}11\,\text{€} & \downarrow \cdot 850
\end{array}$$

Ergebnis: Für eine Kapazität von 850 mAh müsste ich 2,11 € bezahlen.

3.3.9 Aufgabe 9

Ein voll geladener Akku kann ein Gerät mit einem Strombedarf von 12 mA 40 Stunden lang betreiben. Wie lange hält der Akku bei einem Strombedarf von 15 mA?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 12\,\text{mA} & \hat{=} & 40\,\text{h} & \\
 & 15\,\text{mA} & \hat{=} & ?\,\text{h} & \\
\hline
 & 12\,\text{mA} & \hat{=} & 40\,\text{h} & \\
:12 \downarrow & 1\,\text{mA} & \hat{=} & 40\,\text{h}\cdot 12 & \downarrow \cdot 12 \\
\cdot 15 \downarrow & 15\,\text{mA} & \hat{=} & \dfrac{40\,\text{h}\cdot 12}{15} = 32\,\text{h} & \downarrow :15
\end{array}$$

Der Akku kann 32 Stunden lang einen Strom von 15 mA liefern.

3.3.10 Aufgabe 10

Wird die Kochplatte eines Elektroherdes auf eine Leistung von 250 W geschaltet, dann kocht das Nudelwasser nach 12 Minuten. Welche Leistung ist erforderlich, damit das Wasser schon nach 8 Minuten zum Kochen kommt?

Lösung:

$$
\begin{array}{rrcll}
 & 12\,\text{min} & \hat{=} & 250\,\text{W} & \\
 & 8\,\text{min} & \hat{=} & ?\,\text{W} & \\
\hline
 & 12\,\text{min} & \hat{=} & 250\,\text{W} & \\
:12 \downarrow & 1\,\text{min} & \hat{=} & 250\,\text{W} \cdot 12 & \downarrow \cdot 12 \\
\cdot 8 \downarrow & 8\,\text{min} & \hat{=} & \dfrac{250\,\text{W} \cdot 12}{8} = 375\,\text{W} & \downarrow : 8
\end{array}
$$

Die Kochplatte muss auf eine Leistung von 375 W geschaltet werden.

3.3.11 Aufgabe 11

Eine Partie mit 120 Dosen Kondensmilch ist 2 Jahre haltbar. Wie lange halten sich 250 Dosen Kondensmilch?

Lösung: Die Haltbarkeit ist in keiner Weise von der Anzahl der Dosen abhängig. Daher bleibt es bei 2 Jahren.

3.3.12 Aufgabe 12

Ein Telefongespräch von 15 Minuten Dauer ins Ausland kostet 1,35 €. Wie lange kann man für 1,71 € telefonieren?

Lösung: Gesucht ist eine Zeit. Deswegen müssen die Zeiten nach **rechts**.

$$
\begin{array}{rrcll}
 & 1{,}35\,€ & \hat{=} & 15\,\text{min} & \\
 & 1{,}71\,€ & \hat{=} & ?\,\text{min} & \\
\hline
 & 1{,}35\,€ & \hat{=} & 15\,\text{min} & \\
:1{,}35 \downarrow & 1{,}00\,€ & \hat{=} & \dfrac{15\,\text{min}}{1{,}35} & \downarrow : 1{,}35 \\
\cdot 1{,}71 \downarrow & 1{,}71\,€ & \hat{=} & \dfrac{15\,\text{min}}{1{,}35} \cdot 1{,}71 = 19\,\text{min} & \downarrow \cdot 1{,}71
\end{array}
$$

Man kann für 1,71 € 19 Minuten telefonieren.

4 Der zusammengesetzte Dreisatz

Wenn nicht nur zwei, sondern drei (oder noch mehr) Größen voneinander abhängig sind und variiert werden, spricht man von einem **zusammengesetzten Dreisatz**. Ein Beispiel soll das verdeutlichen.

Beispiel 1

> **Um beim Bau von 5 Reihenhäusern den Erdaushub abzufahren benötigen 2 LKW 15 Stunden. Wie lange dauert es, wenn 7 vergleichbare Häuser gebaut werden sollen und für den Abtransport 3 LKW zur Verfügung stehen?**

Lösung: Zur Lösung fügt man zwei Dreisätze aneinander an. So kann man bei zunächst gleichbleibender Anzahl von LKW die Zahl der Häuser im ersten Dreisatz von 5 auf 7 verändern, und dann im nachgeschalteten Dreisatz bei unveränderter Häuserzahl die Zahl der LKW von 2 auf drei verändern. In unserem Schema – das natürlich entsprechend erweitert werden muss – sieht dass dann so aus.

$$\begin{array}{rrcrlcll}
 & 5\,\mathrm{H} & | & & 2\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & 15\,\mathrm{h} & \\
 & 7\,\mathrm{H} & | & & 3\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & ?\,\mathrm{h} & \\
\hline
 & 5\,\mathrm{H} & | & & 2\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & 15\,\mathrm{h} & \\
:5\downarrow & & & & & & & \downarrow :5 \\
 & 1\,\mathrm{H} & | & & 2\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & \dfrac{15\,\mathrm{h}}{5} & \\
\cdot 7\downarrow & & & & & & & \downarrow \cdot 7 \\
 & 7\,\mathrm{H} & | & & 2\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & \dfrac{15\,\mathrm{h}\cdot 7}{5} & \\
 & & & :2\downarrow & & & & \downarrow \cdot 2 \\
 & 7\,\mathrm{H} & | & & 1\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & \dfrac{15\,\mathrm{h}\cdot 7\cdot 2}{5} & \\
 & & & \cdot 3\downarrow & & & & \downarrow :3 \\
 & 7\,\mathrm{H} & | & & 3\,\mathrm{LKW} & \widehat{=} & \dfrac{15\,\mathrm{h}\cdot 7\cdot 2}{5\cdot 3} = 14\,\mathrm{h} &
\end{array}$$

Ergebnis: Um den Erdaushub von 7 Häusern mit 3 LKW abzufahren werden 14 Stunden benötigt.

Erläuterungen zum erweiterten Lösungsschema:

Zeile 1 Hier stehen (wie beim einfachen Dreisatz auch) die gegebenen Werte, die zusammengehören. Auch hier ist es wichtig, dass die Größe, die gesucht wird, **rechts** steht. Die beiden anderen stehen gleichwertig davor. Deren Reihenfolge untereinander ist gleichgültig.

Zeile 2 Hier stehen alle Größen, die zum gesuchten Ergebnis gehören. Auch das ist kaum anders, als beim einfachen Dreisatz.

Zeile 3 Hier steht wieder unverändert Zeile 1, also nichts Neues.

Zeile 4 Hier wird die **erste** Größe (hier die Anzahl der Häuser) auf die Grundeinheit 1 gebracht. Der Kommentarpfeil ↓ mit ":5" daneben zeigt das an. **Ganz wichtig:** Die zweite Größe (hier die Anzahl der LKW) bleibt zunächst unverändert. An dieser Stelle muss man überlegen, ob zwischen der ganz linken und der rechten Größe eine Proportionalität, oder eine Antiproportionalität vorliegt. (Hier: Bei weniger Häusern braucht man auch weniger Zeit ⇒ Proportionalität. Deswegen wird auch ganz rechts durch die selbe Zahl wie links **dividiert**. Hätten wir eine Antiproportionalität festgestellt, müssten wir hier multiplizieren wie beim einfachen Dreisatz auch.

Zeile 5 Wie beim einfachen Dreisatz auch wird die linke Größe durch geeignete Multiplikation auf den gewünschten Wert gebracht. Die Größe in der mittleren Spalte bleibt immer noch unverändert. Auch die rechte Größe wird entsprechend der gefundenen Proportionalität oder Antiproportionalität angepasst, wie beim einfachen Dreisatz auch.

Zeile 6 Ab hier bleibt die ganz linke Größe unverändert. Sie hat ja inzwischen schon den gewünschten Endwert. Jetzt wird die Größe in der Mitte auf die Grundeinheit 1 gebracht (hier die Anzahl der LKW). Man kann sagen, es schließt sich ein zweiter Dreisatz an den ersten an. Der Kommentarpfeil ↓ steht jetzt entsprechend nicht mehr neben den linken, sondern neben den mittleren Größen. Es muss wieder erneut über Proportionalität oder Antiproportionalität nachgedacht werden.
Wichtig: **Es gibt keinen Zusammenhang zwischen der Art der Proportionalität im ersten und zweiten Teildreisatz!**
Im vorliegenden Beispiel ist sofort klar, dass **weniger** LKW zu **mehr** Zeit führen, also eine Antiproportionalität vorliegt. Entsprechend muss in Zeile 6 rechts mit 2 **multipliziert** werden, während in der Mitte durch 2 **dividiert** wird.

Zeile 7 Hier wird wie beim einfachen Dreisatz auch nun bei der Größe in der Mitte auf den gewünschten Endwert (hier 3 LKW) geschlossen. Entsprechendes geschieht auch rechts (hier die gegenteilige Rechenoperation). Erst ganz am Schluss wird ausgerechnet.

Mit einem weiteren Beispiel möchte ich die Erklärungen zum erweiterten Dreisatz abschließen.

Beispiel 2

> **In einem Büro-Hochhaus mit 14 Etagen sollen alle Fenster gereinigt werden. Am ersten Arbeitstag mit 8 Stunden Arbeitszeit schaffen 4 Gebäudereiniger genau 5 Etagen. Wie lange benötigen sie für den Rest, wenn ab dem zweiten Tag einer der Gebäudereiniger erkrankt ist?**

Lösung: Zunächst werden Hilfsgrößen berechnet, die nur indirekt angegeben sind.

$$\begin{aligned} 4\,\text{Gebäudereiniger} - 1\,\text{Gebäudereiniger} &= 3\,\text{Gebäudereiniger} \\ 14\,\text{Etagen} - 5\,\text{Etagen} &= 9\,\text{Etagen} \end{aligned}$$

Mit diesen Daten kann das Lösungsschema angesetzt werden. Da eine Zeit gesucht ist, kommt diese Größe nach **rechts**. Die Reihenfolge der anderen ist beliebig.

$$\begin{array}{rcccccccl}
 & 4\,\mathrm{G} & | & & 5\,\mathrm{E} & \widehat{=} & 8\,\mathrm{h} & & \\
 & 3\,\mathrm{G} & | & & 9\,\mathrm{E} & \widehat{=} & ?\,\mathrm{h} & & \\
\hline
 & 4\,\mathrm{G} & | & & 5\,\mathrm{E} & \widehat{=} & 8\,\mathrm{h} & & \\
:4\downarrow & 1\,\mathrm{G} & | & & 5\,\mathrm{E} & \widehat{=} & 8\,\mathrm{h}\cdot 4 & & \downarrow\cdot 4 \\
\cdot 3\downarrow & 3\,\mathrm{G} & | & & 5\,\mathrm{E} & \widehat{=} & \dfrac{8\,\mathrm{h}\cdot 4}{3} & & \downarrow :3 \\
 & 3\,\mathrm{G} & | & :5\downarrow & 1\,\mathrm{E} & \widehat{=} & \dfrac{8\,\mathrm{h}\cdot 4}{3\cdot 5} & & \downarrow :5 \\
 & 3\,\mathrm{G} & | & \cdot 9\downarrow & 9\,\mathrm{E} & \widehat{=} & \dfrac{8\,\mathrm{h}\cdot 4\cdot 9}{3\cdot 5} & = 19{,}2\,\mathrm{h} & \downarrow\cdot 9
\end{array}$$

Die Zeit in dezimalen Stunden sollte noch in Stunden und Minuten umgerechnet werden.

$$19{,}2\,\mathrm{h} = 19\,\mathrm{h} + 0{,}2\cdot 60\,\mathrm{min} = 19\,\mathrm{h} + 12\,\mathrm{min}$$

Ergebnis: Die restliche Arbeit ist in 19 Stunden und 12 Minuten erledigt.

Anmerkung: In diesem Beispiel war der erste Teil-Dreisatz antiproportional und der zweite proportional. Deshalb wurde in Zeile 4 rechts multipliziert, während links dividiert wurde. (In Zeile 5 entsprechend andersherum.)

5 Übungsaufgaben zum zusammengesetzten Dreisatz

5.1 Aufgabenstellungen

5.1.1 Aufgabe 1

Mit 5 gleichartigen Spritzgussmaschinen können 450 Schaltergehäuse in 3 Stunden hergestellt werden. Wie lange dauert die Produktion von 780 Schaltergehäusen, wenn nur 2 Spritzgussmaschinen zur Verfügung stehen?

5.1.2 Aufgabe 2

In der Produktion nach vorstehender Aufgabe soll ein Auftrag von 800 Schaltergehäusen unbedingt während einer 8-Stunden-Schicht abgearbeitet werden. Wieviele Spritzgussmaschinen muss der Schichtleiter mindestens einsetzen, damit diese Anforderung erfüllt werden kann?

5.1.3 Aufgabe 3

Zu der Baustelle einer Bahnstrecke muss Material mit Lastwagen gefahren werden. Mit 6 LKW dauert es 8 Tage, bis das Material für 1,5 Kilometer Bahnstrecke angeliefert ist. Wie lange dauert die Anlieferung, wenn mit 4 LKW das Material für 2,5 Kilometer Bahnstrecke gebracht wird?

5.1.4 Aufgabe 4

Die Bestückung von 600 Grafikkarten dauert beim Einsatz von 4 Bestückungsautomaten 25 Minuten. Wie lange dauert die Ausführung eines Auftrages von 4 500 Karten, wenn 5 Bestückungsautomaten eingesetzt werden können?

5.2 Ergebnisse der Übungsaufgaben zum zusammengesetzten Dreisatz

Aufgabe 1	13 Stunden
Aufgabe 2	4 Spritzgussmaschinen
Aufgabe 3	20 Tage
Aufgabe 4	2 Stunden und 30 Minuten

5.3 Komplettlösungen der Übungsaufgaben zum zusammengesetzten Dreisatz

5.3.1 Aufgabe 1

Mit 5 gleichartigen Spritzgussmaschinen können 450 Schaltergehäuse in 3 Stunden hergestellt werden. Wie lange dauert die Produktion von 780 Schaltergehäusen, wenn nur 2 Spritzgussmaschinen zur Verfügung stehen?

Lösung: Als Bezeichner verwende ich **M** für die Anzahl der Maschinen und **G** für die Anzahl der Gehäuse.

$$\begin{array}{rcccccll}
 & 5\,\mathrm{M} & | & & 450\,\mathrm{G} & \hat{=} & 3\,\mathrm{h} & \\
 & 2\,\mathrm{M} & | & & 780\,\mathrm{G} & \hat{=} & ?\,\mathrm{h} & \\
\hline
 & 5\,\mathrm{M} & | & & 450\,\mathrm{G} & \hat{=} & 3\,\mathrm{h} & \\
:5\downarrow & 1\,\mathrm{M} & | & & 450\,\mathrm{G} & \hat{=} & 3\,\mathrm{h}\cdot 5 & \downarrow\cdot 5 \\
\cdot 2\downarrow & 2\,\mathrm{M} & | & & 450\,\mathrm{G} & \hat{=} & \dfrac{3\,\mathrm{h}\cdot 5}{2} & \downarrow :2 \\
 & 2\,\mathrm{M} & | & :450\downarrow & 1\,\mathrm{G} & \hat{=} & \dfrac{3\,\mathrm{h}\cdot 5}{2\cdot 450} & \downarrow :450 \\
 & 2\,\mathrm{M} & | & \cdot 780\downarrow & 780\,\mathrm{G} & \hat{=} & \dfrac{3\,\mathrm{h}\cdot 5\cdot 780}{2\cdot 450} = 13\,\mathrm{h} & \downarrow\cdot 780
\end{array}$$

Ergebnis: Für 780 Schaltergehäuse benötigen 2 Spritzgussmaschinen 13 Stunden.

5.3.2 Aufgabe 2

In der Produktion nach vorstehender Aufgabe soll ein Auftrag von 800 Schaltergehäusen unbedingt während einer 8-Stunden-Schicht abgearbeitet werden. Wieviele Spritzgussmaschinen muss der Schichtleiter mindestens einsetzen, damit diese Anforderung erfüllt werden kann?

Lösung:

$$
\begin{array}{r r c l c l l}
 & 3\,\mathrm{h} & | & 450\,\mathrm{G} & \widehat{=} & 5\,\mathrm{M} & \\
 & 8\,\mathrm{h} & | & 800\,\mathrm{G} & \widehat{=} & ?\,\mathrm{M} & \\
\hline
 & 3\,\mathrm{h} & | & 450\,\mathrm{G} & \widehat{=} & 5\,\mathrm{M} & \\
:3\downarrow & & & & & & \downarrow\cdot 3 \\
 & 1\,\mathrm{h} & | & 450\,\mathrm{G} & \widehat{=} & 5\,\mathrm{M}\cdot 3 & \\
\cdot 8\downarrow & & & & & & \downarrow :8 \\
 & 8\,\mathrm{h} & | & 450\,\mathrm{G} & \widehat{=} & \dfrac{5\,\mathrm{M}\cdot 3}{8} & \\
 & & :450 & \downarrow & & & \downarrow :450 \\
 & 8\,\mathrm{h} & | & 1\,\mathrm{G} & \widehat{=} & \dfrac{5\,\mathrm{M}\cdot 3}{8\cdot 450} & \\
 & & \cdot 800 & \downarrow & & & \downarrow\cdot 800 \\
 & 8\,\mathrm{h} & | & 800\,\mathrm{G} & \widehat{=} & \dfrac{5\,\mathrm{M}\cdot 3\cdot 800}{8\cdot 450} \approx 3{,}33\,\mathrm{M} &
\end{array}
$$

Da nur eine **ganze** Anzahl von Maschinen eingesetzt werden kann, muss gerundet werden. Damit die Arbeit auf jeden Fall in der vorgegebenen Zeit erledigt ist, muss entgegen dem reinen „mathematischen“ Runden **aufgerundet** werden, auch wenn dadurch die Arbeit etwas früher fertig ist.

Ergebnis: Der Schichtleiter muss 4 Spritzgussmaschinen einsetzen.

5.3.3 Aufgabe 3

Zu der Baustelle einer Bahnstrecke muss Material mit Lastwagen gefahren werden. Mit 6 LKW dauert es 8 Tage, bis das Material für 1,5 Kilometer Bahnstrecke angeliefert ist. Wie lange dauert die Anlieferung, wenn mit 4 LKW das Material für 2,5 Kilometer Bahnstrecke gebracht wird?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcrlcll}
 & 6\,\text{LKW} & | & & 1{,}5\,\text{km} & \hat{=} & 8\,\text{d} & \\
 & 4\,\text{LKW} & | & & 2{,}5\,\text{km} & \hat{=} & ?\,\text{d} & \\ \hline
 & 6\,\text{LKW} & | & & 1{,}5\,\text{km} & \hat{=} & 8\,\text{d} & \\
:6\downarrow & & & & & & & \downarrow\cdot 6 \\
 & 1\,\text{LKW} & | & & 1{,}5\,\text{km} & \hat{=} & 8\,\text{d}\cdot 6 & \\
\cdot 4\downarrow & & & & & & & \downarrow :4 \\
 & 4\,\text{LKW} & | & & 1{,}5\,\text{km} & \hat{=} & \dfrac{8\,\text{d}\cdot 6}{4} & \\
 & & & :1{,}5\downarrow & & & & \downarrow :1{,}5 \\
 & 4\,\text{LKW} & | & & 1\,\text{km} & \hat{=} & \dfrac{8\,\text{d}\cdot 6}{4\cdot 1{,}5} & \\
 & & & \cdot 2{,}5\downarrow & & & & \downarrow\cdot 2{,}5 \\
 & 4\,\text{LKW} & | & & 2{,}5\,\text{km} & \hat{=} & \dfrac{8\,\text{d}\cdot 6\cdot 2{,}5}{4\cdot 1{,}5} = 20\,\text{d} &
\end{array}$$

Ergebnis: Um Material für 2,5 Kilometer Bahnstrecke mit 4 LKW anzuliefern werden 20 Tage benötigt.

5.3.4 Aufgabe 4

Die Bestückung von 600 Grafikkarten dauert beim Einsatz von 4 Bestückungsautomaten 25 Minuten. Wie lange dauert die Ausführung eines Auftrages von 4 500 Karten, wenn 5 Bestückungsautomaten eingesetzt werden können?

Lösung:

$$
\begin{array}{rr|rl c l l}
 & 600\,\mathrm{G} & & 4\,\mathrm{B} & \widehat{=} & 25\,\mathrm{min} & \\
 & 600\,\mathrm{G} & & 4\,\mathrm{B} & \widehat{=} & 25\,\mathrm{min} & \\
\hline
 & 600\,\mathrm{G} & & 4\,\mathrm{B} & \widehat{=} & 25\,\mathrm{min} & \\
:600 \downarrow & 1\,\mathrm{G} & & 4\,\mathrm{B} & \widehat{=} & \dfrac{25\,\mathrm{min}}{600} & \downarrow :600 \\
\cdot 4\,500 \downarrow & 4\,500\,\mathrm{G} & & 4\,\mathrm{B} & \widehat{=} & \dfrac{25\,\mathrm{min}\cdot 4\,500}{600} & \downarrow \cdot 4\,500 \\
 & 4\,500\,\mathrm{G} & :4 \downarrow & 1\,\mathrm{B} & \widehat{=} & \dfrac{25\,\mathrm{min}\cdot 4\,500\cdot 4}{600} & \downarrow \cdot 4 \\
 & 4\,500\,\mathrm{G} & \cdot 5 \downarrow & 5\,\mathrm{B} & \widehat{=} & \dfrac{25\,\mathrm{min}\cdot 4\,500\cdot 4}{600\cdot 5} = 150\,\mathrm{min} & \downarrow :5
\end{array}
$$

Die Zeit von 150 min sollte noch in 2 h + 30 min umgerechnet werden.

Ergebnis: Um 4 500 Grafikkarten mit 5 Bestückungsautomaten zu bestücken benötigt man 2 Stunden und 30 Minuten.

6 Gemischte Aufgaben

6.1 Aufgabenstellungen der gemischten Aufgaben

6.1.1 Aufgabe 1

Ein 750-Gramm-Brot kostet 1,15 €.Wieviel sollte ein vergleichbares 1 200-Gramm-Brot kosten?

6.1.2 Aufgabe 2

15 Liter Benzin kosten 16,49 €. Wieviel Benzin kann ich für 20 € tanken?

6.1.3 Aufgabe 3

Für einen Marathonlauf mit 42,195 km Länge benötige ich 3 Stunden 49 Minuten und 15 Sekunden. Nach welcher Zeit (Minuten und Sekunden) habe ich die 10-km-Marke erreicht, wenn ich gleichmäßig laufe?

6.1.4 Aufgabe 4

Ein Liter Benzin kostet 1,10 €. Mit dem Geld, das ich noch in der Tasche habe, kann ich mir 18 Liter kaufen. Wieviel Liter kann ich mir für das gleiche Geld kaufen, wenn der Literpreis auf 1,20 € steigt?

6.1.5 Aufgabe 5

Der Hausmeister einer Schule mit 60 Klassenräumen muss im Monat durchschnittlich 9 Leuchtstofflampen ersetzen. Sein Kollege in der Nachbarschule wechselt monatlich 12 Leuchtstofflampen. Wieviele Räume hat dieser zu betreuen?

6.1.6 Aufgabe 6

In einem Hochhaus mit gleichartigen Wohnungen sollen Wasserleitungen installiert werden. Für die ersten 15 Wohnungen benötigen 3 Installateure 4 Tage. Wieviele Installateure müssen eingesetzt werden, damit die restlichen 28 Wohnungen in 5 Arbeitstagen installiert sind?

6.1.7 Aufgabe 7

Wie lange würden 2 Installateure für die 28 Wohnungen aus vorstehender Aufgabe benötigen?

6.1.8 Aufgabe 8

Zum Binden von 400 Büchern mit jeweils 600 Seiten benötigt eine Maschine 6 Stunden und 45 Minuten. Wieviele Bücher mit je 400 Seiten kann die Maschine in 2 Stunden und 15 Minuten binden?

6.1.9 Aufgabe 9

Die Heizkosten für ein Wohnhaus mit 8 Wohnungen zu je $85\,\mathrm{m}^2$ Wohnfläche betragen jährlich 8 160 €. Wie groß sind die Wohnungen in einem vergleichbaren Haus, in dem für 6 Wohnungen 4 896 € an jährlichen Heizkosten anfallen?

6.1.10 Aufgabe 10

Welche Heizkosten fallen unter den Bedingungen nach vorstehender Aufgabe in einem Haus mit 14 Wohnungen zu je $75\,\mathrm{m}^2$ an?

6.1.11 Aufgabe 11

Das Licht braucht vom Mond bis zur Erde (Entfernung 390 000 km) 1,3 Sekunden. Wie lange ist das Licht von der Sonne zur Erde (Entfernung 150 000 000 km) unterwegs? Wieviele Kilometer ist unser Nachbarstern Sirius von uns entfernt? Sein Licht benötigt 8,6 Jahre bis zur Erde.

6.1.12 Aufgabe 12

Eine Kfz-Werkstatt mit 12 Mitarbeitern kann in 7 Tagen 252 Autos reparieren. Wie lange benötigt eine Werkstatt mit 15 Mitarbeitern zur Reparatur von 270 Autos?

6.1.13 Aufgabe 13

Ein landwirtschaftlicher Betrieb mit 65 Kühen liefert in 12 Tagen 16 380 Liter Milch. Wieviele Kühe benötigt der Landwirt, um in 7 Tagen 10 584 Liter Milch zu produzieren?

6.1.14 Aufgabe 14

In einer Tropfsteinhöle wächst ein Stalagtit[11] in einem Jahr um 0,01 Millimeter.Wieviele Jahre alt ist ein Stalagtit von 1,20 Meter Länge?

6.1.15 Aufgabe 15

Ein Bestückungsautomat stellt in einer Stunde 600 Platinen mit je 66 Bauteilen her. In welcher Zeit kann der Automat 330 Platinen mit je 48 Bauteilen herstellen?

---

[11] Ein Stalagtit ist ein von oben herunterhängender Tropfstein.

6.1.16 Aufgabe 16

Um 600 Packungen mit jeweils 20 Tabletten zu verpacken benötigt eine Maschine 5 Minuten. Wieviele Packungen mit je 50 Tabletten kann die Maschine in 12 Minuten und 20 Sekunden verpacken?

6.2 Ergebnisse der gemischten Aufgaben

Aufgabe 1 1,84 €

Aufgabe 2 18,19 l

Aufgabe 3 54 Minuten und 20 Sekunden

Aufgabe 4 16,5 l

Aufgabe 5 80 Räume

Aufgabe 6 5 Installateure

Aufgabe 7 11,2 Tage

Aufgabe 8 200 Bücher

Aufgabe 9 $68\,\mathrm{m}^2$

Aufgabe 10 12 600 €

Aufgabe 11 8 Minuten und 7,5 Sekunden; 81 362 880 000 000 km

Aufgabe 12 6 Tage

Aufgabe 13 72 Kühe

Aufgabe 14 120 000 Jahre

Aufgabe 15 24 Minuten

Aufgabe 16 592 Packungen

6.3 Komplettlösungen der gemischten Aufgaben

6.3.1 Aufgabe 1

Ein 750-Gramm-Brot kostet 1,15 €.Wieviel sollte ein vergleichbares 1 200-Gramm-Brot kosten?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 750\,\text{g} & \hat{=} & 1{,}15\,\text{€} & \\
 & 1\,200\,\text{g} & \hat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 750\,\text{g} & \hat{=} & 1{,}15\,\text{€} & \\
:750 \downarrow & 1\,\text{g} & \hat{=} & \dfrac{1{,}15\,\text{€}}{750} & \downarrow :750 \\
\cdot 1\,200 \downarrow & 1\,200\,\text{g} & \hat{=} & \dfrac{1{,}15\,\text{€} \cdot 1\,200}{750} = 1{,}84\,\text{€} & \downarrow \cdot 1\,200
\end{array}$$

Ergebnis: Ein 1 200-Gramm-Brot sollte 1,87 € kosten.

6.3.2 Aufgabe 2

15 Liter Benzin kosten 16,49 €. Wieviel Benzin kann ich für 20 € tanken?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 16{,}49\,\text{€} & \hat{=} & 15\,\text{l} & \\
 & 20\,\text{€} & \hat{=} & ?\,\text{l} & \\
\hline
 & 16{,}49\,\text{€} & \hat{=} & 15\,\text{l} & \\
:16{,}49 \downarrow & 1\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{15\,\text{l}}{16{,}49} & \downarrow :16{,}49 \\
\cdot 20 \downarrow & 20\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{15\,\text{l} \cdot 20}{16{,}49} \approx 18{,}19\,\text{l} & \downarrow \cdot 20
\end{array}$$

Ergebnis: Für 20 € bekommt man 18,19 Liter Benzin.

6.3.3 Aufgabe 3

Für einen Marathonlauf mit 42,195 km Länge benötige ich 3 Stunden 49 Minuten und 15 Sekunden. Nach welcher Zeit (Minuten und Sekunden) habe ich die 10-km-Marke erreicht, wenn ich gleichmäßig laufe?

Lösung: Sinnvollerweise wandelt man zunächst die Zeit, die in Stunden, Minuten und Sekunden angegeben ist, in eine einzige Einheit um. Weil für das Ergebnis Minuten und Sekunden gefordert sind, kommen diese beiden Einheiten in Frage. Am einfachsten ist es jedoch in der Einheit „Sekunden“, weil dann keine Brüche entstehen.

$$\begin{aligned} 3\,\mathrm{h}+49\,\mathrm{min}+15\,\mathrm{s} &= 3\,600\cdot 3\,\mathrm{s}+60\cdot 49\,\mathrm{s}+15\,\mathrm{s}\\ &= 13\,755\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rrcll} & 42{,}195\,\mathrm{km} & \mathrel{\hat{=}} & 13\,755\,\mathrm{s} & \\ & 10\,\mathrm{km} & \mathrel{\hat{=}} & ?\,\mathrm{s} & \\ \hline & 42{,}195\,\mathrm{km} & \mathrel{\hat{=}} & 13\,755\,\mathrm{s} & \\ :42{,}195 \big\downarrow & & & & \big\downarrow :42{,}195 \\ & 1\,\mathrm{km} & \mathrel{\hat{=}} & \dfrac{13\,755\,\mathrm{s}}{42{,}195} & \\ \cdot 10 \big\downarrow & & & & \big\downarrow \cdot 10 \\ & 10\,\mathrm{km} & \mathrel{\hat{=}} & \dfrac{13\,755\,\mathrm{s}\cdot 10}{42{,}195} \approx 3\,260\,\mathrm{s} & \end{array}$$

Diese Zeit in Sekunden muss noch in Minuten und Sekunden umgerechnet werden.

$$\begin{aligned} 3\,260\,\mathrm{s} &= \frac{3\,260\,\mathrm{min}}{60}\\ &= 54{,}\overline{3}\,\mathrm{min}\\ &= 54\,\mathrm{min}+60\cdot 0{,}\overline{3}\,\mathrm{s}\\ &= 54\,\mathrm{min}+20\,\mathrm{s} \end{aligned}$$

Ergebnis: Die 10-km-Marke wird nach 54 Minuten und 20 Sekunden erreicht.

6.3.4 Aufgabe 4

Ein Liter Benzin kostet 1,10 €. Mit dem Geld, das ich noch in der Tasche habe, kann ich mir 18 Liter kaufen. Wieviel Liter kann ich mir für das gleiche Geld kaufen, wenn der Literpreis auf 1,20 € steigt?

Lösung: Hier handelt es sich nicht um einen einfachen Dreisatz aber auch nicht um einen zusammengesetzten. Es empfiehlt sich, hier in zwei Schritten vorzugehen.

Schritt 1: Zunächst wird ausgerechnet, wieviel Geld ich in der Tasche habe. Dies ist jedoch nur ein „halber“ Dreisatz, weil die Grundeinheit „1 Liter“ schon bekannt ist.

Schritt 2: Wenn dieser Betrag bekannt ist, kann damit ausgerechnet werden, welche Benzinmenge ich dafür bei dem erhöhten Benzinpreis kaufen kann.

Schritt 1:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 1\,\text{l} & \hat{=} & 1{,}10\,\text{€} & \\
 & 18\,\text{l} & \hat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 1\,\text{l} & \hat{=} & 1{,}10\,\text{€} & \\
\cdot 18 \downarrow & 18\,\text{l} & \hat{=} & 1{,}10\,\text{€} \cdot 18 = 19{,}80\,\text{€} & \downarrow \cdot 18
\end{array}$$

Ich habe noch 19,80 € in der Tasche. Mit diesem Wert kann der zweite Dreisatz angesetzt werden.

Schritt 2:

$$\begin{array}{rrcll}
 & 1{,}20\,\text{€} & \hat{=} & 1\,\text{l} & \\
 & 19{,}80\,\text{€} & \hat{=} & ?\,\text{l} & \\
\hline
 & 1{,}20\,\text{€} & \hat{=} & 1\,\text{l} & \\
: 1{,}2 \downarrow & 1\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{l}}{1{,}2} & \downarrow : 1{,}2 \\
\cdot 19{,}8 \downarrow & 19{,}80\,\text{€} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{l} \cdot 19{,}80}{1{,}2} = 16{,}5\,\text{l} & \downarrow \cdot 19{,}8
\end{array}$$

Ergebnis: Nach der Preiserhöhung würde ich für mein Geld noch 16,5 Liter Benzin kaufen können.

6.3.5 Aufgabe 5

Der Hausmeister einer Schule mit 60 Klassenräumen muss im Monat durchschnittlich 9 Leuchtstofflampen ersetzen. Sein Kollege in der Nachbarschule wechselt monatlich 12 Leuchtstofflampen. Wieviele Räume hat dieser zu betreuen?

Lösung:

$$\begin{array}{rcrcll}
 & & 9\,\mathrm{L} & \widehat{=} & 60\,\mathrm{R} & \\
 & & 12\,\mathrm{L} & \widehat{=} & ?\,\mathrm{R} & \\
\hline
 & & 9\,\mathrm{L} & \widehat{=} & 60\,\mathrm{R} & \\
:9 & \downarrow & 1\,\mathrm{L} & \widehat{=} & \dfrac{60\,\mathrm{R}}{9} & \downarrow :9 \\
\cdot 12 & \downarrow & 12\,\mathrm{L} & \widehat{=} & \dfrac{60\,\mathrm{R}\cdot 12}{9} = 80\,\mathrm{R} & \downarrow \cdot 12
\end{array}$$

Ergebnis: Der andere Hausmeister hat 80 Klassenräume zu betreuen.

6.3.6 Aufgabe 6

In einem Hochhaus mit gleichartigen Wohnungen sollen Wasserleitungen installiert werden. Für die ersten 15 Wohnungen benötigen 3 Installateure 4 Tage. Wieviele Installateure müssen eingesetzt werden, damit die restlichen 28 Wohnungen in 5 Arbeitstagen installiert sind?

Lösung:

$$\begin{array}{rr|rlcll}
 & 15\,\mathrm{W} & & 4\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & 3\,\mathrm{I} & \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 5\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & ?\,\mathrm{I} & \\
\hline
 & 15\,\mathrm{W} & & 4\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & 3\,\mathrm{I} & \\
:15\downarrow & & & & & & \downarrow :15 \\
 & 1\,\mathrm{W} & & 4\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{3\,\mathrm{I}}{15} & \\
\cdot 28\downarrow & & & & & & \downarrow \cdot 28 \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 4\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{3\,\mathrm{I}\cdot 28}{15} & \\
 & & :4\downarrow & & & & \downarrow \cdot 4 \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 1\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{3\,\mathrm{I}\cdot 28\cdot 4}{15} & \\
 & & \cdot 5\downarrow & & & & \downarrow :5 \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 5\,\mathrm{d} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{3\,\mathrm{I}\cdot 28\cdot 4}{15\cdot 5} = 4{,}48\,\mathrm{I} &
\end{array}$$

Da es nur „ganze“ Installateure gibt, muss gerundet werden. Eine rein mathematische Rundung wäre ein Abrunden auf 4. Mit 4 Installateuren würde die Arbeit aber nicht ganz rechtzeitig fertig. Deshalb muss **aufgerundet** werden.

Ergebnis: Für die restlichen 28 Wohnungen müssen 5 Installateure eingesetzt werden.

6.3.7 Aufgabe 7

Wie lange würden 2 Installateure für die 28 Wohnungen aus vorstehender Aufgabe benötigen?

Lösung:

$$\begin{array}{rr|rlcll}
 & 15\,\mathrm{W} & & 3\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & 4\,\mathrm{d} & \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 2\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & ?\,\mathrm{d} & \\
\hline
 & 15\,\mathrm{W} & & 3\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & 4\,\mathrm{d} & \\
:15\downarrow & & & & & & \downarrow :15 \\
 & 1\,\mathrm{W} & & 3\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{4\,\mathrm{d}}{15} & \\
\cdot 28\downarrow & & & & & & \downarrow \cdot 28 \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 3\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{4\,\mathrm{d}\cdot 28}{15} & \\
 & & :3\downarrow & & & & \downarrow \cdot 3 \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 1\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{4\,\mathrm{d}\cdot 28\cdot 3}{15} & \\
 & & \cdot 2\downarrow & & & & \downarrow :2 \\
 & 28\,\mathrm{W} & & 2\,\mathrm{I} & \mathrel{\widehat{=}} & \dfrac{4\,\mathrm{d}\cdot 28\cdot 3}{15\cdot 2} = 11{,}2\,\mathrm{d} &
\end{array}$$

Ergebnis: 2 Installateure würden für die 28 Räume 11,2 Tage benötigen.

6.3.8 Aufgabe 8

Zum Binden von 400 Büchern mit jeweils 600 Seiten benötigt eine Maschine 6 Stunden und 45 Minuten. Wieviele Bücher mit je 400 Seiten kann die Maschine in 2 Stunden und 15 Minuten binden?

Lösung: Zunächst muss die in Stunden und Minuten angegebene Zeit in eine einheitliche Einheit umgewandelt werden, also Stunden **oder** Minuten. Welche Einheit gewählt wird, ist im Prinzip gleichgültig. Zur Abwechslung wähle ich hier einmal die größere Einheit, also Stunden.

$$\begin{aligned}
6\,\mathrm{h} + 45\,\mathrm{min} &= 6\,\mathrm{h} + \frac{45\,\mathrm{h}}{60} \\
&= 6\,\mathrm{h} + 0{,}75\,\mathrm{h} \\
6\,\mathrm{h} + 45\,\mathrm{min} &= 6{,}75\,\mathrm{h}
\end{aligned}$$

Auch die Zielzeit muss umgewandelt werden.

$$\begin{aligned}
2\,\mathrm{h} + 15\,\mathrm{min} &= 2\,\mathrm{h} + \frac{15\,\mathrm{h}}{60} \\
&= 2\,\mathrm{h} + 0{,}25\,\mathrm{h} \\
2\,\mathrm{h} + 15\,\mathrm{min} &= 2{,}25\,\mathrm{h}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rrcrlcll}
 & 600\,\mathrm{S} & | & & 6{,}75\,\mathrm{h} & \hat{=} & 400\,\mathrm{B} & \\
 & 400\,\mathrm{S} & | & & 2{,}25\,\mathrm{h} & \hat{=} & ?\,\mathrm{B} & \\
\hline
 & 600\,\mathrm{S} & | & & 6{,}75\,\mathrm{h} & \hat{=} & 400\,\mathrm{B} & \\
:600\downarrow & & & & & & & \downarrow\cdot 600 \\
 & 1\,\mathrm{S} & | & & 6{,}75\,\mathrm{h} & \hat{=} & 400\,\mathrm{B}\cdot 600 & \\
\cdot 400\downarrow & & & & & & & \downarrow :400 \\
 & 400\,\mathrm{S} & | & & 6{,}75\,\mathrm{h} & \hat{=} & \dfrac{400\,\mathrm{B}\cdot 600}{400} & \\
 & & & :6{,}75\downarrow & & & & \downarrow :6{,}75 \\
 & 400\,\mathrm{S} & | & & 1\,\mathrm{h} & \hat{=} & \dfrac{400\,\mathrm{B}\cdot 600}{400\cdot 6{,}75} & \\
 & & & \cdot 2{,}25\downarrow & & & & \downarrow\cdot 2{,}25 \\
 & 400\,\mathrm{S} & | & & 2{,}25\,\mathrm{h} & \hat{=} & \dfrac{400\,\mathrm{B}\cdot 600\cdot 2{,}25}{400\cdot 6{,}75} = 200\,\mathrm{B} &
\end{array}$$

Ergebnis: Die Maschine kann 200 Bücher mit je 400 Seiten in 2 Stunden und 15 Minuten binden.

6.3.9 Aufgabe 9

Die Heizkosten für ein Wohnhaus mit 8 Wohnungen zu je $85\,\mathrm{m}^2$ Wohnfläche betragen jährlich 8 160 €. Wie groß sind die Wohnungen in einem vergleichbaren Haus, in dem für 6 Wohnungen 4 896 € an jährlichen Heizkosten anfallen?

Lösung:

$$
\begin{array}{rrcrcll}
 & 8\,\mathrm{W} & | & 8\,160\,\text{€} & \widehat{=} & 85\,\mathrm{m}^2 & \\
 & 6\,\mathrm{W} & | & 4\,896\,\text{€} & \widehat{=} & ?\,\mathrm{m}^2 & \\
\hline
 & 8\,\mathrm{W} & | & 8\,160\,\text{€} & \widehat{=} & 85\,\mathrm{m}^2 & \\
:8\downarrow & 1\,\mathrm{W} & | & 8\,160\,\text{€} & \widehat{=} & 85\,\mathrm{m}^2\cdot 8 & \downarrow\cdot 8 \\
\cdot 6\downarrow & 6\,\mathrm{W} & | & 8\,160\,\text{€} & \widehat{=} & \dfrac{85\,\mathrm{m}^2\cdot 8}{6} & \downarrow :6 \\
 & 6\,\mathrm{W} & | & :8\,160\downarrow\ 1\,\text{€} & \widehat{=} & \dfrac{85\,\mathrm{m}^2\cdot 8}{6\cdot 8\,160} & \downarrow :8\,160 \\
 & 6\,\mathrm{W} & | & \cdot 4\,896\downarrow\ 4\,896\,\text{€} & \widehat{=} & \dfrac{85\,\mathrm{m}^2\cdot 8\cdot 4\,896}{6\cdot 8\,160} = 68\,\mathrm{m}^2 & \downarrow\cdot 4\,896
\end{array}
$$

Ergebnis: Die Wohnungen haben eine Größe von $68\,\mathrm{m}^2$.

6.3.10 Aufgabe 10

Welche Heizkosten fallen unter den Bedingungen nach vorstehender Aufgabe in einem Haus mit 14 Wohnungen zu je $75\,\mathrm{m}^2$ an?

Lösung:

$$
\begin{array}{rrcrcll}
 & 8\,\mathrm{W} & | & 85\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & 8\,160\,\text{€} & \\
 & 14\,\mathrm{W} & | & 75\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & ?\,\text{€} & \\
\hline
 & 8\,\mathrm{W} & | & 85\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & 8\,160\,\text{€} & \\
:8\downarrow & 1\,\mathrm{W} & | & 85\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & \dfrac{8\,160\,\text{€}}{8} & \downarrow :8 \\
\cdot 14\downarrow & 14\,\mathrm{W} & | & 85\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & \dfrac{8\,160\,\text{€}\cdot 14}{8} & \downarrow\cdot 14 \\
 & 14\,\mathrm{W} & | & :85\downarrow\ 1\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & \dfrac{8\,160\,\text{€}\cdot 14}{8\cdot 85} & \downarrow :85 \\
 & 14\,\mathrm{W} & | & \cdot 75\downarrow\ 1\,\mathrm{m}^2 & \widehat{=} & \dfrac{8\,160\,\text{€}\cdot 14\cdot 75}{8\cdot 85} = 12\,600\,\text{€} & \downarrow\cdot 75
\end{array}
$$

Ergebnis: Für 14 Wohnungen zu je $75\,\mathrm{m}^2$ fallen 12 600 € an Heizkosten an.

6.3.11 Aufgabe 11

Das Licht braucht vom Mond bis zur Erde (Entfernung 390 000 km) 1,3 Sekunden. Wie lange ist das Licht von der Sonne zur Erde (Entfernung 150 000 000 km) unterwegs? Wieviele Kilometer ist unser Nachbarstern Sirius von uns entfernt? Sein Licht benötigt 8,6 Jahre bis zur Erde.

Lösung:

Teil 1: Sonne → Erde

$$\begin{array}{r|rcl|l}
\multicolumn{1}{r}{} & 390\,000\,\text{km} & \hat{=} & 1{,}3\,\text{s} & \multicolumn{1}{l}{} \\
\multicolumn{1}{r}{} & 150\,000\,000\,\text{km} & \hat{=} & ?\,\text{s} & \multicolumn{1}{l}{} \\
\hline
 & 390\,000\,\text{km} & \hat{=} & 1{,}3\,\text{s} & \\
:390\,000\ \downarrow & 1\,\text{km} & \hat{=} & \dfrac{1{,}3\,\text{s}}{390\,000} & \downarrow\ :390\,000 \\
\cdot 150\,000\,000\ \downarrow & 150\,000\,000\,\text{km} & \hat{=} & \dfrac{1{,}3\,\text{s}\cdot 150\,000\,000}{390\,000} = 500\,\text{s} & \downarrow\ \cdot 150\,000\,000
\end{array}$$

Ergebnis: Das Licht braucht von der Sonne zur Erde 500 Sekunden bzw. 8 Minuten und 20 Sekunden.

Teil 2: Sirius → Erde
Hier haben wir wieder zwei unterschiedliche Einheiten für die Zeit: Sekunden und Jahre. Ich rechne die 8,6 Jahre[12] in Sekunden um.

$$\begin{array}{rcl}
8{,}6\,\text{y} & = & 365\cdot 8{,}6\,\text{d} \\
 & = & 365\cdot 24\cdot 8{,}6\,\text{h} \\
 & = & 365\cdot 24\cdot 60\cdot 8{,}6\,\text{min} \\
 & = & 365\cdot 24\cdot 60\cdot 60\cdot 8{,}6\,\text{s} \\
8{,}6\,\text{y} & = & 271\,209\,600\,\text{s}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|rcl|l}
\multicolumn{1}{r}{} & 1{,}3\,\text{s} & \hat{=} & 390\,000\,\text{km} & \multicolumn{1}{l}{} \\
\multicolumn{1}{r}{} & 271\,209\,600\,\text{s} & \hat{=} & ?\,\text{km} & \multicolumn{1}{l}{} \\
\hline
 & 1{,}3\,\text{s} & \hat{=} & 390\,000\,\text{km} & \\
:1{,}3\ \downarrow & 1\,\text{s} & \hat{=} & \dfrac{390\,000\,\text{km}}{1{,}3} & \downarrow\ :1{,}3 \\
\cdot 271\,209\,600\ \downarrow & 271\,209\,600\,\text{s} & \hat{=} & \dfrac{390\,000\,\text{km}\cdot 271\,209\,600}{1{,}3} = 81\,362\,880\,000\,000\,\text{km} & \downarrow\ \cdot 271\,209\,600
\end{array}$$

Ergebnis: Der Sirius ist 81 362 880 000 000 Kilometer von der Erde entfernt.

---

[12] Das Einheitenzeichen für das Jahr ist y, abgeleitet vom englischen Wort *year* für *Jahr*.

6.3.12 Aufgabe 12

Eine Kfz-Werkstatt mit 12 Mitarbeitern kann in 7 Tagen 252 Autos reparieren. Wie lange benötigt eine Werkstatt mit 15 Mitarbeitern zur Reparatur von 270 Autos?

Lösung:

$$
\begin{array}{rrcrcll}
 & 12\,\mathrm{M} & | & 252\,\mathrm{A} & \hat{=} & 7\,\mathrm{d} & \\
 & 15\,\mathrm{M} & | & 270\,\mathrm{A} & \hat{=} & 7\,\mathrm{d} & \\
\hline
 & 12\,\mathrm{M} & | & 252\,\mathrm{A} & \hat{=} & 7\,\mathrm{d} & \\
:12\downarrow & 1\,\mathrm{M} & | & 252\,\mathrm{A} & \hat{=} & 7\,\mathrm{d}\cdot 12 & \downarrow\cdot 12 \\
\cdot 15\downarrow & 15\,\mathrm{M} & | & 252\,\mathrm{A} & \hat{=} & \dfrac{7\,\mathrm{d}\cdot 12}{15} & \downarrow :15 \\
 & 15\,\mathrm{M} & | & :252\downarrow\ 1\,\mathrm{A} & \hat{=} & \dfrac{7\,\mathrm{d}\cdot 12}{15\cdot 252} & \downarrow :252 \\
 & 15\,\mathrm{M} & | & \cdot 270\downarrow\ 270\,\mathrm{A} & \hat{=} & \dfrac{7\,\mathrm{d}\cdot 12\cdot 270}{15\cdot 252} = 6\,\mathrm{d} & \downarrow\cdot 270
\end{array}
$$

Ergebnis: 15 Mitarbeiter reparieren 270 Autos in 6 Tagen.

6.3.13 Aufgabe 13

Ein landwirtschaftlicher Betrieb mit 65 Kühen liefert in 12 Tagen 16 380 Liter Milch. Wieviele Kühe benötigt der Landwirt, um in 7 Tagen 10 584 Liter Milch zu produzieren?

Lösung:

$$
\begin{array}{rrcrcll}
 & 12\,\mathrm{d} & | & 16\,380\,\mathrm{l} & \hat{=} & 65\,\mathrm{K} & \\
 & 7\,\mathrm{d} & | & 10\,584\,\mathrm{l} & \hat{=} & 65\,\mathrm{K} & \\
\hline
 & 12\,\mathrm{d} & | & 16\,380\,\mathrm{l} & \hat{=} & 65\,\mathrm{K} & \\
:12\downarrow & 1\,\mathrm{d} & | & 16\,380\,\mathrm{l} & \hat{=} & 65\,\mathrm{K}\cdot 12 & \downarrow\cdot 12 \\
\cdot 7\downarrow & 7\,\mathrm{d} & | & 16\,380\,\mathrm{l} & \hat{=} & \dfrac{65\,\mathrm{K}\cdot 12}{7} & \downarrow :7 \\
 & 7\,\mathrm{d} & | & :16\,380\downarrow\ 1\,\mathrm{l} & \hat{=} & \dfrac{65\,\mathrm{K}\cdot 12}{7\cdot 16\,380} & \downarrow :16\,380 \\
 & 7\,\mathrm{d} & | & \cdot 10\,584\downarrow\ 10\,584\,\mathrm{l} & \hat{=} & \dfrac{65\,\mathrm{K}\cdot 12\cdot 10\,584}{7\cdot 16\,380} = 72\,\mathrm{K} & \downarrow\cdot 10\,584
\end{array}
$$

Ergebnis: Der Landwirt benötigt 72 Kühe, um in 7 Tagen 10 584 Liter Milch zu produzieren.

6.3.14 Aufgabe 14

In einer Tropfsteinhöle wächst ein Stalagtit[13] in einem Jahr um 0,01 Millimeter.Wieviele Jahre alt ist ein Stalagtit von 1,20 Meter Länge?

Lösung: Zunächst werden die Längeneinheiten vereinheitlicht. Ich rechne in Millimeter um.

$$1{,}20\,\text{m} = 1\,200\,\text{mm}$$

$$\begin{array}{rrcll}
 & 0{,}01\,\text{mm} & \hat{=} & 1\,\text{y} & \\
 & 1\,200\,\text{mm} & \hat{=} & ?\,\text{y} & \\
\hline
 & 0{,}01\,\text{mm} & \hat{=} & 1\,\text{y} & \\
:0{,}01\downarrow & 1\,\text{mm} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{y}}{0{,}01} & \downarrow :0{,}01 \\
\cdot 1\,200\downarrow & 1\,200\,\text{mm} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{y}\cdot 1\,200}{0{,}01} = 120\,000\,\text{y} & \downarrow \cdot 1\,200
\end{array}$$

Ergebnis: Der Stalagtit hat 120 000 Jahre benötigt, um auf eine Länge von 1,20 Meter angewachsen zu sein.

6.3.15 Aufgabe 15

Ein Bestückungsautomat stellt in einer Stunde 600 Platinen mit je 66 Bauteilen her. In welcher Zeit kann der Automat 330 Platinen mit je 48 Bauteilen herstellen?

Lösung:

$$\begin{array}{rrcrcll}
 & 600\,\text{P} & | & 66\,\text{B} & \hat{=} & 1\,\text{h} & \\
 & 330\,\text{P} & | & 48\,\text{B} & \hat{=} & ?\,\text{h} & \\
\hline
 & 600\,\text{P} & | & 66\,\text{B} & \hat{=} & 1\,\text{h} & \\
:600\downarrow & 1\,\text{P} & | & 66\,\text{B} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{h}}{600} & \downarrow :600 \\
\cdot 330\downarrow & 330\,\text{P} & | & 66\,\text{B} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{h}\cdot 330}{600} & \downarrow \cdot 330 \\
 & 330\,\text{P} & | & :66\downarrow\ 1\,\text{B} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{h}\cdot 330}{600\cdot 66} & \downarrow \cdot 66 \\
 & 330\,\text{P} & | & \cdot 48\downarrow\ 48\,\text{B} & \hat{=} & \dfrac{1\,\text{h}\cdot 330\cdot 48}{600\cdot 66} = 0{,}4\,\text{h} & \downarrow :48
\end{array}$$

Ergebnis: Die Maschine kann in 0,4 Stunden (= 24 Minuten) 330 Platinen mit je 48 Bauteilen bestücken.

---

[13] Ein Stalagtit ist ein von oben herunterhängender Tropfstein.

6.3.16 Aufgabe 16

Um 600 Packungen mit jeweils 20 Tabletten zu verpacken benötigt eine Maschine 5 Minuten. Wieviele Packungen mit je 50 Tabletten kann die Maschine in 12 Minuten und 20 Sekunden verpacken?

Lösung: Hier muss zunächst die Zielzeit mit gemischten Einheiten in eine einzige Einheit umgerechnet werden. Weil die andere Zeit in Minuten angegeben ist, empfiehlt es sich, die Zielzeit ebenfalls in Minuten umzurechnen.

$$\begin{aligned} 12\,\text{min} + 20\,\text{s} &= 12\,\text{min} + \frac{20\,\text{min}}{60} \\ &= 12\,\text{min} + 0{,}\overline{3}\,\text{min} \\ 12\,\text{min} + 20\,\text{s} &= 12{,}\overline{3}\,\text{min} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rr|rlcll} & 20\,\text{T} & & 5\,\text{min} & \widehat{=} & 600\,\text{P} & \\ & 50\,\text{T} & & 12{,}\overline{3}\,\text{min} & \widehat{=} & ?\,\text{P} & \\ \hline & 20\,\text{T} & & 5\,\text{min} & \widehat{=} & 600\,\text{P} & \\ :20\downarrow & 1\,\text{T} & & 5\,\text{min} & \widehat{=} & 600\,\text{P}\cdot 20 & \downarrow\cdot 20 \\ \cdot 50\downarrow & 50\,\text{T} & & 5\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{600\,\text{P}\cdot 20}{50} & \downarrow :50 \\ & 50\,\text{T} & :5\downarrow & 1\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{600\,\text{P}\cdot 20\cdot 5}{50} & \downarrow :5 \\ & 50\,\text{T} & \cdot 12{,}\overline{3}\downarrow & 12{,}\overline{3}\,\text{min} & \widehat{=} & \dfrac{600\,\text{P}\cdot 12{,}\overline{3}\cdot 20}{50\cdot 5} = 592\,\text{P} & \downarrow\cdot 12{,}\overline{3} \end{array}$$

Ergebnis: Die Maschine kann in 12 Minuten und 20 Sekunden 592 Packungen mit je 50 Tabletten verpacken.